

SSC-CGL

Notes

MATHS

By

POWER MIND *Publication Team*

Published By :

POWER MIND *Publication Team*

*Triveni Chauraha, Gopalpura Bypass,
Jaipur-302018 (Raj.)*

दशमलव संख्या
DECIMAL NUMBER

132 ~~का~~ दशमलव संख्या (Decimal No.)

संत दशमलव
(Terminating dec.)

असंत दशमलव
(Non-Terminating dec.)

आवृत्ति
(Repeating)

अनावृत्ति
(Non-Repeating)

$0.6666 \dots = 0.\bar{6}$

$0.757575 \dots = 0.\bar{75}$

(परिमेय)

0.67325
(अपरिमेय)

संख्या (Number)

वास्तविक

काल्पनिक

परिमेय

अपरिमेय

$\frac{p}{q}, q \neq 0$

असंत अनावृत्ति दशमलव

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7} \dots$

संत दशमलव
असंत आवृत्ति दशमलव
 $\frac{3}{10}, \frac{15}{7}$

* संत दशमलव / असंत दशमलव की पहचान करना :-

Step-1 \Rightarrow हर का गुणनखंड करेंगे, यदि हमें $2^m, 5^n$ या $2^m \times 5^n$ प्राप्त होवा है, तो संख्या संत होगी।

ex:-

$\frac{879}{17}$ असंत

$\frac{513}{63}$ असंत

$\frac{767}{250}$ संत

$\frac{35}{32}$ संत

वास्तविक संख्या

ध्रुव

पूर्णांक

$(-\infty \dots -2, -1, 0, 1, 2 \dots)$

उचित

अनुचित

\rightarrow घनात्मक पूर्णांक $(1, 2, 3 \dots)$

\rightarrow ऋणात्मक " $(-\infty \dots)$

\rightarrow अघनात्मक " $(-\infty \dots -3, -2, -1)$

\rightarrow अऋणात्मक " $(0, 1, 2 \dots)$

(पूर्ण संख्याएँ)

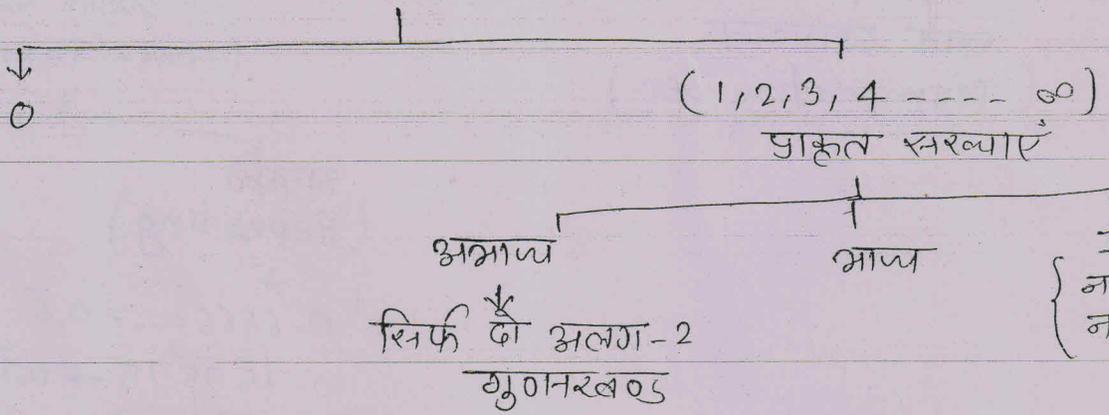
अंश $<$ हर $\frac{3}{5}, \frac{11}{13}$

अंश $>$ हर $\frac{5}{3}, \frac{13}{11}$

।से कम

।से बड़ा

पूर्ण संख्याएँ
(0, 1, 2, 3, ... ∞)



Que:- उपरोक्त कथनों में से कौन से कथन सत्य हैं।

- * सभी पूर्ण संख्याएँ प्राकृत संख्याएँ हैं (x)
- * 0 एक परिमेय संख्या है (✓)
- * 0 एक वास्तविक संख्या है (✓)
- * सभी अनुचित भिन्ने वास्तविक संख्याएँ होती हैं। (✓)
- * सभी परिमेय संख्याएँ उचित भिन्ने होती हैं। (x)
- * सभी पूर्णांक परिमेय संख्याएँ होती हैं। (✓)

समीकरण

एक चर की संख्या

$3x + 5 = 1$
(एक चर वाला समी.)

$3x + 4y = 9$
(दो चर वाला समी.)

दो चर की अधिकतम घात

$3x + 5 = 1$ [Power = 1
रेखीय समी.]

$3x^2 + 5x + 9 = 0$ [Power = 2
द्विघात समी.]

ex:- $3x + 5 = 11$ (एक चर वाला रेखीय समी.)
 $3x + 2y = 9$ (दो चर " " ")

① $3x + 5 = 11$
 $3x = 6$
 $x = 2$

② $2x + 3y = 7$
 $3x + 4y = 10$
 $\times 3 \rightarrow 6x + 9y = 21$
 $\times 2 \rightarrow 6x + 8y = 20$

 $y = 1, x = 2$

- Step
- ① चर का गुणांक समान
 - ② Sign
 - ③ जोड़ना (add)

ex:- $\frac{11}{2(x+y)} = 1 \Rightarrow 11 = 2(x+y)$
 $x - y = 0.9$
 $x + y = 5.5$
 $x - y = 0.9$

 $x = 3.2, y = 2.3$

ex $41x + 39y = 605$
 $39x + 41y = 595$
एक बार add | एक बार sub.

 $x + y = 15$
 $x - y = 5$

$$1^2 = 1$$

$$11^2 = 121$$

$$111^2 = 12321$$

$$1111^2 = 1234321$$

$$11111^2 = 123454321$$

$$101^2 = 10201$$

$$10101^2 = 102030201$$

$$1010101^2 = 1020304030201$$

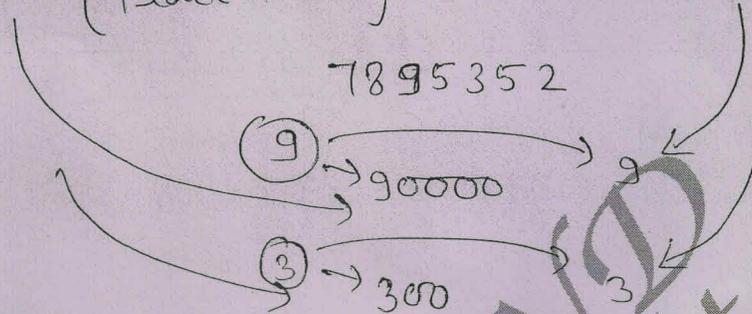
$$99^2 = 9801$$

$$999^2 = 998001$$

$$9999^2 = 99980001$$

स्थानीय मान { Local value }
 Place value

जाति मान { face value



$$8 \times 9$$

$$8 \times (8+1)$$

$$8^2 + 8$$

$$\rightarrow 72$$

$$12 \times 13$$

$$12^2 + 12$$

$$\rightarrow 156$$

$$13 \times 14$$

$$13^2 + 13$$

$$\rightarrow 182$$

$$23 \times 24$$

$$23^2 + 23$$

$$\rightarrow 552$$

(लगातार संख्यें)

$$\frac{\text{diff}}{2}$$

$$4 \times 6$$

$$\frac{4}{2} = 2$$

$$5^2 - 1$$

$$24$$

$$13 \times 17$$

$$\frac{4}{2} = 2$$

$$15^2 - 2^2$$

$$221$$

$$19 \times 25$$

$$\frac{6}{2} = 3$$

$$22^2 - 3^2$$

$$= 475$$

$$23 \times 27$$

$$\frac{4}{2} = 2$$

$$25^2 - 2^2$$

$$= 621$$

$$26 \times 32$$

$$29^2 - 3^2$$

$$= 832$$

diff (सम) होना चाहिए

(1 x 2) दो संख्याओं के गुणा के लिए

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 64 \\ \hline 2496 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times 82 \\ \hline 6474 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 84 \\ \hline 3276 \end{array}$$

$$1^3 = 1$$

$$2^3 = 8$$

$$3^3 = 27$$

$$4^3 = 64$$

$$5^3 = 125$$

$$6^3 = 216$$

$$7^3 = 343$$

$$8^3 = 512$$

$$9^3 = 729$$

$$10^3 = 1000$$

$$11^3 = 1331$$

$$12^3 = 1728$$

$$13^3 = 2197$$

$$14^3 = 2744$$

$$15^3 = 3375$$

$$16^3 = 4096$$

$$17^3 = 4913$$

$$18^3 = 5832$$

$$19^3 = 6859$$

$$20^3 = 8000$$

$$21^3 = 9261$$

$$22^3 = 10648$$

Use -
$$\left. \begin{aligned} 2a + 3b + 4c + 5d &= 90 \\ 3a + 4.5b + 6c + 8.5d &= 100 \end{aligned} \right\} d = ?$$

$\times 2 \rightarrow 6a + 9b + 12c + 15d = 270$

$\times 2 \rightarrow 6a + 9b + 12c + 17d = 200$

$$-2d = 70$$

$$d = -35$$

Square (वर्ग)

$1^2 = 1$	$11^2 = 121$	$21^2 = 441$	$31^2 = 961$
$2^2 = 4$	$12^2 = 144$	$22^2 = 484$	$32^2 = 1024$
$3^2 = 9$	$13^2 = 169$	$23^2 = 529$	
$4^2 = 16$	$14^2 = 196$	$24^2 = 576$	
$5^2 = 25$	$15^2 = 225$	$25^2 = 625$	
$6^2 = 36$	$16^2 = 256$	$26^2 = 676$	
$7^2 = 49$	$17^2 = 289$	$27^2 = 729$	
$8^2 = 64$	$18^2 = 324$	$28^2 = 784$	
$9^2 = 81$	$19^2 = 361$	$29^2 = 841$	
$10^2 = 100$	$20^2 = 400$	$30^2 = 900$	

100 - 125

$$\begin{array}{r} 103^2 \\ 103 \\ +3 \\ \hline 10609 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 104^2 \\ 104 \\ +4 \\ \hline 10816 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 112^2 \\ 112 \\ +12 \\ \hline 124 \\ 144 \\ \hline 12544 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 117^2 \\ 117 \\ +17 \\ \hline 134 \\ 289 \\ \hline 13689 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101^2 \\ 101 \\ +1 \\ \hline 10201 \end{array}$$

75 - 100

$$\begin{array}{r} 96^2 \\ 96 \\ -4 \\ \hline 9214 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 93^2 \\ 93 \\ -7 \\ \hline 8649 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 87^2 \\ 87 \\ -13 \\ \hline 74 \\ 169 \\ \hline 7569 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81^2 \\ 81 \\ -19 \\ \hline 62 \\ 361 \\ \hline 6561 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99^2 \\ 9801 \end{array}$$

50 - 75

आधार = 25

$$\begin{array}{r} 53^2 \\ 25 \\ +3 \\ \hline 2809 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 63^2 \\ 25 \\ 13 \\ \hline 38 \\ 169 \\ \hline 3969 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72^2 \\ 25 \\ +22 \\ \hline 47 \\ 484 \\ \hline 5184 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46^2 \\ 25 \\ -4 \\ \hline 2116 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38^2 \\ 25 \\ -12 \\ \hline 13 \\ 144 \\ \hline 1444 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 57^2 \\ 25 \\ +7 \\ \hline 3249 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32^2 \\ 25 \\ -18 \\ \hline 1024 \end{array}$$

भिन्न

FRACTION

* Fraction *

$$\frac{1}{1} \times 100 = 100\%$$

$$\frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

$$\frac{1}{3} = 33\frac{1}{3} = 33.33\%$$

$$\frac{1}{4} = 25\%$$

$$\frac{1}{5} = 20\%$$

$$\frac{1}{6} = 16\frac{2}{3} = 16.66\%$$

$$\frac{1}{7} = 14\frac{2}{7} = 14.28\%$$

$$\frac{1}{8} = 12.5\%$$

$$\frac{1}{9} = 11\frac{1}{9} = 11.11\%$$

$$\frac{1}{10} = 10\%$$

$$\frac{1}{11} = 9\frac{1}{11} = 9.09\%$$

$$\frac{1}{12} = 8\frac{1}{3} = 8.33\%$$

$$\frac{1}{13} = 7.69\% = 7\frac{9}{13}$$

$$\frac{1}{14} = 7\frac{1}{7}\% = 7.14\%$$

$$\frac{1}{15} = 6\frac{2}{3}\% = 6.66\%$$

$$\frac{1}{16} = 6\frac{1}{4}\% = 6.26\%$$

$$\frac{1}{8} = 12.5\%$$

$$\frac{2}{8} = 25\%$$

$$\frac{3}{8} = 37.5\%$$

$$\frac{4}{8} = 50\%$$

$$\frac{5}{8} = 62.5\%$$

$$\frac{7}{8} = 87.5\%$$

$$\frac{1}{3} = 33.33\%$$

$$\frac{2}{3} = 66.66\%$$

$$\frac{1}{4} = 25\%, \quad \frac{3}{4} = 75\%$$

$$\frac{5}{4} = 125\%$$

$$\frac{1}{5} = 20\%$$

$$\frac{2}{5} = 40\%$$

$$\frac{1}{9} = 11.11\% \Rightarrow \frac{2}{9} = 22.22\% \Rightarrow \frac{3}{9} = 33.33\%$$

$$\frac{1}{11} = 9.09\% \Rightarrow \frac{2}{11} = 18.18\%$$

$$\frac{1}{6} = 16.66 = 16\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{5}{6} = 83\frac{1}{3}$$

$$\frac{7}{6} = 1 + \frac{1}{6}$$

$$= 100 + 16\frac{2}{3} = 116\frac{2}{3}$$

Q. 20% of 450

or

$$100 - 450$$

$$10 - 45$$

$$20 - 90 \underline{\text{Ans}}$$

$$100 - 450$$

$$10 - 45\%$$

$$0.1 - 0.45\%$$

Q. 30% of 134

$$100 - 134$$

$$10\% - 13.4$$

$$30\% - 40.2 \underline{\text{Ans}}$$

Q. 74% of 560

$$100 - 560$$

$$25 - 140$$

$$75 - 420$$

$$1\% - 5.6$$

$$74\% - 414.4 \underline{\text{Ans}}$$

Q. 52% of 414

$$100 - 414$$

$$+ \begin{cases} 50 - 207 \\ 1 - 4.14 \\ 2 - 8.28 \end{cases}$$

$$52\% = 215.28 \underline{\text{Ans}}$$

Q. 24% of 220

$$100 - 220$$

$$20 - 44$$

$$1 - 2.2$$

$$24 = 46.2 \underline{\text{Ans}}$$

Q. 83% of 550

$$100 - 550$$

$$20 - 110$$

$$80 - 440$$

$$1 - 5.5$$

$$1 - 5.5$$

$$3 - 16.5$$

$$83\% = 456.5 \underline{\text{Ans}}$$

Q. $16\frac{2}{3}\%$ of 660

$$\frac{1}{6} \times 660 = 110 \checkmark$$

or

$$\frac{50}{3 \times 100} \times 660 = 110 \checkmark$$

Q. एक संख्या के 16.66% का मान 50 है वह संख्या

$$\frac{1}{6} = 50$$

$$1 = 50 \times 6 = 300 \text{ Ans.}$$

Q. एक संख्या 20% बढ़ने पर 240 प्राप्त होता है वह संख्या है?

$$100 + 20 = 120 \text{ — } 240$$

$$100 \text{ — } \frac{240}{120} \times 100 = 200 \text{ Ans.}$$

08 $\frac{1}{5}$ ← वृद्धि
5 ← वास्तविक

$$6 = 240$$

$$5 = \frac{240}{6} \times 5 = 200 \text{ Ans.}$$

* क्रमागत वृद्धि या कमी :->

① 10% ↑ , 10% ↑

$$\begin{array}{r} 100 \\ +10 \\ \hline 110 \\ +11 \\ \hline 121 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 21\% \uparrow$$

08

$\frac{1}{10}$ ↑ , $\frac{1}{10}$ ↑

पुरानी नई

10 11

10 11

10×10 11×11

100 121

21% ↑

② 10% ↑ , 10% ↓

$$\begin{array}{r} 100 \\ +10 \\ \hline 110 \\ -11 \\ \hline 99 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 1\% \downarrow$$

08

$\frac{1}{10}$ ↑ , $\frac{1}{10}$ ↓

पु. न.

10 11

10 9

100 99

1% ↓

10% ↓ , 10% ↓

$$\begin{array}{r} 100 \\ -10 \\ \hline 90 \\ -9 \\ \hline 81 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 19\% \downarrow$$

08

$\frac{1}{10}$ ↓ , $\frac{1}{10}$ ↓

पु. न.

10 9

10 9

100 81

19% ↓

Formula :- $a + b + \frac{a \times b}{100}$

क्रमागत वृद्धि या कमी में order के परिवर्तन से कोई फर्क नहीं पड़ता है।

① 10% ↑ , 20% ↑ , 30% ↑

$$\begin{array}{r} 100 \\ +10 \\ \hline 110 \\ +22 \\ \hline 132 \\ +39.6 \\ \hline \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 71.6\% \uparrow$$

08

30% ↑ , 20% ↑ , 10% ↑

$$\begin{array}{r} 100 \\ +30 \\ \hline 130 \\ +26 \\ \hline 156 \\ +13 \\ \hline 169 \\ +28.6 \\ \hline \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 71.6\% \uparrow$$

Formula - $a+b+c + \frac{ab}{100} + \frac{bc}{100} + \frac{ca}{100} + \frac{abc}{10000}$

Que: - $33\frac{1}{3}\% \downarrow, 20\% \downarrow, 25\% \downarrow$

$\frac{1}{3}\% \downarrow$	$\frac{1}{5}\% \downarrow$	$\frac{1}{4}\% \downarrow$
कुं	नं.	
3	2	
5	4	
4	3	
<hr/>		
5	2	

कमी = 3

$\frac{3}{5} \times 100 = 60\%$

100	
-20	
<hr/>	
80	
-20	
<hr/>	
60	
-20	
<hr/>	
40	60%

Que: - $16\frac{2}{3}\% \uparrow, 14\frac{2}{7}\% \downarrow, 12.5\% \uparrow, 11\frac{1}{9}\% \downarrow$

$\frac{1}{6}\% \uparrow$	$\frac{1}{7}\% \downarrow$	$\frac{1}{8}\% \uparrow$	$\frac{1}{9}\% \downarrow$
कुं	नं.		
6	7		
7	8		
8	9		
9	8		
<hr/>			
1	1		

→ No change dry.

* सापेक्ष परिवर्तन :-

Que: - एक संख्या 20% से बढ़ाया गया वास्तविक संख्या प्राप्त करने के लिए उसे कितने % कम करना होगा?

Sol: -

$100 \xrightarrow{20\% \uparrow} 120$
 $\frac{20}{120} \times 100 = 16\frac{2}{3}\%$

पहले वृद्धि (↑) फिर कमी (↓)

$\left(\frac{1}{5}\right) \rightarrow \frac{1}{6}$ $\left(\frac{1}{4}\right) \rightarrow \frac{1}{5}$ $\left(\frac{1}{7}\right) \rightarrow \frac{1}{8}$ $\left(\frac{3}{8}\right) \rightarrow \frac{3}{11} \rightarrow (3+8)$

(अंश+हर)

Que: - एक संख्या को 20% से कम किया गया पुन उसे कितने से बढ़ाया जायेगी वास्तविक संख्या प्राप्त हो?

$100 \xrightarrow{20\% \downarrow} 80 \Rightarrow \frac{20}{80} \times 100 = 25\%$

पहले कमी (↓) फिर वृद्धि (↑)

$\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{4} \leftarrow (\text{हर-अंश})$, $\frac{2}{5} \Rightarrow \frac{2}{3} \leftarrow (5-$

$$\left[\begin{array}{l} \text{क्षेत्रफल} = \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \\ \text{कुल मूल्य} = \text{कीमत} \times \text{मात्रा} \end{array} \right]$$

Que: - चीनी का मूल्य 37.5% बढ़ने के कारण उसके खपत में कितने % कमी की जायेगी कुल खर्चा समान रहे?

Sol $37.5\% (\uparrow) \rightarrow \frac{3}{8} \uparrow \Rightarrow \frac{3}{11} \downarrow = 27.27 / 27\frac{2}{11} \% \underline{\text{Ans}}$

Que - एक आपत की लं० को 25% से कम किया गया चौड़ाई कितने % बढ़ाई जाएगी क्षेत्रफल समान रहे?

Sol: - $\frac{1}{4} \% \downarrow \Rightarrow \frac{1}{3} \uparrow = 33.33\% \underline{\text{Ans}}$

Que: - चाय का मूल्य 7% से बढ़ गया एक दुकान को खपत में कितने % की कमी करनी होगी कि कुल खर्चा समान रहे?

Sol: - $100 \rightarrow 107 \Rightarrow \frac{7}{107} \times 100 = \frac{700}{107} \%$

$\frac{58}{100} \uparrow \rightarrow \frac{7}{107} \downarrow \Rightarrow \frac{7}{107} \times 100 = 6\frac{58}{107} \% \underline{\text{Ans}}$

Que: - AC की कीमत में 10% की वृद्धि होने के कारण, उसकी बिक्री में 10% की कमी हो गई, राजस्व पर प्रभाव बता कीजिए

Sol: - $\begin{array}{l} \text{मूल्य} \times \text{मात्रा} = \text{खर्चा} \\ 10 \quad 10 \quad = 100 \\ 9 \quad 9 \quad = 99 \end{array} \quad 1\% \text{ कमी}$

Que: - किसी आयत की लं० को 30% बढ़ाया गया तथा बसकी चौड़ाई को 20% से कम किया गया तो क्षेत्र० पर कुल प्रभाव बता कीजिए?

Sol: - $\text{Area} = \text{लं०} \times \text{चौ०}$

$4\% \uparrow \left(\begin{array}{l} 100 = 10 \times 10 \\ 104 = 13 \times 8 \end{array} \right)$

Que: - चीनी का मूल्य 20% बढ़ाया यदि 56% अतिरिक्त खर्चा मान्य है तो खपत पर % प्रभाव बता कीजिए?

$\text{मूल्य} \times \text{मात्रा} = \text{खर्चा}$

$10 \times 10 = 100$

$12 \times \frac{x}{13} = 156$

$x = \frac{156}{12} = 13$

$3 \times 100 = 30\% \uparrow \underline{\text{Ans}}$

Que: - एक सरंभा को 25% कम करने से 225 प्राप्त होता है, वस्तु सरंभा को कितने % से बढ़ाया जाए की 315 प्राप्त हो?

$$225 \rightarrow 75\%$$

$$315 \rightarrow \frac{75}{225} \times 315 = 125\% \Rightarrow 25\% \uparrow \underline{\text{Ans}}$$

Que: - एक वस्तु की कीमत 10% बढ़ाई गई, फिर एक बार और 20% से कीमत बढ़ाने पर मूल्य 33 रु. हो जाता है तो वस्तु का वास्तविक मूल्य ज्ञात कीजिए।

$$100 \xrightarrow{10\%} 110 \xrightarrow{+22} 132 \rightarrow \frac{33}{132} \times 100 = 25 \underline{\text{Ans}}$$

x use की क्या है

$$p \times \frac{110}{100} \times \frac{120}{100} = 33$$

08

old	New
10	11
5	6
<hr/>	<hr/>
10x5	11x6
5	33
<hr/>	<hr/>
25	33

Ans

* कीमत वृद्धि या कमी:

Que-① गेहूँ के मूल्य में 30% वृद्धि होने के कारण एक व्यक्ति 4 रु. में 3 kg गेहूँ कम खरीद पाता है, गेहूँ का मूल्य ज्ञात कीजिए।

Que-② चीनी के मूल्य में 20% कमी होने के कारण एक व्यक्ति 120 रु. में 3 kg चीनी अधिक खरीद पाता है, चीनी का नया व पुराना मूल्य ज्ञात कीजिए?

Sol-① 30% ↑ 40 रु. 3 kg

माना मूल्य (Price) = x

नया मूल्य = $\frac{130}{100}x = 1.3x$ Real Method

$$\frac{40}{x} - \frac{40}{1.3x} = 3$$

40 रु. का 30% = 3 kg

3 kg = 12 रु.

1 kg = 4 रु. नया मूल्य

Sol-2

20% ↓

120 रु.

3 kg ↑

$$120 \text{ रु. का } 20\% = 3 \text{ kg}$$

$$3 \text{ kg} = 24 \text{ रु.}$$

$$1 \text{ kg} = 8 \text{ रु.} \rightarrow \text{नया मूल्य}$$

$$\text{वा. मूल्य का } 80\% = 8 \text{ रु.}$$

$$\text{वा. मू.} = \frac{8}{80} \times 100 = 10 \text{ रु.} \leftarrow \text{तारत्विक } \underline{\text{Ans}}$$

Que-1 संतरे की कीमत में 21% कमी होने के कारण, 100 रु में 2 संतरे ज्यादा आते हैं, संतरे की कीमत बात कीजिए!

Sol:-

$$100 \text{ रु. का } 21\% = 21$$

$$21 \text{ रु.} = 21$$

$$\text{संतरे} = 100 - 21 = 79 \text{ रु.}$$

Que-2 अंडों के मूल्य में 30% वृद्धि होने के कारण, 7.80 रु. में 3 अंडे कम आते हैं अंडों का प्रति दर्जन मूल्य बात कीजिए

$$7.80 \text{ रु. का } 30\% = 3 / 780 \text{ Paise का } 30\% = 3 \text{ egg}$$

$$\frac{780}{100} \times \frac{30}{100} = 3$$

$$\frac{234}{8} = 3$$

$$\frac{936}{8} = 117$$

$$234 \text{ Paise} = 3 \text{ egg}$$

$$\times 4 \quad \times 4$$

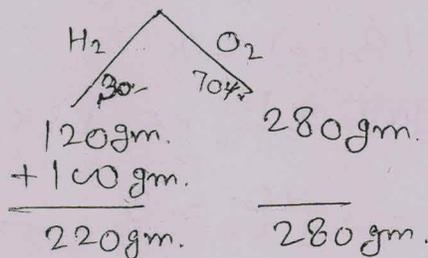
$$936 \text{ P.} = 12 \text{ egg}$$

$$9.36 \text{ रु. } \underline{\text{Ans}}$$

* मिश्रण *

Q.1 400 gm. पर्याप्त में 30% हाइड्रोजन(H) तथा शेष ऑक्सीजन है यदि 100 gm. H और भिन्ना हि जाए तो नए मिश्रण में H का % बात कीजिए?

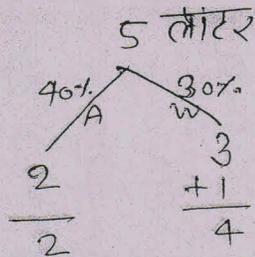
400 gm



$$H_2 (\%) = \frac{220}{500} \times 100 = 44\% \underline{\text{Ans}}$$

Q.2 40% एल्कोहल के 5 liter घोल में एक लीटर पानी मिला दिया गया, नए घोल में एल्कोहल की क्षमता बात कीजिए?

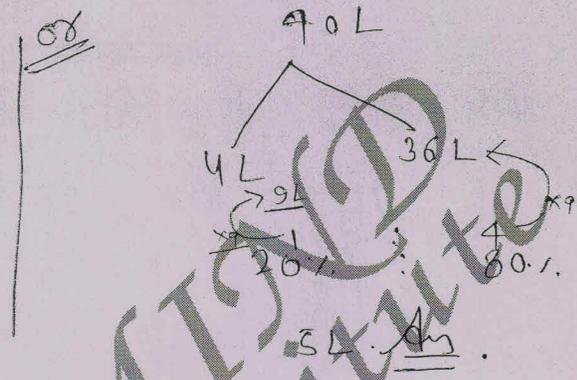
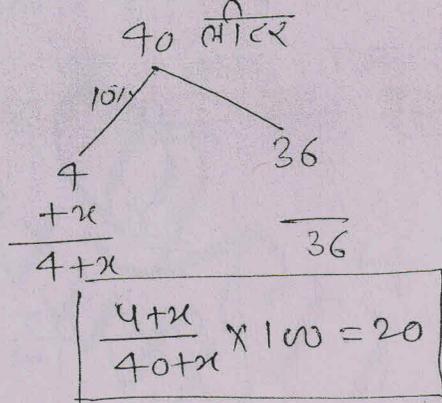
Sol:-



$$A(\%) = \frac{2}{6} \times 100 = 33\frac{1}{3}\% \text{ Ans.}$$

Que - कुछ व पानी के 40L मिश्रण में 10% पानी है इसमें और कितना पानी मिलाया जाए की घानी की मात्रा 20% हो जाए?

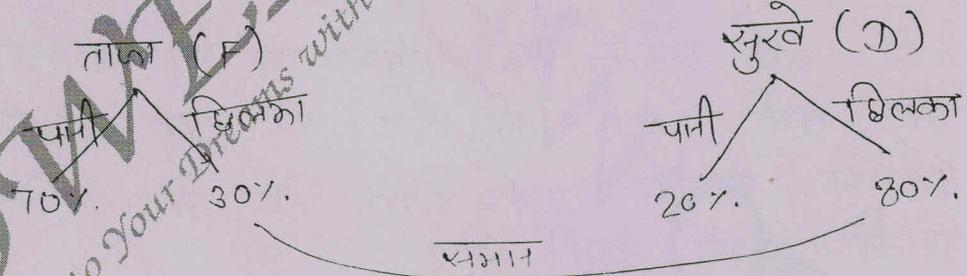
Sol:-



Imp

Que:- ताजा अंगुरों में 70% पानी की मात्रा है, तथा सुखे अंगुरों में पानी 20% है 80kg ताजा अंगुर सुखने पर कितने kg सुखे अंगुर प्राप्त होंगे?

Sol:-



$$30\% \text{ of } F = 80\% \text{ of } D$$

$$\frac{F}{D} = \frac{80}{30} = \frac{8}{3} \rightarrow 80\text{kg}$$

$$3 \rightarrow 30\text{kg} \text{ Ans.}$$

* जनसंख्या पर आधारित प्रश्न *

Q. ① एक शहर की जनसंख्या 180000 थी पह हर वर्ष 10% से बढ़ती है, तो दो वर्ष बाद जनसंख्या क्या होगी?

Sol:-

$$\frac{100}{+10} \rightarrow 180000$$

$$\frac{110}{+11} \rightarrow 180000 \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}$$

$$\frac{121}{121} \rightarrow \frac{180000}{100} \times 121$$

$$= 217800 \text{ Ans.}$$

Q. एक गाँव की जनसंख्या हर वर्ष 10% से कम हो रही है, यदि उस गाँव की वर्तमान जनसंख्या 8100 तो दो वर्ष पहले गाँव की जनसंख्या क्या रही होगी?

Sol: -
$$\begin{array}{r} 100 \\ -10 \\ \hline 90 \\ -9 \\ \hline 81 \end{array} \rightarrow 8100$$

$$\frac{8100}{81} \times 100 = 10000 \text{ Ans}$$

$$8100 = N \times \frac{90}{100} \times \frac{90}{100}$$

Q. एक मशीन की कीमत 6250 रु. है, यह पहले वर्ष 10%, दूसरे वर्ष 20%, कम होती है तथा तीसरे वर्ष 30% की दर से कम होती है, तो 3 वर्ष बाद मशीन की कीमत का क्या होगा?

Sol: -
$$\begin{array}{r} 100 \\ -10 \\ \hline 90 \\ -20 \\ \hline 70 \\ -30 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 10\% & 20\% & 30\% \\ \frac{1}{10} \downarrow & \frac{1}{5} \downarrow & \frac{3}{10} \downarrow \\ \text{उ.} & \text{म.} & \\ 10 & 9 & \\ 5 & 4 & \\ \hline 10 & 7 & \\ \hline 10 \times 5 \times 10 & 9 \times 4 \times 7 & \\ 250 & 252 & \\ \rightarrow 6250 & 126 \rightarrow 1 & \end{array}$$

$$6250 \times \frac{90}{100} \times \frac{80}{100} \times \frac{70}{100}$$

Q. दो वर्ष पहले एक पेपर का पेज लगाया गया, जिसके ऊँचाई हर वर्ष 20% की दर से बढ़ रही है, यदि उसकी वर्तमान ऊँचाई 540 cm. हो तो उसे लगाने के समय उसकी ऊँचाई क्या थी?

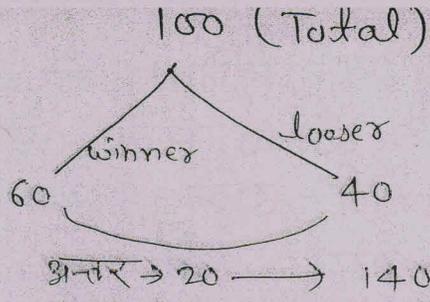
Sol: -
$$\begin{array}{ccc} 20\% & = & \frac{1}{5} \\ \text{पुरानी} & \text{नई} & \\ 5 & 6 & \\ 5 & 6 & \\ \hline 25 & 36 & \\ \rightarrow 540 & & \\ 325 \text{ Ans} & & \end{array}$$

$$H \times \frac{120}{100} \times \frac{120}{100} = 540$$

* चुनाव पर आधारित प्रश्न *

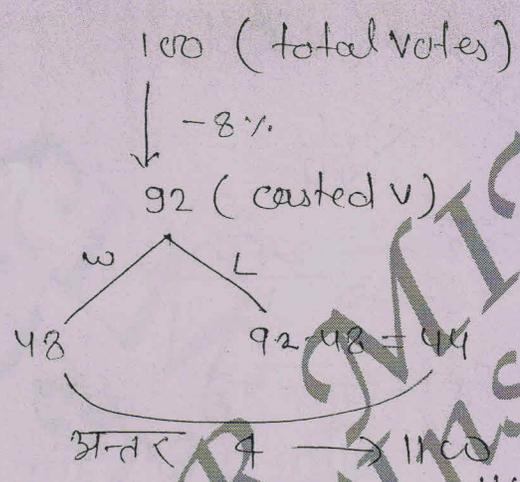
2. ① दो उम्मीदवारों के एक चुनाव में विजेता को कुल मतों के 60% मिले तथा वह 14000 मतों से विजयी हुआ, कुल मतों की संख्या ज्ञात कीजिए?

Sol :-



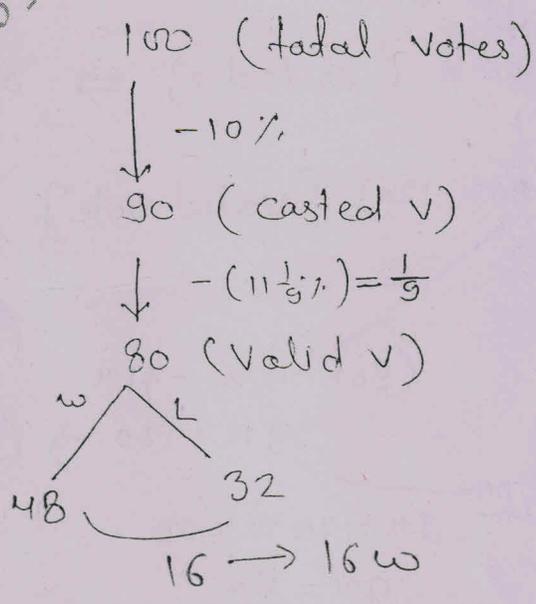
$$100 - \frac{14000}{20} \times 100 = 70000 \text{ Ans.}$$

Q. ② दो उम्मीदवारों के चुनाव में 8% ने वोट नहीं डाला, विजेता को कुल मते 48% मत मिले तथा वह 1100 मते से जित गया, कुल मते की संख्या ज्ञात कीजिए?



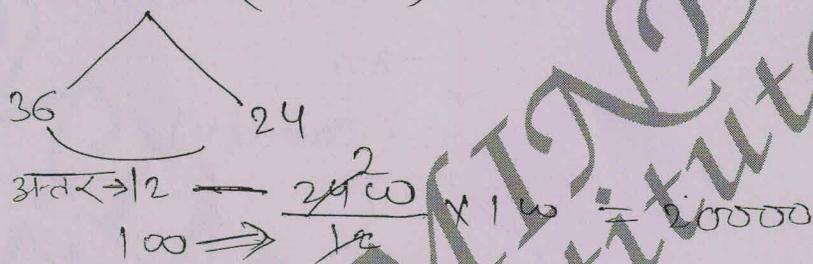
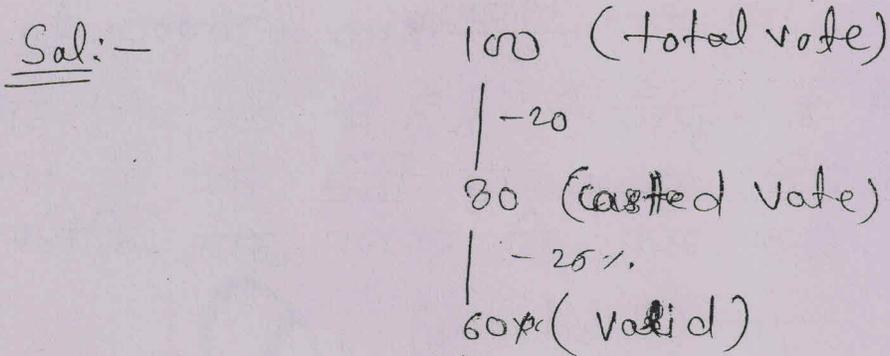
$$100 - \frac{1100}{4} \times 100 = 27500 \text{ Ans.}$$

Q. ③ दो उम्मीदवारों के चुनाव में विजेता को वोट के 60% मत मिले, तथा वह 16000 मते से विजय हुआ, यदि 10% लोगो ने वोट नहीं डाला, तथा 11 1/3% मत अवैध घोषित कर दिए तो कुल मते की संख्या ज्ञात कीजिए

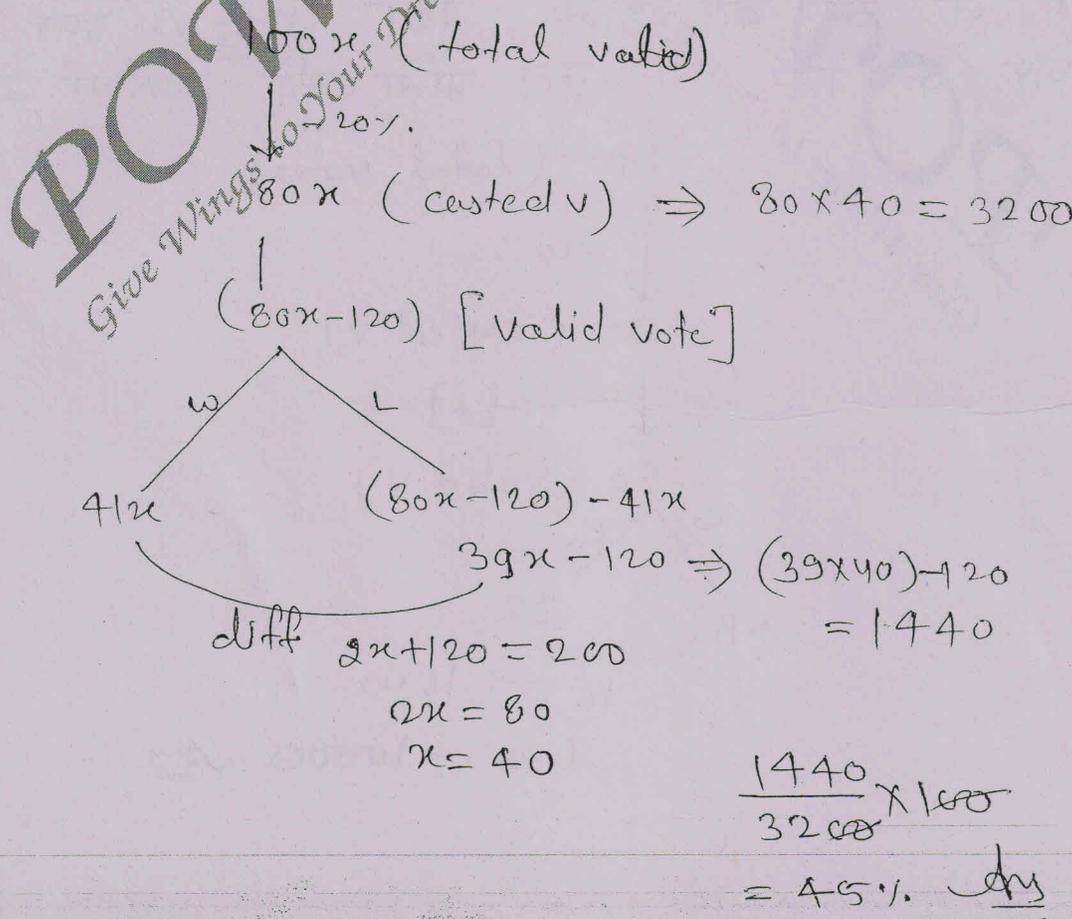


$$100 - 10000 \text{ Ans.}$$

Que - दो उम्मीदवारों के चुनाव विजेता को वेंच मतों के 60% मत मिले, तथा वह 2400 मतों से जीत गया, यदि 20% लोगो ने मत नहीं डाला तथा 25% मत अवैध घोषित कर दिए गए तो कुल मतों की संख्या?



Que:- दो उम्मीदवारों के चुनाव में 20% लोगो ने वोट नहीं डाला, तथा 120 मत अवैध पाये गये विजेता को मतदाता सुची 41% मत मिले तथा 200 मतों से जीत गया हारने वाले उम्मीदवार को डाले गये मतों के कितने % मत प्राप्त हुए?



Q. - दा इम्मीटवार को 2500 मत अवैध घोषित किए गए। जिसे बाद इम्मीटवार को वैध मतों के 55% मत मिले तथा वह 2000 मतों से जीता। कुल मतदाताओं की संख्या बता कीजिए ?

$100x$ (vote)
 $\downarrow - 10\%$
 $90x$ (casted vote)

\downarrow
 $(90x - 2500)$ (valid vote)

अंतर $\rightarrow (90x - 2500) \frac{55}{100} - (90x - 2500) \frac{45}{100} = 2000$

$\frac{(90x - 2500)}{100} [55 - 45] = 2000$

$\Rightarrow 90x - 2500 = 20000$

$\Rightarrow x = \frac{20000 + 2500}{90}$

$x = \frac{22500}{90} = 250$

कुल मतदाता = $250 \times 100 = 25000$ Ans.

* कमीशन पर आधारित प्रश्न *

Q. ① एक विक्रेता को पहले 10000 रु पर 5% कमीशन मिलता है तथा उसके बाद 4% कमीशन दिया जाता है, यदि वह अपना कमीशन काटकर कंपनी में 31000 रु. कमा करता तो उसका कुल विक्रय बता कीजिए ?

सल: माना कुल विक्री = x

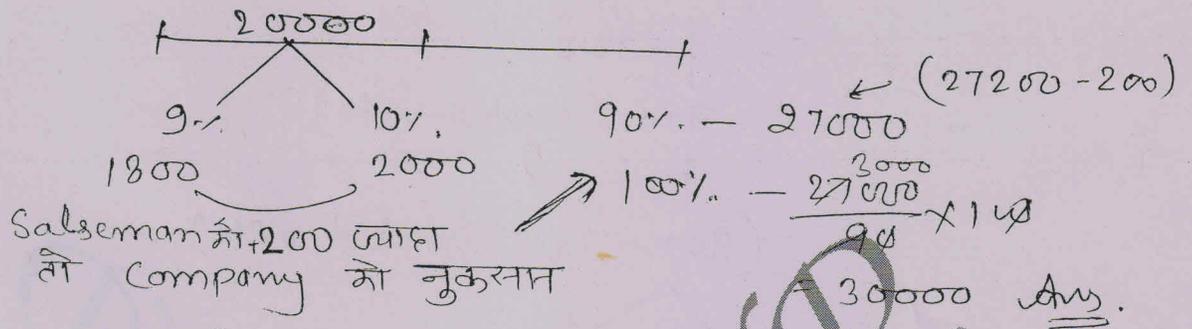
$x - \left[\left(10000 \times \frac{5}{100} \right) + (x - 10000) \times \frac{4}{100} \right] = 31000$ } long.

$31000 + 1000 = 32000$
 $96\% \rightarrow 32000$
 $100\% \rightarrow 32500$ Ans.

Salesman को 100 का टुकड़ा से 50000 को 10000 का प्रयाग

Que:- एक बिगैता को पहले 20000 रु. पर 9% कमीशन मिलता है, तथा दूसरे अधिक की बिक्री पर 10% कमीशन मिलता है, यदि वह अपना कमीशन काटकर 27200 रु. जमा करता है, कुल बिगैती बात करे

Sol:-



* परीक्षा पर आधारित प्रश्न:-

Que- एक परीक्षा में पास होने के लिए 40% अंकों अनिवार्य हैं, एक विद्यार्थी को 220 अंकों प्राप्त होते हैं और वह 20 अंकों से असफल हो जाता है तो परीक्षा के अधिकतम अंकों बात कीजिए?

Pass mark = 40%

$$220 + 20 = 240$$

$$40\% \rightarrow 240$$

$$100\% \rightarrow \frac{240}{40} \times 100 = 600 \text{ Ans.}$$

Que:- एक विद्यार्थी को परीक्षा में 20% अंकों प्राप्त होते हैं, और वह 30 अंकों से असफल हो जाता है, दूसरे विद्यार्थी को 32% अंकों प्राप्त होते हैं, और 42 अंकों से सफल हो जाता है कुलीन अंकों का प्रतिशत बात कीजिए

$$20\% \text{ of } x + 30 = 30\% \text{ of } x - 42$$

$$72 = 12\% \text{ of } x$$

$$600 = 100\% \text{ of } x$$

$$\text{Pass marks} = (20\% \text{ of } 600) + 30 \\ = 150$$

$$\frac{150}{600} \times 100 = 25\% \text{ Ans.}$$

Que:- एक परीक्षा में पास होने के लिए 40% अंकों अनिवार्य हैं, विद्यार्थी A को पास होने वाले अंकों से 10% कम प्राप्त हुए, विद्यार्थी B को A से $1\frac{1}{9}\%$ से कम प्राप्त हुए

तथा विद्यार्थी C का A व B के कुल अंका से $41\frac{1}{17}\%$ कम प्राप्त हुए. C को कितने % अंक प्राप्त हुए?

Sol:- कुल अंक = 100

पास = 40

A

B

C

$$40 - 4 = 36$$

$$36 - 4 = 32$$

$$68 - 28 = 40$$

$$11\frac{1}{9}\% = \frac{1}{9}$$

$$(36 \times \frac{1}{9})$$

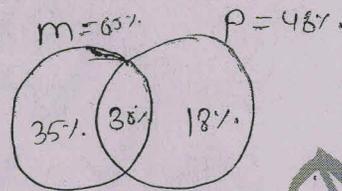
$$40\% \underline{\text{Ans}}$$

$$41\frac{3}{17}\% = \frac{7}{17}$$

$$(68 \times \frac{7}{17})$$

Que:- एक परीक्षा में 65% छात्र गणित में पास हुए, 48% भौतिकी में पास हुए, और 30% छात्र दोनों में पास हुए ज्ञात कीजिए कितने % छात्र दोनों विषयों में फेल हुए?

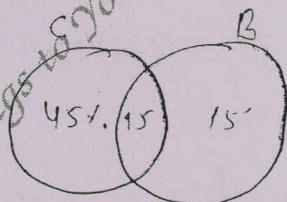
Sol:-



$$\text{Total Pass} = 35 + 30 + 18 = 83$$

$$\text{Fail} = 100 - 83 = 17\% \underline{\text{Ans}}$$

Que- एक गाँव में 60% परिवारों के पास एक गाध है, 30% परिवारों के पास बोन है, और 15% परिवारों के पास एक गाध और एक बोन है। कुल 96 परिवार हैं, कितने परिवारों के पास एक भी गाध या बोन नहीं है?



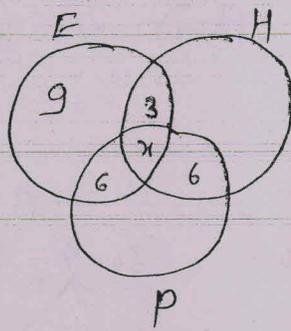
$$45 + 15 + 15 = 75\%$$

$$100 - 75 = 25\%$$

$$25\% \text{ of } 96 = 24 \underline{\text{Ans}}$$

Que: 50 विद्यार्थियों को एक कक्षा में 23 विद्यार्थी अंग्रेजी बोलते हैं, 15 विद्यार्थी हिन्दी बोलते हैं, तथा 18 विद्यार्थी पंजाबी बोलते हैं सिर्फ तीन विद्यार्थी अंग्रेजी व हिन्दी दोनों बोलते हैं, 6 विद्यार्थी हिन्दी व पंजाबी बोलते हैं, 8 विद्यार्थी अंग्रेजी व पंजाबी बोलते हैं. तथा 9 विद्यार्थी केवल अंग्रेजी बोलते हैं? कितने तीनों बोलते हैं?

Sol:-



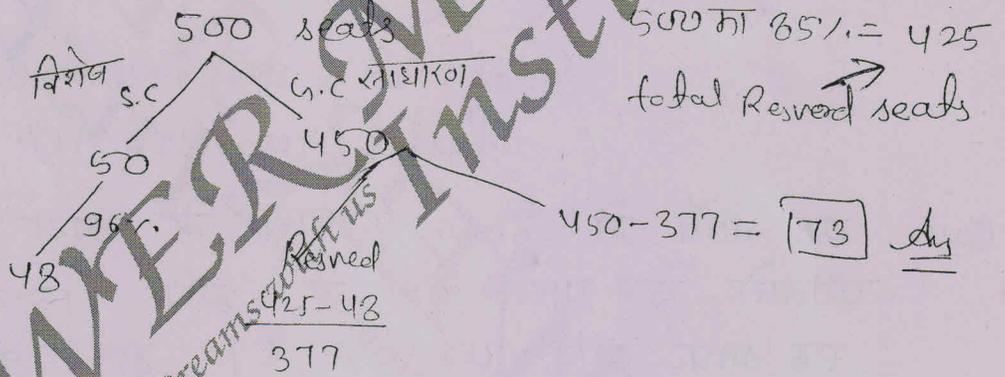
$$\therefore 9 + 3 + 6 + x = 23$$

$$18 + x = 23$$

$$x = 5 \text{ Ans.}$$

Que - एक प्रश्नपत्र में सीटों की कुल संख्या 500 है जिसमें से 10% सीट विशेष वर्ग के लिए, तथा शेष सीटें सामान्य वर्ग के लिए आरक्षित हैं, यदि इसकी कुल क्षमता की 85% सीटें आरक्षित हैं, तथा जिसमें से विशेष वर्ग 96% सीटें आरक्षित हैं तो सामान्य वर्ग की कितनी सीटें खाली थीं?

Sol:-



Que:- 20 kg ताजे तरबूज में 96% पानी है, कुछ समय बाद इसमें 95% पानी रह जाता है, तरबूज का वर्तमान वजन ताजे कीजिए

Sol:-

5% of fresh water = 5% of Dry water.

$$\frac{F}{D} = \frac{5}{4} \rightarrow 20 \text{ kg}$$

$$\rightarrow 16 \text{ kg Ans.}$$

Que:- ताजा अंगुरों में 80% जल तथा सुखे अंगुरों में 30% जल है, 60 kg सुखे अंगुर प्राप्त करने के लिए कितने kg ताजे अंगुरों की आवश्यकता होगी

Sol:-

20% of F = 70% of D ← घिल्ला

$$\frac{F}{D} = \frac{7}{2} \rightarrow \times 30 = 210 \text{ kg Ans.}$$

$$\rightarrow 60$$

Que - ① आयत की ल० $16\frac{2}{3}\%$ से बढ़ाया गया तथा आयत $14\frac{2}{7}\%$ से कम किया गया. क्षेत्रफल पर प्रभाव ज्ञात करें

Que - ② एक सरंखा में क्रमागत रूप से निम्न परिवर्तन किए गए $14\frac{2}{7}\%$ ↑, $37\frac{1}{2}\%$ ↓, $12\frac{1}{2}\%$ ↓, $11\frac{1}{9}\%$ ↑
सरंखा पर कुल प्रभाव ज्ञात कीजिए?

Que: - ③ गेहूँ के मूल्य में 40% कमी होने के कारण 150 रु में 10 kg गेहूँ खाना जाता है, 1 kg गेहूँ का मूल्य ज्ञात कीजिए?

Imp. Que: - ④ Income Tax की दर 19% होने से कुछ आय 1% से कम हो जाती है, Income Tax की दर ज्ञात कीजिए?

Sol - ④ 19% of IT = 1% of NI

$\frac{IT}{NI} = \frac{1}{19}$	Income Tax (IT) = 100	Income Tax = 10 रु	NI (शुद्ध) = 90 रु
$NI = 1 + 19 = 20$		$\frac{2}{10} \times 100$	
Rate = $\frac{1}{20} \times 100 = 5\%$		12 ↑	88 रु
		20%	

→ 20% of IT = $\frac{20}{9}\%$ of ↑

Que: - ⑤ चीनी के दाम 40% बढ़ने पर उसकी खपत में 40% कमी कर दी गई, जिससे कुल खर्चा 16% कम हो गए वास्तविक खपत की मात्रा ज्ञात कीजिए?

Que - ⑥ एक धनांक की ल० को 10% से बढ़ाया गया उसकी चौ० व आयत को क्रमशः 20% व 30% घटाया गया आयत पर प्रभाव ज्ञात कीजिए?

Que - ⑦ एक सोपनी अपनी आय का निश्चित भाग बचाता है, वह वह 20 महीने में ही एक कार खरीद सके, यदि वह इसी कार को 18 महीने में खरीदना चाहे, तो बचत में कितने % कमी / ह्रास करनी होगी?

Sol: -

180 रु.

20 महीने 18 महीने

9 रु month 10 रु month

$\% \uparrow = \frac{1}{9} \times 100$

$= 11\frac{1}{9}\%$

Sol-①

ल० x यौ० = क्षेत्रफल

$$16 \frac{2}{3} \rightarrow \frac{1}{6} \uparrow \quad \begin{matrix} 6 & 7 & = & 42 \\ 7 & 6 & = & 42 \end{matrix}$$

$$14 \frac{2}{7} \rightarrow \frac{1}{7} \downarrow$$

No change

Sol-②

$$14 \frac{2}{7} \uparrow, 37 \frac{1}{2} \% \downarrow, 12 \frac{1}{2} \% \downarrow, 11 \frac{1}{9} \% \uparrow$$

$$\frac{1}{7} \% \uparrow \quad \frac{3}{8} \% \downarrow \quad \frac{1}{8} \% \downarrow \quad \frac{1}{9} \% \uparrow$$

पुरानी

नई

7

8

8

5

8

7

9

10

72

50

22 कमी

$$\frac{11}{22} \times 100 = \frac{1100}{36} \%$$

Sol-③

$$150 रु का 40\% = 10 kg$$

$$60 रु = 10 kg$$

$$1 kg = 18 रु. \underline{Ans.}$$

Sol-⑤

किमत

मित्री (खपत) = खर्च

$$40\% \uparrow \quad \begin{matrix} 10 \\ 14 \end{matrix}$$

$$10 = 100$$

$$\frac{84}{14} = 6$$

$$84 \downarrow = 16\% \downarrow$$

$$10 - 6 = 40 kg.$$

$$4 = 40 kg$$

$$\therefore 10 = 100 kg \underline{Ans.}$$

Sol-⑥

$$ल० = 10 \uparrow = \frac{1}{10} \% \uparrow, \text{ यौ०} = 20\% \downarrow, \text{ ऊँ} = 30\% \uparrow \downarrow$$

$$\downarrow \frac{1}{5} \% \downarrow$$

$$\frac{3}{10} \% \downarrow$$

ल० x यौ० x ऊँयारि = आयतन

$$\begin{matrix} 10 & 5 & 10 & = & 500 \\ 11 & 4 & 7 & = & 308 \end{matrix}$$

$$\frac{192}{500} \times 100 = 38.4\% \downarrow \underline{Ans.}$$

$$\frac{192}{500} \times 100$$

$$= 38.4\% \downarrow \underline{Ans.}$$

लाभ-हानि
PROFIT & LOSS

~~✗~~ लाभ / हानि (Profit/Loss) ~~✗~~

CP → क्रय मूल्य

लाभ

हानि

$SP > CP$

$CP > SP$

SP → विक्रय मूल्य

$P = SP - CP$

$L = CP - SP$

$\% P = \frac{P}{CP} \times 100$

$\% L = \frac{L}{CP} \times 100$

CP	SP	% P	% L
700	1000	$\frac{300}{700} \times 100 = 42.84\%$	-

800	650	-	$\frac{150}{800} \times 100 = \frac{3}{16} \times 100 = 18\%$
-----	-----	---	---

CP	SP	% P	% L
500	130% of 500 = 650	30%	-

700	80% of 700 = 560	-	20%
-----	------------------	---	-----

CP का 130% = 520	520	30%	-
$CP = \frac{520}{130} \times 100 = 400$			

CP का 80% = 720	720	-	20%
$CP = \frac{720}{80} \times 100 = 900$			

Que :- 780 रु. में बेचने पर एक वस्तु पर 30% का लाभ होता है, नया विक्रय मूल्य क्या होगा अगर 10% हानि पर बेचा जाए ?

$130\% = 780 \text{ रु.}$

$90\% = \frac{780}{130} \times 90 = 540 \text{ रु.}$

Que - एक वस्तु को 840 पर बेचने पर 20% का लाभ होता है, नया विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए अगर वस्तु को 30% लाभ पर बेचा जाए ?

120% — 840

130% — $\frac{840}{120} \times 130 = 910$ Ans.

7 गुना

* यदि दो वस्तुओं का विक्रय मू. या क्रय मू. समान हो -

① क्रय मू. समान :- यदि दो समान CP वाली वस्तुओं को बेचने से एक से 12% हानि तथा दूसरे से 12% लाभ हो, तो कुल विक्रय पर न हानि न लाभ होगी।

Ex :-

$CP_1 = 10000$	$P\% = 20\%$	$SP_1 = 12000$
$CP_2 = 10000$	$L\% = 20\%$	$SP_2 = 8000$
<u>T. CP = 20000</u>		<u>T. SP = 20000</u>

No Profit, No Loss

② विक्रय मू. समान :- यदि दो समान SP मूल्य वाली वस्तुएँ बेची जाए जिसमें एक पर 12% लाभ तथा दूसरी पर 12% हानि हो तो कुल विक्रय में हमेशा हानि होगी तथा हानि % हमेशा $\left\{ \frac{R^2}{100} \right\}$ होगा।

Ex :-

$SP_1 = 9600 \text{ ₹}$	$P\% = 20\%$	$CP_1 = \frac{9600}{120} \times 100 = 8000 \text{ ₹}$
$SP_2 = 9600 \text{ ₹}$	$L\% = 20\%$	$CP_2 = \frac{9600}{80} \times 100 = 12000 \text{ ₹}$
<u>T. SP = 19200</u>		<u>T. CP = 20000</u>

Loss = 800 ₹.

$\therefore L = \frac{800}{20000} \times 100 = 4\%$

Ques → दो कारों में से प्रत्येक कार को 200000 ₹ में बेचा गया, जिसमें से एक पर 10% लाभ तथा दूसरी पर 10% हानि हुई, कुल विक्रय पर % L व % P ज्ञात कीजिए?

Sol :- $\frac{10 \times 10}{100} = 1\% \text{ Loss Ans.}$

$\% P = 10\% = \frac{1}{10} \rightarrow P$		
$\frac{1}{10} \rightarrow CP$		
$\% L = 10\% = \frac{1}{10} \rightarrow L$		
$\frac{1}{10} \rightarrow CP$		
CP	SP	
90 = 10 × 9	11 × 9 = 99	
110 = 10 × 11	9 × 11 = 99	
200	198	

$L\% = \frac{2}{200} \times 100 = 1\% \text{ Ans.}$

Ques :- दो T.V. एक प्रत्येक 8000 ₹ के हिसाब से बेचे गये, यदि एक पर 33.33% लाभ तथा दूसरी पर 20% हानि हुई हो, तो विक्रय पर % L या % P ज्ञात करें।

Sol :-

$$P\% = 33.33\% = \frac{1}{3}$$

$$L\% = \frac{1}{5}$$

CP	SP
3	4
5	4
8	8

No Profit, No Loss
Ans.

~~$\frac{100}{100} \times 100 = 100\%$~~

Que :- एक व्यक्ति ने वस्तुएँ प्रत्येक 7895 रु. से बेची, जिससे कुल विक्रय पर न तो लाभ न हानि हुई, यदि एक वस्तु पर 25% P हुआ हो, तो दूसरी वस्तु पर हानि % बताई

Sol :- $P\% = \frac{1}{4}\%$

CP SP
4 5
(10-4) → $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$
 $\frac{1}{6} \times 100 = 16\frac{2}{3}\%$ Loss Ans

Que - एक घर तथा दुकान प्रत्येक ~~रुपये~~ 1 लाख रुपये में बनें गये, यदि घर को 20% हानि पर तथा दुकान को 20% लाभ पर बेचा गया, तो कुल लाभ या हानि रुपये में बता कीजिए

Sol :- $L\% = \frac{20 \times 20}{100} = 4\%$

Total SP = 1 लाख + 1 लाख = 2 लाख

96% → 2 lac

4% → $\frac{2}{96} \times 4$ लाख = $\frac{1}{12}$ लाख Ans.

Que :- यदि दो वस्तुओं में से प्रत्येक 7500 रु. में बेची गई जिसमें एक पर 50% हानि व दूसरी पर 50% लाभ हुआ कुल लाभ या हानि रुपये में बता कीजिए।

$L\% = \frac{50 \times 50}{100} = 25\%$

Total SP = 7500 + 7500 = 15000

~~15000~~
~~7500~~ × 25 = 2500

75% → 15000

~~2500 रु.~~ Ans.

25% → $\frac{15000}{375} \times 25 = 5000$ रु. Ans.

* विक्रय मू. पर अतिशत लाभ / अतिशत हानि की गणना:-

Que:- यदि विक्रय मू. पर लाभ 20% हो, तो वास्तविक लाभ ज्ञात कीजिए।

$$20\% = \frac{L}{5} \rightarrow P$$

$$CP = 4$$

$$\%P = \frac{L}{CP} = \frac{1}{4} = 25\% \text{ Ans.}$$

Que:- यदि विक्रय मू. पर हानि 33.33% है, तो क्रय मू. पर हानि % कितना होगा।

$$L\% = 33.33\% = \frac{1}{3} \rightarrow L$$

$$CP \rightarrow 4$$

$$\%L = \frac{L}{CP} = \frac{1}{4} = 25\% \text{ Ans.}$$

Que:- दो वस्तुएँ प्रत्येक 20% लाभ पर बेची जाती हैं, यदि पहली पर लाभ % की गणना क्रय मू. तथा दूसरी कि वि. मू. पर कि गई, तथा समान मूल्य पर बेचा गया। यदि उनके लाभों का अंतर 85 रु. हो, तो प्रत्येक का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

Sol: $P\% = 20\% = \frac{1}{5} \rightarrow P$ $CP \Rightarrow 6$ $SP \Rightarrow 6$

$$P\% = 20\% = \frac{1}{5} \rightarrow P$$

$$5 \times 5 = 25 \quad 6 \times 5 = 30 \quad P = 5$$

$$4 \times 6 = 24 \quad 5 \times 6 = 30 \quad P = 6$$

$$6 - 5 = 1 \rightarrow 85 \text{ रु.}$$

$$30 \rightarrow 85 \times 30 = 2550$$

* SP व CP से संबंधित प्रश्न:-

Que:- 8 वस्तुओं का SP छ (8) वस्तुओं के CP के बराबर है। अतिशत लाभ या हानि ज्ञात कीजिए?

Sol:- $8 SP = 6 CP$

$$\frac{SP}{CP} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\%L = \frac{1}{4} = 25\% \text{ Ans.}$$

Que:- 6 थोड़े बेंचने पर एक दुकानदार को 2 थोड़े के विक्रय मू. के बराबर लाभ हुआ, % लाभ या हानि ज्ञात कीजिए?

Sol:- $6 SP - 6 CP = 2 SP$
 $4 CP = 4 CP$

$$\frac{SP}{CP} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}, \quad \%P = \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

Que:- 144 मुर्गियों का बचाव पर एक व्यापक को 6 मुर्गियाँ के बि. मू. का नुकसान हुआ % P था % L बात कीजिए?

Sol:- $144 CP - 144 SP = 6 SP$
 $144 CP = 150 SP$

$\frac{CP}{SP} = \frac{150}{144}$ % L = $\frac{6}{150} \times 100 = 4\%$ Ans.

Que:- 6 मुर्गियों को बेचने पर एक दुकानदार को 2 मुर्गियों के बि. मू. तथा 1 मुर्गी के CP का नुकसान हुआ तो % L था % P बात कीजिए?

$6 CP - 6 SP = 2 SP + 1 CP$

$5 CP = 8 SP$

$\frac{CP}{SP} = \frac{8}{5} = 37.5\%$ Ans.

Que:- 20 वस्तुओं का SP 2 वस्तुओं के CP के बराबर है यदि P, 25% हो तो % L का मान बात कीजिए

$20 SP = 2 CP$

% P = 25% = $\frac{1}{4} \rightarrow P \begin{matrix} \nearrow \times 5 \\ \searrow \times 5 \end{matrix} = \frac{5}{20}$

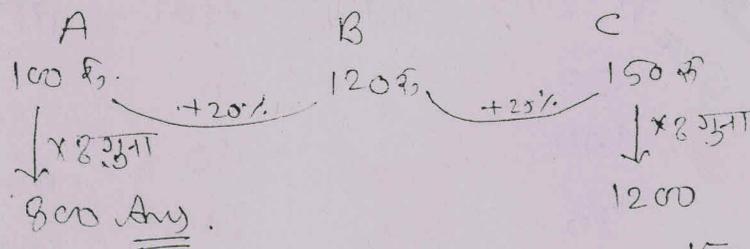
$\frac{SP}{CP} = \frac{2}{20}$

$SP = 20 + 5 = 25$ Ans.

* क्रमागत लाभ और हानि:-

Que:- A ने एक वस्तु B को 20% लाभ पर बेची, B ने वही वस्तु 25% लाभ पर C को बेची, यदि C ने उसकी लिए 1200 रु चुकाएँ, तो A के लिए उसकी किमत बात कीजिए?

Sol:-



यदि $150 - 1200$
 $100 - \frac{1200}{150} \times 100 = 8$

Que:- A ने एक वस्तु B को उसके मूल्य के $\frac{1}{5}$ लाभ पर बेची B ने वही वस्तु C को 20% लाभ पर बेची, C ने वह वस्तु 600 रु में बेची, जिससे उसे अपना लागत $\frac{1}{6}$ भाग का नुकसान हुआ, तो A के लिए CP बात कीजिए

Sal: - A B C
 100 रु. $\xrightarrow{+20\%}$ 120 $\xrightarrow{+20\%}$ 144 $\xrightarrow{(-\frac{1}{6})}$ 120 रु.
 \downarrow 5 गुना $144 \times \frac{1}{6} = 24$ $\left. \begin{array}{l} \times 5 \text{ गुना} \\ 600 \text{ रु} \end{array} \right\}$
 500 रु. Ans

* उतिशत लाभ या हानि में बदलाव:-

Que ① एक वस्तु को किसी मूल्य पर बेचने पर दुकानदार को 20% की हानि होती है, यदि इसे 90 रु. अधिक में बेचा जाता तो उसे 10% लाभ होता। वस्तु का CP ज्ञात कीजिए?

Sal: 110% of CP - 80% of SP = 90
 30% of CP = 90
 100% of CP = $\frac{90}{30} \times 100 = 300$ रु.

CP	SP
100	80
	110
30	90 रु.
100	300 रु.

Que:- एक मशीन को 10% लाभ पर बेचा गया, यदि इसे 80 रु. कम में बेचा जाता तो 10% की हानि होती, मशीन का CP का ज्ञात कीजिए?

CP	SP
100	110
	90
20	80 रु.
100	400 रु. <u>Ans</u>

Que:- एक वस्तु को 20% लाभ पर बेचा गया, यदि इसे 10% कम में खरीदा गया होता तथा 12 रु. कम में बेचा जाता तो 20% लाभ होता तो CP ज्ञात कीजिए?

Sal:-

CP	SP
100	110
90	108
2	12 रु.
100	600 रु. <u>Ans</u>

Que - एक वस्तु को 10% हानि पर बेचा गया, यदि इसे 25% कम में खरीदा जाता, तथा 45 रु. अधिक में बेचा जाता तो 40% लाभ होता, ~~CP ज्ञात कीजिए?~~ पहली स्थिति का SP ज्ञात करें?

CP	SP
100	90
75	105
15	45
90	270 रु. <u>Ans</u>

Que:- एक वस्तु का 10% लाभ पर बचा गया. यदि 100 रु. कम में खरीदा गया होता, तथा 20 रु. ज्यादा में बेचा गया होता, तो 20% लाभ होता, वस्तु का CP ज्ञात कीजिए।

Sol:-

CP	SP
$100x$	$110x$
$1000x - 100$	$110x + 20$

$$(1000x - 100) \frac{120}{100} = 110x + 20$$

$$1200x - 1200 = 1100x + 200$$

$$100x = 1400$$

$$x = 14$$

CP = 1400 रु. Ans

* D% & MP
(Discount) (Marked Price)
बट्टा अंशित मूल्य

Que:- एक वस्तु पर 30% का बट्टा दिया जाता है तथा इसे 210 में बेचा जाता है, अंशित मूल्य ज्ञात कीजिए?

Sol:-

$70\% \rightarrow \frac{210}{100} \times 100 = 300$ रु.	$70 \xrightarrow{30\% \text{ बट्टा}} 210$ $100 \xrightarrow{30\% \text{ बट्टा}} 300$ रु.
---	---

P%	D%	SP
4%	-	120% of CP
20%	-	85% of CP
15%	25%	75% of MP

Que:- यदि एक वस्तु को 10% तथा 20% के क्रमशः बट्टों पर बेचा जाए, तो कुल उभारवी बट्टा ज्ञात कीजिए?

Sol:- formula $\rightarrow D_1 + D_2 - \frac{D_1 \times D_2}{100}$

OR माना mp = 100 रु.

-10
90
-18
72

28%

Que:- एक वस्तु का MP 240 रु. है, इसे 10% तथा 5% के क्रमशः बट्टों के साथ बेचा जाता है, SP ज्ञात कीजिए

Sol:-

100 14.7	240 14.7	MP \rightarrow 240 \downarrow -10% 216 \downarrow 5% 205.2 रु. <u>Ans</u>
-----------------------------------	-----------------------------------	---

Que: - एक दुकानदार ने अपनी वस्तुओं का मूल्य 20% अधिक अंकित किया, तथा वह 30% का बट्टा देता है, उसका लाभ या हानि, बात करें?

Sol: -

CP	MP	SP
100	120	84

Loss = 16% Ans.

Que: - एक दुकानदार अपने ग्राहक को 10% का बट्टा देता है, तथा फिर भी वह 20% लाभ कमता है अंकित मूल्य बात कीजिए यदि CP 450 रु. हो?

Sol: -

MP	SP	CP	MP	CP	SP	MP
100	90	$\frac{90}{120} \times 100 = 75$	450	540	$\frac{540}{90} \times 100$	600
$\downarrow \times 6$		$\downarrow \times 6$				$\downarrow \times 6$
600 रु.		450				600 <u>Ans.</u>

(68)

$$120\% \text{ of CP} = SP = 90\% \text{ of MP}$$

$$\frac{CP}{MP} = \frac{90}{120} = \frac{3}{4} \rightarrow 450$$

$$4 \rightarrow 600 \text{ रु. } \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

Que: एक वस्तु का MP 180 रु. है, एक ग्राहक इसे दो क्रमागत बट्टों के समान 12.40 रु. में खरीदता है, यदि पहला बट्टा 10% का हो तो दूसरा बट्टा बात कीजिए

Sol: -

MP = 180 रु.	$\xrightarrow{-10\%}$	144
SP = 124.40 रु.	$\xleftarrow{D\%}$	

$$D = \frac{21.6}{144} \times 100 = 15\%$$

(68)

$$\frac{37.6}{160} \times 100 = 10 + D_2 - \frac{10 \times D_2}{100}$$

Que: - एक दुकानदार अपने ग्राहकों को 20% बट्टा देने के बाद भी 20% लाभ कमना चाहता है, उसे अपनी वस्तुओं का मूल्य CP से कितना अधिक अंकित करना होगा?

Sol: -

CP	SP	MP
100	120	$\frac{120}{80} \times 100 = 150$

(68)

$$120\% \text{ of CP} = SP = 80\% \text{ of MP}$$

$$\frac{CP}{MP} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3} \quad \frac{1}{3} \times 100 = 50\% \text{ Ans}$$

मुफ्त का वस्तु

1 के साथ 1 मुफ्त $D = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} = 50\%$

2 के साथ 1 मुफ्त $D = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3} = 33.33\%$

8 के साथ 3 मुफ्त $D = \frac{3}{8+3} = \frac{3}{11} = 27\frac{3}{11}\%$

* दो क्रमागत बट्टे :-

① 80%, 0%

$100 \xrightarrow{-80\%} 20$

80%

→ दुकानदार के लिए काट्टेमद

② 70% + 10%

$100 \xrightarrow{-70\%} 30 \xrightarrow{-10\%} 27$ 73%

③ 60% + 20%

$100 \xrightarrow{-60\%} 40 \xrightarrow{-20\%} 32$ 68%

④ 50% + 30%

$100 \xrightarrow{-50\%} 50 \xrightarrow{-30\%} 35$ 65%

④ 40% + 40%

$100 \xrightarrow{-40\%} 60 \xrightarrow{-40\%} 36$

64%

→ दुकानदार के लिए का

Imp

Ques:- एक व्यापारी 4% बट्टा देने के साथ-साथ 15 वस्तुओं पर एक वस्तु मुफ्त देता है; फिर भी वह 35% लाभ कमाता है, तो बट्टा की दर, उसने अपनी वस्तुओं का मूल्य CP से कितना अधिक अंकित किया होगा?

Sol:- $D = 4\%$ | 15 वस्तुओं पर 1 मुफ्त | $P = 35\%$

96% of MP = 135% of CP

$$\frac{MP}{CP} = \frac{135}{96} \xrightarrow{15 \text{ वस्तुएं}} \frac{135}{15} = 9 \text{ रु.} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{3}{6} \\ = 50 \end{array} \right\}$$

$$\frac{96}{16} \xrightarrow{16 \text{ वस्तुएं}} \frac{96}{16} = 6 \text{ रु.}$$

or

$D_1 = 4\%$ $D_2 = \frac{1}{15+1} = \frac{1}{16} = 6.25\%$

$D = 4 + 6.25 - \frac{4 \times 6.25}{100}$

$D = 10\%$ $P = 35\%$

90% of MP = 135% of CP

$\frac{MP}{CP} = \frac{135}{90} = \frac{3}{2}$ $\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \times 100 = 50\% \end{array} \right\}$

Ques:- एक ब्रांडेड रॉकेट का mp 30 रु. है, वह 15% बट्टे के साथ बेची जाती है, तथा उसके साथ 1.5 रु. वाली गैंग मुफ्त दी जाती है, फिर भी 20% लाभ होता है. प्रत्येक रॉकेट का cp ज्ञात कीजिए?

Sol:- mp 30 रु. $\xrightarrow{-15\%}$ 25.5 रु.
 $\downarrow 1.5$
 24 रु.

CP का 120% = 24 रु.
 $CP = \frac{24}{120} \times 100 = 20$ रु. Ans.

Ques:- एक वस्तु को mp के $\frac{2}{5}$ से बेचने से एक व्यक्ति 25% हानि उठाता है, mp व cp का अनुपात ज्ञात कीजिए

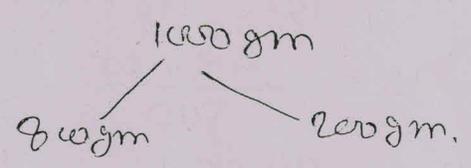
$L = 25\%$
 $SP = \frac{2}{5}$ of mp = 75% of cp
 $\frac{2}{5} mp = \frac{3}{4} cp$
 $\frac{mp}{cp} = \frac{15}{8}$

Ques:- एक बिल पर 35% के एक बट्टे तथा 20% के दो उभागत बट्टे का अंतर 22 रु. है तो बिल ज्ञात कीजिए?

Sol:- 35%, 20%, 20%
 $D_1 + D_2 = \frac{D_1 \times D_2}{100}$
 $1\% = 22$ 36%
 $100\% = 2200$ रु. Ans.

* बेरोमाई बेरोमान दुकानदार :-

Ques:- एक दुकानदार ने 1000 gm. की जगह 800 gm. भार का लूह किया, और अपना समान CP पर बेचा. लाभ या हानि ज्ञात कीजिए?

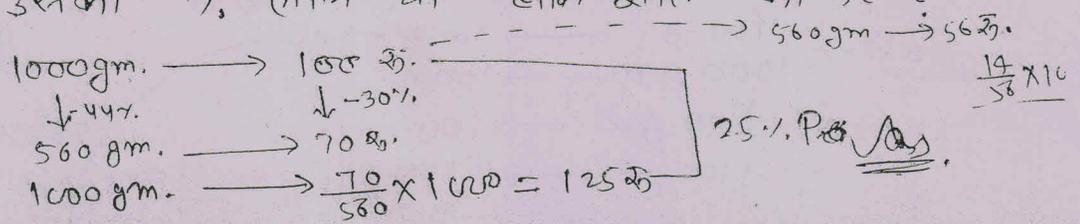


Shopkeeper $\Rightarrow P\% = \frac{200}{800} = \frac{1}{4} = 25\% = \frac{1}{4} \rightarrow$ कम तोला
 $4 \rightarrow$ वा. में तोला गया भार

Customer $L\% = \frac{200}{1000} = \frac{1}{5} = 20\%$

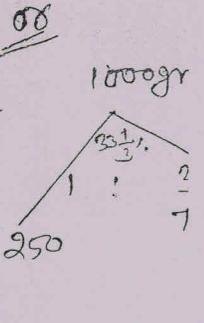
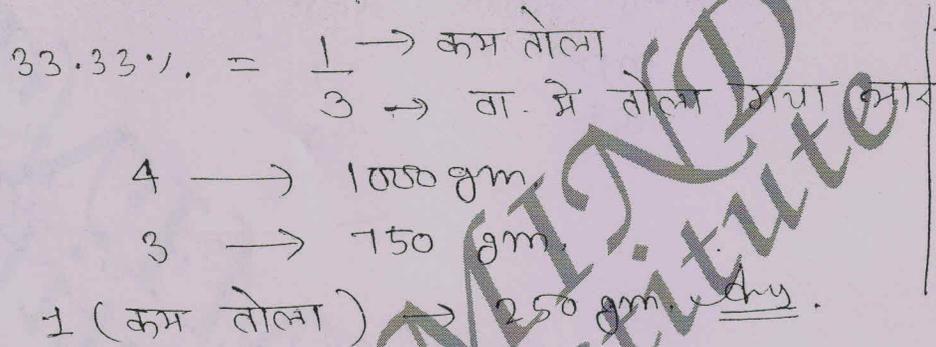
Que:- एक दुकानदार अपनी बस्तुओं का CP से 30% कम में बचन का दावा करता है, लेकिन वह 44% कम बिक्री का उसे करता है उसका % लाभ या हानि बात कीजिए?

Sol:-



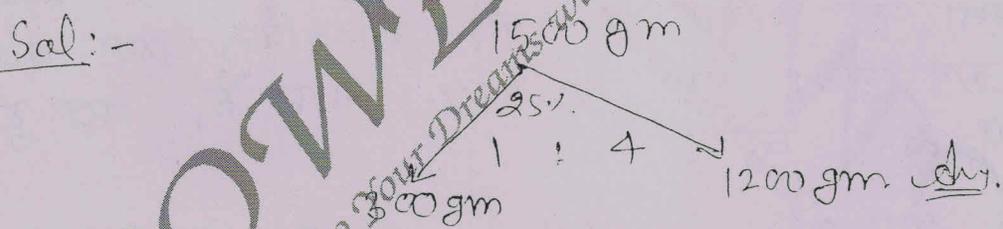
Que:- एक दुकानदार 1000 gm. की जगह गलत बिक्री का उसे कर 33.33% का लाभ कमाता है, बात कीजिए उसने प्रति कितना कम बिक्री तोला?

Sol.

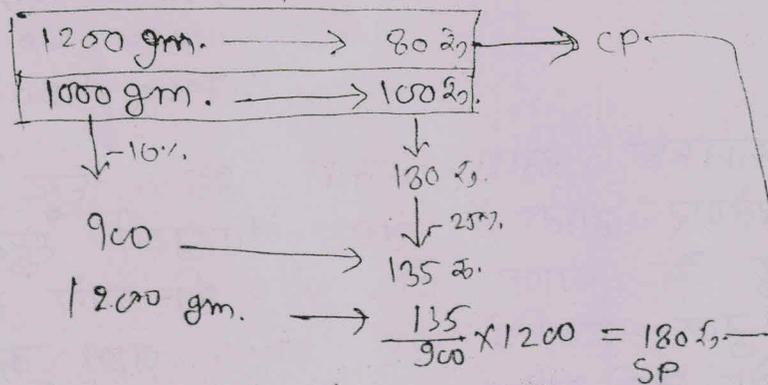


Que:- एक दुकानदार 1500 gm. की जगह गलत बिक्री का उसे कर 25% लाभ कमाता है तो उसने ग्राहक को कितने gm. बिक्री किया?

Sol:-



Que - एक दुकानदार अपना सामान खरीदता समय 20% ज्यादा खरीदता है, तथा वह विक्रेता से 20% मुल्य वाले सामान पर 20% बचत की होता है, फिर वह अपनी बस्तु को 80% अंकित करता है, ग्राहक को सामान देते समय वह 25% बढ़ा देता है। लेकिन साथ ही 10% कम बिक्री का भी उसे करता है, उसका % लाभ बात कीजिए



Profit
 $\frac{100}{80} \times 100$
 $= 125\%$

Ques:- एक दुकानदार खरीदते व बेचते समय 10% बेमिमी करता है, तो % लाभ या हानि लाभ को?

Sol:-
 1100 रु → 100 रु → CP
 1000 gm → 100 रु
 900 gm → 100
 1100 g → $\frac{100}{900} \times 1100 = \frac{1100}{9}$
 $= 122 \frac{2}{9}$ रु.

SSC
 $a+b + \frac{a \times b}{100}$
 $10+10 + \frac{10 \times 10}{100}$
 $= 21\% \text{ Ans}$

Ques:- एक विक्रेता 10% बढ़ा देने के बाद भी 20% लाभ करना चाहता है, उसे अपनी वस्तुओं का मूल्य CP से कितना % अधिक अंकित करना होगा?

MP	SP	CP
100	90	75

$\frac{90}{75} \times 100 = 120\%$ अधिक
 $\frac{90}{75} \times 100 = 120\%$ अधिक
 $\frac{MP}{CP} = \frac{120}{90} = \frac{4}{3}$ $\frac{1}{3} \times 100 = 33.33\%$

Ques:- एक वस्तु का MP 29% लाभ दुगुना हो जाता है, यदि वार्षिक MP 400 रु. या 33.33% ज्यादा है, तदा हुआ विक्रय मूल्य लाभ को?

Sol:-

MP	CP	SP
400 रु	300 रु	6x
500		7x

$16.66 \rightarrow \frac{1}{6}$
 $2(6x - 300) = 7x - 300$
 $12x - 600 = 7x - 300$
 $5x = 300$
 $x = 60$
 $\therefore 7x = 420 \text{ रु. Ans}$

Ex:- एक दुकानदार साधारणतया 25% छुट देता है, एक खुबद उसका निश्चय आता है, तथा पिछली छुट के साथ-साथ एक वस्तु के साथ दो फ्री की भांग करता है, दुकानदार फिर भी कुल खरिद पर 50% लाभ करना चाहता है, उसे अपनी वस्तुओं का मूल्य CP से कितना अंकित करना होगा?

Sol:- $D = 25\%$

1 के साथ 2 मुफ्त

75% of MP = 150% CP

$$\frac{MP}{CP} = \frac{150}{75} \xrightarrow{\text{1 वसु}} MP = \frac{150}{1} = 150 \text{ रु.}$$

$$\xrightarrow{\text{3 वसु}} CP = \frac{75}{3} = 25 \text{ रु.}$$

$\left. \begin{array}{l} 150 \\ 25 \end{array} \right\} \times 100 = 500\% \text{ अर्ध}$

or $D_1 = 25\%$ $D_2 = \frac{2}{3} = 66\frac{2}{3}\%$

$$D = D_1 + D_2 - \frac{D_1 \times D_2}{100} = 25 + 66\frac{2}{3} - \frac{25 \times 66\frac{2}{3}}{100}$$

$= 75\%$

25% of MP = 150% of CP

Que:- 1 रु. में 12 टॉफी बेचने पर 20% की हानि होती है, तो 20% लाभ के लिए 1 रु. में कितनी टॉफी बेची जाएगी

Sol:- 1 रु. में 12 Toffee

1T \rightarrow $\frac{1}{12}$ रु.

80% \rightarrow $\frac{1}{12}$ रु.

120% \rightarrow $\frac{1}{12 \times 80} \times 120 = \frac{1}{8}$ रु.

1 रु = $\frac{1 \text{ रु}}{1/8 \text{ रु.}} = 8 \text{ Toffe Ans.}$

Que:- एक दुकानदार अपने ग्राहकों को 25% का बट्टा देता है, परन्तु वह गौरकमुनी सामान बेचता है इसलिए CP का 10% रिश्वत देता है, अंकिता मूल्य प्राप्त कीजिए, यदि वह 9 $\frac{1}{11}\%$ लाभ कमाए। तथा CP 2500 रु. हो?

Sol:- CP = 2500 रु. $P = 9\frac{1}{11} = \frac{1}{11}$ $D = 25\% \rightarrow \frac{1}{4} \rightarrow MP$

रिश्वत = 10% = 250 रु.

effective CP = 250 + 2500 = 2750 रु.

$P = \frac{1}{11} \times 2750 = 250 \text{ रु.}$

SP = 3000 रु.

MP का 75% = 3000

MP 100% $\frac{3000}{75} \times 100 = 4000 \text{ रु. Ans.}$

Que:- एक व्यक्ति 8 रु. प्रति लीटर दुग्ध में 15% पानी मिलाकर उसे 7 रु. प्रति लीटर के हिसान से बेचता है, उसे होने वाला % लाभ या हानि बात कीजिए।

Sol:- $\text{मू.} \times \text{मात्रा} = \text{स्वर्ग}$
 8 रु \times 100 L = 800 रु. $\quad P\% = \frac{5}{800} \times 100 = 0.625\% \text{ Ans}$
 7 रु \times 115 L = 805 रु.

Que:- एक डेयरी बाग प्रति लिटर दूध पर 6.40 रु. भुगत करता है वह उसमें कुछ पानी मिलाकर मिश्रण को 8 रु/L पर बेचता है जिससे उसे 37.5% का लाभ होता है ग्राहक को मिलने वाले दूध में पानी व दूध का अनुपात ज्ञात कीजिए?

Sol:-

P	x	Q	=	E
6.4 रु	x	10L	=	64 रु.
8 रु	x	$\frac{88}{8} = 11L$	=	88 रु.

37.5% = $\frac{3}{8}$

↓ +24

पानी : दूध
(11-10) : 10
1 : 10 Ans.

Que:- ① कुछ वस्तुओं 5 रु. में 6 के हिसाब से खरीदी गई, तथा 6 रु. में 5 के हिसाब से बेची गई, प्रतिशत लाभ या हानि ज्ञात कीजिए?

Que:- ② एक व्यक्ति ने 5 रु. में 3 ~~अण्डे~~ खरीदकर 12 रु. में 5 के हिसाब से बेचता है वह उस प्रकार उसने 14 रु. का लाभ कमाया, अण्डे द्वारा खरीदे गए अण्डों की संख्या ज्ञात कीजिए?

Que:- ③ एक दुकानदार प्रत्येक ~~वस्तु~~ 1 रु. में खरीदता और समान संख्या में 3 वस्तुएं 2 रु. में खरीदता, सभी वस्तुएं मिलाकर वह 5 वस्तुएं 3 रु. के हिसाब से बेचता है % लाभ या हानि ज्ञात कीजिए?

Sol:- ①

वस्तुएं	मूल्य
CP $6 \times 3 = 30$	$5 \text{ रु} \times 6 = 25 \text{ रु.}$
SP $5 \times 6 = 30$	$6 \text{ रु} \times 6 = 36 \text{ रु.}$

लाभ % = $\frac{11}{25} \times 100 = 44\%$ Ans.

Sol:- ②

Article	Price
CP $3 \times 5 = 15$	$5 \times 5 = 25 \text{ रु.}$
SP $5 \times 3 = 15$	$12 \times 3 = 36 \text{ रु.}$

लाभ = 11 रु. \rightarrow 15 वस्तु
143 रु. $\rightarrow \frac{15}{11} \times 143$
= 195 वस्तुएं Ans.

Sol:- ③

Article	Price
CP $\left[\begin{array}{l} 2 \times 15 = 30 \\ 3 \times 10 = 30 \end{array} \right]$	$\left[\begin{array}{l} 1 \times 15 = 15 \text{ रु.} \\ 2 \times 10 = 20 \text{ रु.} \end{array} \right]$ 35 रु.
SP $5 \times 6 \times 2 = 60$	$3 \times 6 \times 2 = 36 \text{ रु.}$

Pr. = $\frac{1}{35} \times 100$ Ans.

Que: - 12 वस्तुओं का CP, 9 वस्तुओं का SP, 10 वस्तुओं पर लब्धा, 5 वस्तुओं पर लाभ के बराबर है, % लाभ तथा % लब्धा के बीच अंतर ज्ञात कीजिए?

$$12 CP = 9 SP \quad | \quad 10 D = 5 P$$

$$\frac{CP}{SP} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{D}{P} = \frac{1}{2}$$

$$P = 1 \times 2 = 2$$

दोनों तरफ P समान करा पड़ेगा

$$P=2 \quad CP=6 \quad SP=8 \quad D=1 \quad MP=8+1=9$$

$$\% P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 33.33\%$$

$$\% D = \frac{1}{9} = 11.11\%$$

$$\% P - \% D = 22.22\% \quad \underline{\text{Ans}}$$

2015 mains

Que: - एक व्यक्ति 25 kg चावल तथा 9 kg गेहूं खरीदकर 350 रु. खर्च करता है, चावल की कीमत गेहूं की कीमत का 20% यदि गेहूं की कीमत 20% से बढ़ जाए तो चावल की खपत में कितने % कमी करनी होगी कि खर्च समान रहे?

चावल

25 kg

$$1 \times 5 = 5 \text{ रु.}$$

$$25 \times 1 = 25$$

5 रु.

80 रु.

5

16 kg

$$350 - 270 = 80 \text{ रु.}$$

गेहूं

9 kg

$$5 \times 5 = 25 \text{ रु.}$$

$$9 \times 5 = 45$$

+20%

30 रु.

9 kg

270 रु.

$$25 + 45 = 70 \text{ रु.} \xrightarrow{\times 5} 350$$

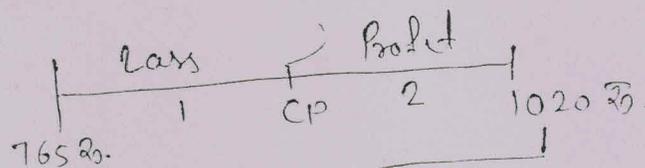
$$\text{अमी} = \frac{9}{25} \times 100$$

$$= 36\%$$

Ans

Que: - एक वस्तु को 165 रु. में बेचने से होने वाले हानि, 1020 रु. में बेचने वाले लाभ की आधी है तो 2 लाभ के लिए SP का होगा?

Sol: -



$$\text{अंतर} = 255$$

$$\begin{matrix} 85 & 1:2 & 170 \end{matrix}$$

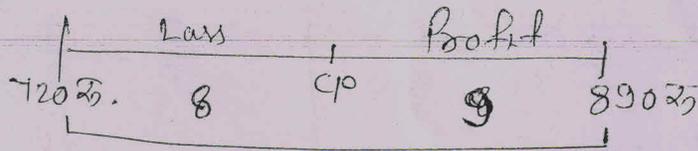
$$CP = 1020 - 170 = 850$$

$$SP = 850 + (850 \text{ का } 20\%)$$

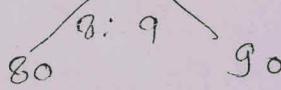
$$= 1020 \text{ रु.} \quad \underline{\text{Ans}}$$

Que: - एक वस्तु को 890 रु. में बेचने से होने वाला लाभ 720 रु. में बेचने से होने वाली हानि से 12.5% अधिक है। CP ज्ञात कीजिए?

Sol: -



अंतर = 170 रु

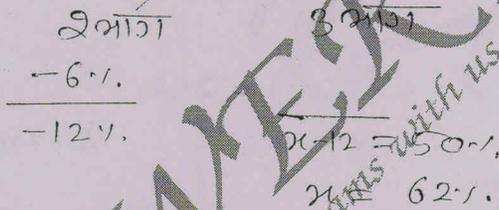


CP = 720 + 80 = 800 रु.

Que: - एक व्यक्ति ने भूमि का प्लॉट 96000 रु. में खरीदा, उसने इसका $\frac{2}{5}$ भाग 6% हानि पर बेच दिया अब वह शेष भाग बेचकर 10% लाभ कमाना चाहता है तो उसे शेष भाग को कितने प्रतिशत लाभ पर बेचना होगा?

Sol: -

5 भाग x 10% = 50%



$\therefore = \frac{62\%}{3} = 20\frac{2}{3}\%$ Ans.

POWER MATHS

Give Wings to Your Dreams with us

अनुपात-समानुपात
RATIO & PROPORTION

POWER
Give Wings to Your Dreams with us
INSTITUTE

Ratio & Proportion

अनुपात - समानुपात

* दो या दो से अधिक राशियों का सरलतम रूप में तुलनात्मक अक्षय अनुपात कहलाता है,

ex: -

$$A \quad B \quad C$$

$$15 : 20 : 25$$

$$3 : 4 : 5$$

* किसी भी अनुपात को भिन्न के रूप में लिखा जा सकता है

$$A : B = 2 : 5$$

$$\frac{A}{B} = \frac{2}{5}$$

* पूरे अनुपात को किसी समान संख्या से गुणा या भाग करने पर अनुपात का मान नहीं बदलता है,

$$A : B$$

$$8 : 4$$

$$\times 2 \rightarrow 6 : 8 \leftarrow \div 2$$

* General form (सामान्य रूप):

$$A : B : C = 2 : 3 : 4$$

$$A = \frac{2}{9}$$

$$B = \frac{3}{9}$$

$$C = \frac{4}{9}$$

$$= 2x$$

$$B = 3x$$

$$C = 4x$$

भिन्न

less than 1

$$\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}$$

$$0.75, 0.80, 0.83, 0.85$$

यदि दी गई भिन्न 1 से छोटी हो, तथा उसके अंश व हर में समान संख्या जोड़ी जाए, तो नई भिन्न का मान पुरानी वाली भिन्न से बड़ा होगा।

more than 1

$$\frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{7}{6}$$

$$1.33, 1.25, 1.20, 1.16$$

यदि दी गई भिन्न 1 से बड़ी हो, तथा उसके अंश व हर में समान संख्या जोड़ी जाए, तो नई भिन्न का मान पुरानी वाली भिन्न से छोटा होगा।

Ques ② $A : B : C = \frac{1}{3} : \frac{1}{7} : \frac{1}{5}$

LCM = $3 \times 7 \times 5$

$3 \times 7 \times 5 \left(\right) 35 : 15 : 21$

Ques ③ यदि $2A = 3B = 4C = 5D$ हो तो $A : B : C : D$?

$2A = 3B = 4C = 5D = K$

$A = \frac{K}{2}$
 $B = \frac{K}{3}$
 $C = \frac{K}{4}$
 $D = \frac{K}{5}$

$A : B : C : D = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{5}$
 $= 30 : 20 : 15 : 12$ } $\times 60$

Ques ② If $2A = 3B = 3C$ तो $A : B : C$?

$A : B : C = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{3}$
 $= 15 : 6 : 10$

Ques ③ $\frac{2A}{3} = \frac{3B}{5} = \frac{4C}{4}$ तो $A : B : C$?

$A : B : C = \frac{3}{2} : \frac{5}{3} : \frac{4}{1}$
 $= 9 : 10 : 24$

* अनुपात का मान :-

ऐसी वस्तुएं जिन्हें तोड़ा नहीं जा सकता, को बाँटने के लिए उनका कम से कम अनुपात के अंशों में उपस्थित होना आवश्यक है।

Ques :- एक व्यक्ति कुछ कमीजों को $2 : 3 : 4 : 5$ में बाँटना चाहता है, उसके पास कम से कम कितनी कमीज होनी चाहिए?

Sol :- $5 + 4 + 3 + 2 = 14$

Ques :- मार्केट एकेडमी में पढ़ने वाले लड़कों व लड़कियों का अनुपात $13 : 10$ इनमें से क्या कुल छात्रों की संख्या बरखा हो सकती है ?

- (a) 529
- (b) 559
- (c) 629
- (d) 598

कम से कम = $13 + 10 = 23$

23 का multipul

Que: - एक व्यक्ति चार बच्चों को कुछ पैसे $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \frac{1}{7} : \frac{1}{9}$ में बांटना चाहता है, उसके पास कुल पैसे की संख्या क्या हो सकती है?

(a) 124

(b) 248 ← कम से कम पैसे की संख्या है परंतु कुल पैसे की संख्या बात नहीं की जा सकती है।

(c) 236

(d) None of these $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \frac{1}{7} : \frac{1}{9}$ LCM $\rightarrow 315$

Que: - $a : b : c = 2 : 3 : 4$

(i) $(a+b-c) : (a+b+c)$
1 : 9

(iv) $(a^2+abc) : b^3$
17 : 27

(ii) $a^2+b^2 : ab$
13 : 6

(v) $a^2+b^2 : abc$
(vi) $ab+b^3 : abc$ } degree समान नहीं है। नही किया जा स

(iii) $a^2+bc : b^2+ac$
16 : 17

Que: - यदि $a : b : c = 1 : 2 : 2\sqrt{2}$

$$\sqrt{5a^2 + 3b^2 + c^2} = ?$$

(A) 1

(B) 5

(C) 25a

(D) 5a

$$\sqrt{5x^2 + (3 \times 4x^2) + 8x^2}$$

$$= \sqrt{25x^2} = 5x = 5a \text{ Ans.}$$

Que: - यदि $2A = 3B = 4C = 5D$ हो तो find minimum value of $A+B+C+D = ?$

Sol: - बात नहीं किया जा सकता है।

Que यदि $2A = 3B = 4C = 5D$ हो तो find minimum value of $A+B+C+D = ?$ if A, B, C, D are natural numbs

Sol: -

$$A : B : C : D = 30 : 20 : 15 : 12$$

Ans.

अनुपात के प्रकार:-

- (i) द्वगुणित (Duplicate ratio) $2:3 \longrightarrow 4:9$
- (ii) त्रगुणित (Triplicate ") $2:3 \longrightarrow 8:27$
- (iii) वर्गमूलानुपात (Sub-duplicate ") $25:16 \longrightarrow 5:4$
- (iv) घनमूलानुपात (Sub-Triplicate ") $512:343 \longrightarrow 8:7$

ex:-① $A:B = 2:3$ $B:C = 5:2$

$A:B:C$
 $(2:3) \times 5$
 $3 \times (5:2)$

 $10:15:6$

ex-② $A:B = 5:6$ $B:C = 2:3$ cyclic Ratio

$A:B:C$
 $5:6$
 $3 \times (2:3)$

 $5:6:9$

ex ① $A:B = 4:7$ $A:C = 3:2$

$A:B:C$
 $3 \times (4:7)$
 $4 \times (3:2)$

 $12:21:8$

$A:B = 2:1$ $A:C = 7:3$ Acyclic Ratio

$A:B:C$
 $7 \times (2:1)$
 $2 \times (7:3)$

 $14:7:6$

ex: ① $A:B = 2:3$ $B:C = 3:5$ $C:D = 3$

$A:B = 2:3$
 $B:C = 3:5$
 $C:D = 1:3$

$A = 2 \times 3 \times 1 = 6$
 $B = 3 \times 3 \times 1 = 9$
 $C = 3 \times 5 \times 1 = 15$
 $D = 3 \times 5 \times 3 = 45$

$A:B = 2:5$ $C:B = 3:8$ $C:D = 3:1$

$A:B = 2:5$
 $B:C = 8:3$
 $C:D = 3:1$

$A = 2 \times 8 \times 3 = 48$
 $B = 5 \times 8 \times 3 = 120$
 $C = 5 \times 3 \times 3 = 45$
 $D = 5 \times 3 \times 1 = 15$
 $A:B:C:D = 48:120:45:15$

Que $A:B = 1:4$ $B:C = 3:2$ $C:D = 2:5$ $D:E = 4:3$

$A:B = 1:4$
 $B:C = 3:2$
 $C:D = 2:5$
 $D:E = 4:3$

$$B = 4 \times 3 \times 2 \times 4 = 24$$

$$C = 4 \times 2 \times 5 \times 4 = 16$$

$$D = 4 \times 2 \times 5 \times 4 = 40$$

$$E = 4 \times 2 \times 5 \times 3 = 30$$

$$(i) \frac{A}{E} = \frac{A}{B} \times \frac{B}{C} \times \frac{C}{D} \times \frac{D}{E} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{1}{5}$$

$$(ii) \frac{D}{A} = \frac{20}{3} \Rightarrow \frac{A}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{B}{C} \times \frac{C}{D} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{20}$$

$$(iii) A : B : C : D : E = 6 : 24 : 16 : 40 : 30 = 3 : 12 : 8 : 20 : 15$$

Que: - 5400 रु. को A, B व C में 1:2:3 में बाँटें?

Sol:

$$A = \frac{1}{6} \times 5400 = 900$$

$$B = \frac{2}{6} \times 5400 = 1800$$

$$C = \frac{3}{6} \times 5400 = 2700$$

	A : B : C	
	1 : 2 : 3	
(1+2+3) →	6	× 900 → 5400 रु.
A →	1	× 900 → 900 रु.
B →	2	× 900 → 1800 रु.
C →	3	× 900 → 2700 रु.

Que: - कुछ धन A, B, C व D को 5:9:4:3 में बाँटा गया, यदि C को D से 1000 रु. ज्यादा मिले, तो A व C को कुल मिलाकर कितने रुपये प्राप्त हुए?

Sol: - $4 - 3 = 1 \rightarrow 1000$ रु.
 $5 + 4 = 9 \rightarrow 9000$ रु. Ans.

Que: - A, B व C को कुछ रुपये 1:2:3 में बाँटे गये, यदि A व B को कुल 1200 रु. मिले हो, तो A व C को मिलाकर कुल मिलाकर कितने रुपये मिले?

Sol: - $(1+2) \rightarrow 3 \rightarrow 1200$ रु.
 $(1+2+3) \rightarrow 6 \rightarrow 1600$ रु. Ans.

Que: - 770 रु. को A, B व C को बीच इस प्रकार बाँटा जा कि A को B व C का $\frac{2}{9}$ भाग प्राप्त हुआ, A क हिस्सा ज्ञात कीजिए?

Sol: - $A = \frac{2}{9} (A+B)$

$$\frac{A}{B+C} = \frac{2}{9}$$

$$A+B+C = 11 \rightarrow 770 \text{ रु.}$$

$$2 \rightarrow \frac{770}{11} \times 2 = 140 \text{ रु. } \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Ques:- 117 रु. को A, B व C में $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ के अनुपात में विभाजित करे थे, लेकिन गलती से यह 2:3:4 के अनुपात में विभाजित किए गए। बात कीजिए इस उधिया सबसे ज्यादा काफला कितने व कितना हुआ?

Sol:-

<u>सही</u>	A : B : C $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ 6 : 4 : 3	13 $\times 9 \rightarrow$ 117	<u>गलत</u>	A : B : C 2 : 3 : 4	9 $\times 13 \rightarrow$ 117
	↓ ↓ ↓			↓ ↓ ↓	
	54 रु. 36 रु. 27 रु.			26 रु. 39 रु. 54 रु.	

लाभ = 54 - 27 = 27 रु. Ans.

Ques:- A के पास 5 तथा B के पास 3 चाकलेट हैं, उनके बाद में C के साथ मिलकर बराबर मात्रा में खाते हैं। C उन दोनों को 80 रु. देता है, तो उसमें A व B का हिस्सा बात कीजिए?

A	:	B	:	C	
5		3		0	Total = 8
$\frac{8}{3}$		$\frac{8}{3}$		$\frac{8}{3}$	
5 - $\frac{8}{3}$		3 - $\frac{8}{3}$			
$\frac{7}{3}$		$\frac{1}{3}$			
		↓			
		10 रु.			
		↓			
		8 $\times 10$			80 रु.
		↓			
		10 रु.			<u>Ans.</u>

* आय स्वर्ण संबंधी प्रश्न:-

Ques-① A व B की आय का अनुपात 3:4 है, तथा स्वर्ण का अनुपात 2:3 है, यदि प्रत्येक की बचत 500 रु. है, तो उनकी आय बात करें?

Ques-② A व B की आय का अनुपात 4:5 है, तथा स्वर्ण का अनुपात 7:9 है, यदि प्रत्येक की बचत 50 रु. है, तो उनकी आय बात करें?

Ques-③ A व B की आय का अनुपात 5:6 है, तथा स्वर्ण का अनुपात 8:11 है, यदि A की बचत 100 रु., B की बचत 50 रु. है, तो उनकी आय बात कीजिए?

Sol: ① A : B

I 3 : 4

Ex 2 : 3

Saving \Rightarrow 600 रु. 600 रु.

$$\frac{3x - 600}{4x - 600} = \frac{2}{3}$$

$$9x - 1800 = 8x - 1200$$

$$x = 600$$

$$3x = 1800$$

$$4x = 2400$$

or

$$3 - 2 = 1 \rightarrow 600$$

$$A = 3 \rightarrow 1800 \text{ रु.}$$

$$B = 4 \rightarrow 2400 \text{ रु.}$$

Sol: ②

A : B

I - 4 : 5

Ex - 7 : 9

Saving 50 रु. 50 रु.

$$\frac{4x - 50}{5x - 50} = \frac{7}{9}$$

$$36x - 450 = 35x - 350$$

$$x = 100$$

$$A = 4x = 400 \text{ रु.}$$

$$B = 5x = 500 \text{ रु.}$$

$4 : 5 \times 2 \Rightarrow 8 : 10$ (9-7)

$7 : 9 \times 1 \Rightarrow 7 : 9$ (5-4)

$$1 \rightarrow 50$$

$$A = 8 \rightarrow 400 \text{ रु.}$$

$$B = 10 \rightarrow 500 \text{ रु.}$$

or

Sol: ③

A : B

I 5 : 6

Ex 8 : 11

Savings 100 रु. 50 रु.

$$\frac{5x - 100}{6x - 50} = \frac{8}{11}$$

$$\Rightarrow 55x - 1100 = 48x - 400$$

$$7x = 700$$

$$x = 100$$

$$A = 5x = 500 \text{ रु.}$$

$$B = 6x = 600 \text{ रु.}$$

Ans

Ques: A व B की वर्तमान आयु का अनुपात 9:16 है, 10 वर्ष बाद उनकी आयु का अनुपात 2:3 होगा. तो दोनों की वर्तमान उम्र बता कीजिए?

Sol: - Present Age A : B (9 : 16) x 1 = 9 : 16
After 10 years (2 : 3) x 10 = 14 : 21

or $\frac{9x+10}{16x+10} = \frac{2}{3}$

diff 5 x 2 \rightarrow 10yr

$$A \Rightarrow 9 \rightarrow 18 \text{ yr.}$$

$$B \Rightarrow 16 \rightarrow 32 \text{ yr.}$$

Ans

Que:- 4 वर्ष पहले A व B की आयु का अनुपात 11:14 था, तथा 4 वर्ष बाद उनकी आयु का अनुपात 13:16 हो जायेगा, तो A की वर्तमान Age. बता कीजिए?

Sol:-

	A	:	B	
4 year Ago	11	:	14] diff. $2 \xrightarrow{\times 4} \rightarrow 8 \text{ yr.}$
After 4 year	13	:	16	

A $\rightarrow 11 \xrightarrow{\times 4} 44 \leftarrow 4 \text{ years Ago}$
 Present Age $\xrightarrow{+4} 48$

Que:- 10 वर्ष पहले A व B की आयु का अनुपात 1:3 था, तथा 5 वर्ष बाद उनकी आयु का अनुपात 2:3 होगा, A व B की वर्तमान आयु बता करे?

Sol:-

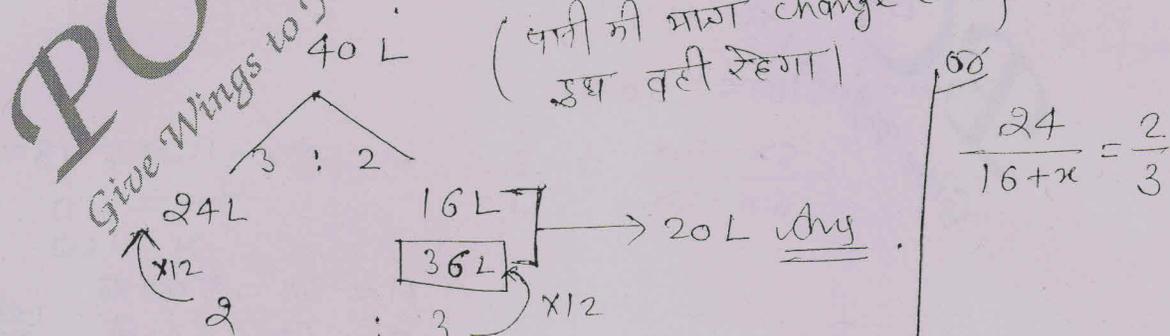
	A	:	B	
10 वर्ष पहले	(1 : 3)	1	3] $3 \xrightarrow{\times 5} \rightarrow 15 \text{ वर्ष}$
5 वर्ष बाद	(2 : 3)	4	6	

10 yr Age A = 5
 Present $\xrightarrow{+10} 15 \text{ yr}$

B = 15 (10 yr ago)
 $\xrightarrow{+10}$
 25 yr Ans.

* मिश्रण पर आधारित:

Que:- दुध व पानी के 40 L मिश्रण में दुध व पानी का अनुपात 3:2 है, इसमें उतना पानी डाल भिलाया जाये ताकी यह अनुपात 2:3 हो जाये?



Que:- दो बर्तनों A व B में दुध व पानी का अनुपात क्रमशः 2:3 तथा 3:4 है, यदि इन दोनो बर्तनों को समान मात्रा में भिलाया जाये तो ~~इस~~ तो परिणामी मिश्रण में दुध: पानी का अनुपात बता करे?

Sol:-

	A		B	
m: w	2:3		3:4	
	5×4		7×3	
	14:21		15:20	

milk water
 29 : 41 Ans.

Que:- यदि पहिले पदम म दाना मिक्रण मे दुध: पानी का अनुपात?

$$\begin{array}{ccc}
 m:w & & m:w \\
 \boxed{2:3} & & \boxed{3:4} \\
 5 \times \textcircled{1} \times \textcircled{1} & & 7 \times \textcircled{5} \times \textcircled{2} \\
 14:21 & & 30:40 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 \text{milk} & & \text{water} \\
 44 & & 21+40=61 \\
 \boxed{44:61} & & \text{Ans.}
 \end{array}$$

Que:- दो बर्तनों मे गोल्ड व कॉपर का अनुपात क्रमशः 7:2 तथा 7:11 है, यदि इन दोनो बर्तनो को समान मात्रा मिलाई जाये तो नये मिक्रण मे ग व c का अनुपात क्या होगा?

Sol:-

$$\begin{array}{ccc}
 G:C & & G:C \\
 \boxed{7:2} & & \boxed{7:11} \\
 9 \times \textcircled{4} & & 18 \times \textcircled{1} \\
 \del{28} \del{8} & & \del{35} \del{18} \\
 14:4 & & 7:11 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 21 & : & 15 \\
 7:5
 \end{array}$$

Que:- पृथ्वी के उत्तरी गोलार्ध पर जमीन व पानी का अनुपात 1:3 है तथा पृथ्वी के दक्षिणी गोलार्ध पर यह अनुपात 2:3 है, तो सम्पूर्ण पृथ्वी पर जमीन व पानी का अनुपात बता कीजिए?

Sol:-

$$\begin{array}{ccc}
 \text{उत्तरी} & & \text{दक्षिणी} \\
 L:W & & L:W \\
 \boxed{1:3} & & \boxed{2:3} \\
 4 \times \textcircled{5} & & 5 \times \textcircled{4} \\
 5:15 & & 8:12 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 \text{जमीन} & : & \text{पानी} \\
 13 & : & 27 \\
 & & \text{Ans.}
 \end{array}$$

Ques:- सम्पूर्ण पृथ्वी पर जमीन व पानी का अनुपात 2:3 है, तथा दक्षिणी गोलार्ध पर यह अनुपात 1:2 है तो उत्तरी गोलार्ध पर जमीन व पानी का अनुपात ज्ञात करें?

Sol:-

Earth \Rightarrow	$\begin{matrix} L & W \\ [2 & : & 3] \end{matrix}$	$5 \times (3) \times (2) = 12:18$
S.H \Rightarrow	$\begin{matrix} [1 & : & 2] \end{matrix}$	$3 \times (5) = 5:10$
<hr style="width: 100%;"/>		
L:W		
N.H \Rightarrow 7:8 <u>Ans.</u>		

Ques:- दो बर्तनों में एल्कोहॉल व पानी का अनुपात 2:5 तथा 3:11 है, यदि इन दोनों मिश्रणों को 2:3 में मिलाया जाये तो एल्कोहॉल व पानी का अनुपात (परिणामी मिश्रण) में ज्ञात करें

Sol:-

$\begin{matrix} A:W \\ [2:5] \end{matrix}$	$\begin{matrix} A:W \\ [3:11] \end{matrix}$
$7 \times (2) \times (2)$	$14 \times (1) \times (2)$
8:20	9:33

\downarrow A \downarrow B
 7 53

Ques:- तीन बर्तनों की धारिता का अनुपात 2:3:4 है, उनमें दुध व पानी का अनुपात क्रमशः 5:1, 3:5, 3:1 है, इन तीनों बर्तनों को मिश्रण पर परिणामी मिश्रण में दुध व पानी का अनुपात क्या होगा?

Sol:-

$\begin{matrix} m:w \\ [5:1] \end{matrix}$	$\begin{matrix} m:w \\ [3:5] \end{matrix}$	$\begin{matrix} m:w \\ [3:1] \end{matrix}$	}	Lcm से गुणा करने पर बराबर 24 बनता है
$6 \times (4) \times (2)$	$8 \times (3) \times (3)$	$(4 \times (6)) \times (4)$		
40:8	27:45	72:24		
$m : w$				
$40+27+72$		$8+45+24$		
139		77 <u>Ans.</u>		

Ques:- तीन छात्रों के अंक 10:12:15 के अनुपात में हैं, यदि अधिकतम अंक 100 है तो B के अंक निम्न में किन के बीच में नहीं हो सकते हैं

- (a) 20-30
- (b) 40-50
- (c) 70-80
- (d) 80-90

Sal:- max mark $\rightarrow 100$

A : B : C

10 : 12 : 15

$15 \times 6 \rightarrow 90$

$15 \times 7 \rightarrow 105$

$\rightarrow 12 \times 7 = 84$ नहीं हो सकता है

Que:- एक बर्तन में दूध व पानी का अनुपात 3:1 था, इस मिश्रण का कुछ भाग निकालकर पानी डालने से यह अनुपात 1:1 हो गया, मिश्रण का कितना भाग निकाला गया था?

Sal:- पुराना मिश्रण पानी (नया)

$\frac{1}{4}$

1

$\frac{3}{4}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$

1 : 2

$\frac{2}{3}$ Part Ans.

* Product Base Question:-

Que:- एक फैक्ट्री में कार्यरत कर्मचारियों की संख्या 9:8 में कम हुई, वही उनका दैनिक वेतन 14:15 में बढ़ाया गया कुल वेतन में किस अनुपात में कमी या वृद्धि हुई?

Sal:- No of employees 9:8

Daily Income 14:15

Total $\frac{9 \times 14}{3 \times 7} \quad \frac{8 \times 15}{4 \times 5}$

21 : 20 कमी Ans.

Que:- प्रथम, द्वितीय व तृतीय श्रेणी के यात्री के संख्या 1:3:5 के अनुपात में है तथा इनका किराया 5:3:1 के अनुपात में है, यदि रेलवे की कुल 57000 रु. तो इसमें द्वितीय श्रेणी से प्राप्त हिस्सा बात करें?

Sal:- No of Passengers 1 : 3 : 5

Fare 5 : 3 : 1

$\frac{1 \times 5}{1 \times 5} \quad \frac{3 \times 3}{3 \times 3} \quad \frac{1 \times 5}{1 \times 5}$

Total income 5 : 9 : 5

19 \rightarrow 57000 रु.

9 $\rightarrow \frac{57000}{19} \times 9 = 27000$ रु.

Que:- एक धोले 1 रु, 50 पैसे तथा 10 पैसे के सिक्को का अनुपात 3:4:10 तथा इनका कुल मूल्य 114 रु. है, तो 10 पैसे के सिक्को की संख्या बता करे?

Sol:- Value of one coin 1 रु 50P = $\frac{1}{2}$ रु 10 P = $\frac{1}{10}$ रु.
 Number of coin 3 : 4 : 10
 $\frac{1 \times 3 = 3}{3+2+1 = 6} \longrightarrow 114$ रु
 10 $\longrightarrow \frac{114}{6} \times 10 = 190$ सिक्के

Que:- एक व्यक्ति के पास 640 रु हैं, एक रूपये 5 रु तथा 10 रु के नोटों में हैं, यदि प्रत्येक तरह के नोटों की संख्या समान है तो उसके पास कुल कितने नोट थे?

Sol:- ~~640 रु~~
 Value of 1 note 1 रु 5 रु 10 रु
 N. of note 1 : 1 : 1
 $\frac{1 \times 1 = 1}{1+5+10 = 16} \longrightarrow 640$
 $\frac{1 \times 1 = 1}{16} \times 3 = 120$ Note Ans.

Que:- एक धोले में 5 रु, 10 रु, तथा 50 रु के 225 नोट 3:7:5 में हैं, इनमें से 25 रु खर्च हो गए, और बची हुई राशि को 500 रु के नोटों में बदल दिया गया, तो 500 रु के नोटों की संख्या बता करे?

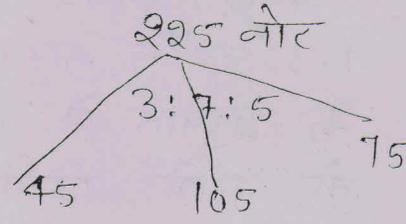
Sol:-

5 रु	10 रु.	50 रु.	
45	105	75	
<u>225 रु</u>	<u>1050 रु</u>	<u>3750 रु.</u>	

कुल रु = 225 + 1050 + 3750
 = 5025
 - 25

 5000 रु.

500 के नोट = $\frac{5000}{500} = 10$ नोट Ans.



Que:- एक धोले में 1 रु, 50 पैसे तथा 25 पैसे के 378 सिक्के हैं, तथा इनके मूल्यो 13:11:7 के अनुपात में हैं, 50 पैसे के सिक्को की संख्या बता करे?

Sol: - Value of coin 1 ₹ 50 Paisa = $\frac{1}{2}$ ₹.

No. of coin x y z

$\frac{x}{x}$: $\frac{y}{\frac{1}{2}}$: $\frac{z}{\frac{1}{4}}$ = 13:18:

$x = 13$
 $\frac{y}{2} = 11, y = 22$
 $\frac{z}{4} = 7, z = 28$

378 ← $\times 6$
 $13: 22: 28 = 63$
 $\downarrow \times 6$
132 Ans

* समानुपात :- जब दो अनुपातों का ~~का-का~~ बराबर हो तो वह समानुपात में कहलाते हैं

$a:b :: c:d$ → 3rd → 4th

प्रथम समानुपाती $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ द्वितीय समानुपाती

$ad = bc$

$a:b :: b:c$ → मध्यमनुपाती

प्रथम समानुपाती $b^2 = ac$ द्वितीय समानुपाती

विलत समानुपाती

Que: - $0.75x : x :: 5 : 8$
 $5x = 8 \times 0.75$
 $x = 8 \times 0.15$
 $x = 1.2$

Que: - 7, 10, 12 व 24 के प्रत्येक पर में क्या जोड़ा जाए की समानुपात हो जाए? (a) 1, (b) 2, (c) 3, (d) 4

Sol: - $(4+x) : (10+x) :: (12+x) : (24+x)$

$\frac{4+x}{10+x} = \frac{12+x}{24+x}$ by option $x = 4$ Ans.

Que: - 8 व 32 का मध्यमनुपाती कात कीजिए?

Sol $b^2 = ac$
 $b^2 = 8 \times 32 = 256$
 $b = 16$ Ans.

* बढ़लाव :-

(i) a, b का समानुपाती / अनुक्रमानुपाती है :- $a \propto b$ } $a \propto \frac{b}{c}$ $k = \text{Constant}$
 (ii) a, b का व्युत्क्रमानुपाती है :- $a \propto \frac{1}{c}$ } $a = \frac{kb}{c}$

ex (i) $a \propto b$
 $b \propto c$ }
 $a \propto bc$
 $a = kbc$

ex (ii) $a \propto b^2$
 $a \propto \frac{1}{c^3}$ } $a \propto \frac{b^2}{c^3}$
 $a = \frac{kb^2}{c^3}$

Que:- a, b का समानुपाती तथा c का व्युत्क्रमानुपाती है, जब $b=4$ तथा $c=2$ हो तो $a=8$ है, a का मान ज्ञात कीजिए यदि $b=15$ तथा $c=3$ हो?

Sol:- $a = \frac{kb}{c}$
 $\frac{8}{2} = \frac{k \times 4}{2}$
 $\boxed{k=4}$
 $a = \frac{4b}{c}$
 $a = \frac{4 \times 15}{3} = 20$

or $a = \frac{kb}{c}$
 $k = \frac{ac}{b}$
 $\frac{a_1 c_1}{b_1} = \frac{a_2 c_2}{b_2}$
 $\frac{2 \times 8 \times 2}{4} = \frac{a_2 \times 3}{15}$
 $a_2 = 20$ Ans.

Que:- a, b के घन के व्युत्क्रमानुपाती है, जब $a=3$ तो $b=2$ है, b का मान ज्ञात कीजिए यदि $a = \frac{8}{9}$ हो

$a \propto \frac{1}{b^3}$
 $a = \frac{k}{b^3}$
 $k = ab^3$

$a_1 b_1^3 = a_2 b_2^3$
 $3 \times 2^3 = \frac{8}{9} \times b^3$
 $b^3 = 27$
 $b = 3$ Ans.

Que:- हिरों का मूल्य उसके भार के घन के समानुपाती है, यदि एक हिरों के टुकड़े 3:4:3 के अनुपात में तोड़ दिया जाए, तो उसके मूल्य में प्रतिशत कमी ज्ञात कीजिए?

Sol:- $P \propto w^3$
 $P = kw^3$

$\boxed{3:4:3}$ Total 10 Price $\rightarrow 10^3 = 1000$ रु.

3:4:3
Price $\downarrow \downarrow \downarrow$
 $27 + 64 + 27 = 118$ रु

\rightarrow कमी = $\frac{882}{1000} \times 100$
 $= 88.2\%$ Ans.

Ques:- एक नकल का कामत 3000 माता का शब्द (या) के वर्गमूल के समानुपाती है, जब नकल में 75 मोती लगे तथा त्रिज्या 1 cm. हो तो उसकी कीमत 150 रु. है नकल की त्रिज्या द्वात की लिए यदि उसे 100 मोती लगे हो तथा कीमत 600 रु. हो?

Sol:- Price (P) n r

$$P \propto \sqrt{r} \cdot n$$

$$P = k n \sqrt{r}$$

$$k = \frac{P}{n \sqrt{r}}$$

$$\frac{P_1}{n_1 \sqrt{r_1}} = \frac{P_2}{n_2 \sqrt{r_2}}$$

$$\frac{150}{75 \sqrt{1}} = \frac{600}{100 \sqrt{r_2}}$$

$$\sqrt{r} = \frac{6}{2} = 3$$

$$r = 9 \text{ cm. } \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

Ques:- एक रेलगाड़ी की चाल में कमी इसके पिछे की डिब्बों के समानुपाती है, जब कोई डिब्बा नहीं था तो गति 24 km थी, जब चार डिब्बे जोड़े गये तो गति 20 km/h हो गयी।
 Q.(i) न्यूनतम डिब्बों की संख्या बता कर जिससे ट्रेन रुक जाए
 Q.(ii) अधिकतम डिब्बों की संख्या बता कर जिससे ट्रेन सिर्फ गतिमान रहे?

Sol:-

चाल में कमी $\propto k \sqrt{n}$

$n=0, s_1 = 24 \text{ km/h}$

$n=4, s_2 = 20 \text{ km/h}$

$$24 - 20 = k \sqrt{4}$$

$$k = 2$$

$$D = 2 \sqrt{n}$$

(i) $n=0, s_1 = 24 \text{ km/h}$
 $n, s_2 = 0 \text{ km/h}$

$$24 - 0 = 2 \sqrt{n}$$

$$\sqrt{n} = 12$$

$$n = 144 \text{ डिब्बे } \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

(ii) $144 - 1 = 143 \text{ डिब्बे } \underline{\underline{\text{Ans.}}}$

Ques:- $(a+b) : (b+c) : (c+a) = 6 : 7 : 8$ हो तथा $a+b+c = 14$ हो

$c = x$

Sol:-

$$a+b = 6x = 6 \times \frac{4}{3} = 8$$

$$b+c = 7x$$

$$c+a = 8x$$

$$a+b+c = 14$$

$$8+c = 14$$

$$c = 6 \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

$$2(a+b+c) = 21x$$

$$a+b+c \Rightarrow \frac{21x}{2} = 14$$

$$x = \frac{14 \times 2}{21} = \frac{4}{3}$$

साझेदारी
PARTNERSHIP

POWERED
Give Wings to Your Dreams with
Institute

साझेदारी में लाभ हमेशा निवेश तथा समय के गुणा के अनुपात में बाँटा जाता है।

ex (i)

	A	B
I →	2000 रु.	2000 रु.
T →	2 yr	2 yr
P →	2000×2	2000×2
	1 : 1	

ex (ii)

	A	B
निवेश	2000 रु.	3000 रु.
Time	2 yr	2 yr
Profit	2000×2	3000×2
	2 : 3	

ex (iii)

	A	B
निवेश	3000 रु.	3000 रु.
Time	2 yr	3 yr
Profit	3000×2	3000×3
	2 : 3	

ex (iv)

	A	B
I →	2000 रु.	3000 रु.
T →	2 yr	3 yr
P →	2000×2	3000×3
	4 : 9	

Que:- A, B व C ने 1:2:4 के अनुपात में निवेश कर व्यापार शुरू किया, 6 महीने बाद A ने अपने निवेश से आधे राशि में निवेश की, B ने अपने निवेश का दोगुना निवेश किया, व C ने अपने निवेश का $\frac{1}{4}$ भाग वापस ले लिया। वर्ष के अंत में उनके लाभ किस अनुपात में बँटेंगे?

$$\begin{aligned}
 A &\rightarrow (x \times 6) + (x + \frac{x}{2}) \times 6 = 15x \\
 B &\rightarrow (2x \times 6) + (2x + 4x) \times 6 = 48x \\
 C &\rightarrow (4x \times 6) + (4x - x) \times 6 = 42x \\
 \text{Profit} &= 15 : 48 : 42 \\
 &= 5 : 16 : 14 \quad \underline{\text{Ans.}}
 \end{aligned}$$

Que:- A तथा B ने क्रमशः 5000 रु तथा 9000 रु. लगाकर व्यापार शुरू किया, 2 महीने बाद A ने 2000 और निवेश किये तथा B ने उसके 5 महीने बाद 3000 रु. निकाल लिए। वर्ष के अंत में उनके लाभ का अनुपात ज्ञात कीजिए।

Sol

$$\begin{aligned}
 A &\rightarrow (5000 \times 2) + (5000 + 2000) \times 10 = 80 \\
 B &\rightarrow (9000 \times 7) + (9000 - 3000) \times 5 = 93 \quad \underline{\text{Ans.}}
 \end{aligned}$$

Ques:- A, B व C ने 15000, 20000 तथा 25000 रु. लगाकर एक व्यापार शुरू किया, A को सक्रिय साझेदारी के लिए 20% लाभ मिलता है, तथा शेष लाभ निवेश के अनुपात में बांट लिया गया। यदि A को कुल 12000 रु. मिले हो, तो कुल लाभ ज्ञात कीजिए?

Sol:-

	A		B		C
	15000 रु.		20000 रु.		25000 रु.
	1		1		1
Profit	3	:	4	:	5

80% = $\frac{4}{5} \rightarrow 12$
 $\frac{5}{5} \rightarrow 15$
 माना कुल लाभ $\rightarrow 150$
 $A = 30 + 30 = 60$
 $150 \times 20\% = 30$
 120 में A का हिस्सा 12000
 $150 \rightarrow 30000$ रु.
Ans.

माना लाभ $\rightarrow x$

$A = \frac{20}{100}x = \frac{x}{5}$

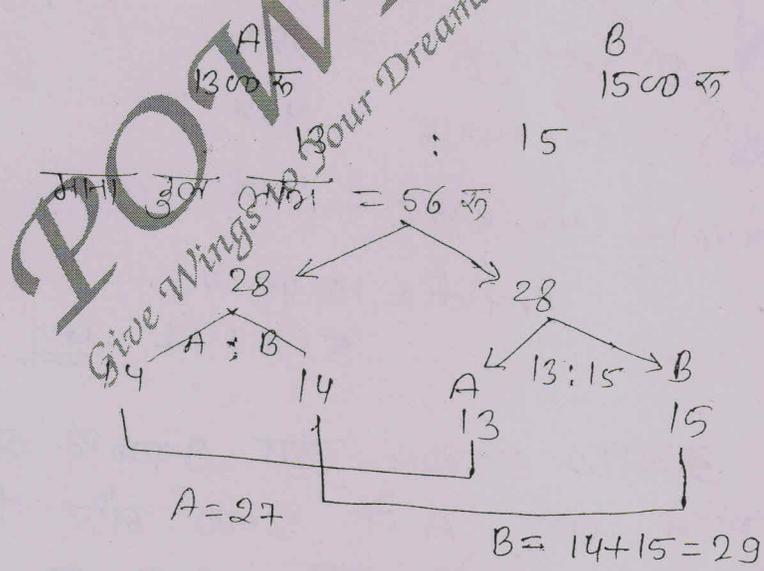
शेष $= x - \frac{x}{5} = \frac{4x}{5}$

शेष में से A का लाभ $= \frac{3}{12} \times \frac{4x}{5} = \frac{x}{5}$

$x = 30000$ रु.

Ques:- A व B ने 13000 रु और 15000 रु लगाकर एक व्यापार शुरू किया, उन्होंने लाभ के आधे हिस्से को बराबर बांट लिया, तथा शेष लाभ को निवेश के अनुपात में बांट लिया गया। यदि A को B से 73 रु. कम मिलते हैं, तो कुल लाभ ज्ञात कीजिए?

Sol:-



$2 \rightarrow 73$ रु.

$56 \rightarrow \frac{73}{2} \times 56 = 2044$ रु. Ans.

Ques:- A व B ने 200000 रु. तथा 300000 रु. लगाकर व्यापार शुरू किया। उसके बाद C इनके साथ इस शर्त पर आया कि लाभ को 3:4:3 के अनुपात में बांट जाएं, तथा प्रिम्पम के तौर पर वह 480000 रु. चुकाता है। बसमें A व B का हिस्सा ज्ञात कीजिए।

$$\begin{array}{r}
 H : B \\
 200000 : 300000 \\
 (2 : 3) \times 2 \leftarrow \text{कुल लाभ समान होगा।} \\
 4 : 6 \rightarrow \text{total} = 10 \\
 \underline{3 : 4 : 3} \rightarrow \text{total} = 10 \\
 \begin{array}{r}
 4-3 \quad 6-4 \\
 (1 : 2) \Rightarrow 3 \rightarrow 48000 \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 160000 \quad 320000 \cdot \underline{\text{Ans..}}
 \end{array}
 \end{array}$$

Imp.

Que :- A, B व C ने एक घर किराये पर लिया, पहले 4 महीनों में तीनों वहाँ रहते हैं, अगले 4 महीनों में A व B वहाँ रहते हैं, और अंतिम 4 महीनों में सिर्फ A वहाँ रहता है। एक वर्ष बाद उनका किराया किस अनुपात में बढ़ेगा?

माना कुल किराया / महीने = 3 रु.

$$\begin{array}{r}
 A \quad B \quad C \\
 (1 \times 4) \quad (1 \times 4) \quad (1 \times 4) \\
 + \quad + \quad + \\
 (1.5 \times 4) \quad (1.5 \times 4) \\
 + \quad + \\
 (3 \times 4) \quad 4 \\
 \hline
 22 \quad 10.5 \quad 4
 \end{array}$$

11 : 5 : 2

Ans.

POWER
Give Wings to Your Dreams with us

Que ①- एक वस्तु का मूल्य रूप मू. से 50%, अधिक अधिक प्रकृत मिया; यदि प्रकृत मू. को 20% से बढ़ाया तथा विक्रय मू. को 20% से बढ़ाया जाया तो लाभ दुगना हो जाता है, यदि वास्तविक विक्रय मू. 300 रु. है, तो वास्तविक वि. मू. ज्ञात करे?

Que ② एक व्यक्ति कुछ वस्तुएँ 1 रु. में 5 के हिसाब से खरीदता है तथा समान संख्या में कुछ वस्तुएँ 1 रु. में 4 के हिसाब से खरीदता है, उसने दोनों प्रकार की वस्तुओं को मिला लिया और 2 रु. में 9 की दर से बेचा, इस व्यापार में उसे 3 रु. की हानि हुई, उसके द्वारा खरीदी गई वस्तुओं की संख्या ज्ञात करे?

Que-③ ~~4~~ 4 वस्तुएँ 1 रु. में बेचने से एक व्यक्ति 4% हानि होती है यदि वह 3 वस्तुएँ 1 रु. में बेचे तो उसे कितना लाभ होगा?

Sol-(i)

CP	MP	CP
100	150	5x
↓	↓	5x
200 रु.	300 रु.	5x × 50 = 250 रु. <u>Ans</u>
	↓ +20%	
	360	

$$2(5x - 200) = 6x - 200$$

$$10x - 400 = 6x - 200$$

$$4x = 200$$

$$x = 50$$

Sol -(ii)

CP	Article	Price
5 × 36 = 180		1 रु × 36 = 36
4 × 45 = 180		1 रु × 45 = 45
SP [9 × 2 × 20 = 360		1 रु → 360
		3 रु →
		2 रु × 40 = 80

Sol : ③

$\frac{1}{4}$ रु → 96%

$\frac{1}{3}$ रु → $\frac{96}{100} \times \frac{1}{3} = 128\%$

Profit = 28%

Ans

Que:- एक आदमी ने प्रदर्शनकारियों का संख्या का पुलिस का अनुपात 9:1 था, पुलिस ने 135 प्रदर्शनकारियों को गिरफ्तार किया, जिनकी औसत संख्या प्रति 5 पर 3 पुलिस थी, तो ज्ञात कीजिए इस आदमी ने कितने प्रदर्शनकारी थे?

Sol:-

$$\frac{\text{कुल प्रदर्शनकारी}}{\text{पुलिस}} = \frac{9}{1} \xrightarrow{\times 81} 81 \rightarrow 729 \text{ Ans.}$$

$$\frac{\text{गिरफ्तार कें}}{\text{पुलिस}} = \frac{5}{3} \xrightarrow{\times 27} 135 \leftarrow \text{शुरुआत यहाँ से}$$

Que:- A, B व C तथा D ने एक उपहार खरीदा उसके लिए A ने दूसरे की भाँति, B ने दूसरे की $\frac{1}{3}$ तथा C ने दूसरे की $\frac{1}{4}$ किमत भरा की, D ने कुल कितनी किमत भरा की?

Sol:-

$$A = \frac{B+C+D}{2} \Rightarrow \frac{A}{B+C+D} = \frac{1}{2} \left[\begin{array}{l} \times 3 \rightarrow 60 \\ \times 1 \rightarrow 20 \end{array} \right]$$

$$B = \frac{A+C+D}{3} \Rightarrow \frac{B}{A+C+D} = \frac{1}{3} \left[\begin{array}{l} \times 4 \rightarrow 60 \\ \times 1 \rightarrow 15 \end{array} \right]$$

$$C = \frac{A+B+D}{4} \Rightarrow \frac{C}{A+B+D} = \frac{1}{4} \left[\begin{array}{l} \times 5 \rightarrow 60 \\ \times 1 \rightarrow 12 \end{array} \right]$$

$$D = 60 - [20 + 15 + 12] = 13 \text{ रु. Ans.}$$

Que. A, B व C की आय का अनुपात 7:9:12 है, तथा खर्च का अनुपात 8:9:15 है, यदि A अपनी आय का $\frac{1}{4}$ भाग खर्चा तो A, B व C की बचत का अनुपात ज्ञात करें?

Sol:-

	A	B	C
I	7x	9x	12x
Ex:	8y	9y	15y
Saving	(7x-8y)	9(x-y)	(12x-15y)
	56	99	69

$7x - 8y = \frac{1}{4} \times 7x$

$28x - 32y = 7x$

$21x = 32y$

$\left[\frac{x}{y} = \frac{32}{21} \right]$

Que:- रूपये 30000 A, B व C में वस्तु प्रकार विभाजित किये जाते हैं, कि A को B व C दोनों को प्राप्त राशि का $\frac{1}{3}$ हिस्सा मिलता है और B को A व C दोनों को मिलाकर प्राप्त राशि का $\frac{2}{3}$ हिस्सा मिलता है C का हिस्सा ज्ञात करें?

Sol:-

$$A = \frac{B+C}{3} \Rightarrow \frac{A}{B+C} = \frac{1}{3} \quad \left. \begin{array}{l} 4 \rightarrow 30000 \\ 1 \rightarrow 7500 \end{array} \right\}$$

$$B = \frac{2(A+C)}{3} = \frac{B}{A+C} = \frac{2}{3} \quad \left. \begin{array}{l} 5 \rightarrow 30000 \\ 2 \rightarrow 12000 \end{array} \right\}$$

$$C = 30000 - [7500 + 12000]$$

$$= 30000 - 19500 = 10500 \text{ रु. } \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

Que:- दो विद्यालयों A तथा B में कुल विद्यार्थी 990 हैं, यदि विद्यालय A के विद्यार्थी 5% से कम हो गए, तथा विद्यालय B के विद्यार्थियों की संख्या 14% से बढ़ गई, वस्तु तरह दोनों विद्यालयों में विद्यार्थियों की संख्या समान हो गई, स्कूल A के विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात करें

Sol:-

$$A+B = 990$$

$$A \times \frac{95}{100} = B \times \frac{114}{100}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{114}{95} = \frac{6}{5}$$

$$A:B = 6:5$$

$$11-x \rightarrow 990$$

$$\rightarrow x \rightarrow 540 \text{ } \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

Que:- एक मैदान में पुरुष व महिलाओं का अनुपात 3:1 था, चाय काल के दौरान 16 प्रतिभागी चले गये तथा 6 महिला प्रतिभागी और आ गए, जिससे अनुपात बदलकर 2:1 हो गया, शुरुआत में कुल कितने प्रतिभागी थे।

Sol:-

$$\frac{\text{men}}{\text{woman}} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{3x-12}{x-4+6} = \frac{2}{1}$$

$$3x-12 = 2x+4 \Rightarrow x=16$$

← उसी अनुपात में निकलते हैं, तो मिया हो।

Que:- एक व्यापक न पास बांड A के 4 कमीज तथा बांड B के कुछ कमीज मंगवाता है, बांड A के प्रत्येक कमीज का मूल्य बांड B के प्रत्येक कमीज के मूल्य का दुगना है, वील बताते समय कमीजो की संख्या ध्यापक में बदल गई, जिससे उसका कुल वील 40% बढ़ गया। तो बांड A तथा बांड B के कमीजो की संख्या का अनुपात बता करे?

Sol:-

	A	B
कमीज	4	x (माना)
मूल्य	2	1

Old Total :- $(8 + x)$

संख्या बदलने पर	x	4
मूल्य	2	1

New Total :- $(2x + 4)$

$$\therefore (8+x) \times \frac{100}{100} = 2x+4$$

$$5(8+x) = (2x+4)5$$

$$56+1x = 10x+20$$

$$36 = 9x \Rightarrow x = 12$$

\therefore कमीजो की संख्या का अनुपात = $4 : 12$

$1 : 3$ Ans

POWER MIND
 Give Wings to Your Dreams with **Power Mind Institute**

4. (समय और कार्य) के संबंध में ज्ञान है *

यदि एक व्यक्ति 3 घण्टा में काम करे तो दूसरे व्यक्ति को (यदि वह 2 घण्टा में काम करे) 6 घण्टा में काम करना पड़ेगा।

यदि एक व्यक्ति 3 घण्टा में काम करे तो दूसरे व्यक्ति को (यदि वह 2 घण्टा में काम करे) 6 घण्टा में काम करना पड़ेगा।

यदि एक व्यक्ति 3 घण्टा में काम करे तो दूसरे व्यक्ति को (यदि वह 2 घण्टा में काम करे) 6 घण्टा में काम करना पड़ेगा।

समय और कार्य TIME & WORK

यदि एक व्यक्ति 3 घण्टा में काम करे तो दूसरे व्यक्ति को (यदि वह 2 घण्टा में काम करे) 6 घण्टा में काम करना पड़ेगा।

यदि एक व्यक्ति 3 घण्टा में काम करे तो दूसरे व्यक्ति को (यदि वह 2 घण्टा में काम करे) 6 घण्टा में काम करना पड़ेगा।

यदि एक व्यक्ति 3 घण्टा में काम करे तो दूसरे व्यक्ति को (यदि वह 2 घण्टा में काम करे) 6 घण्टा में काम करना पड़ेगा।

* Time And Work (समय और काम) *

Que:- A एक कार्य को 5 दिन में करता है, तथा B उसी कार्य को 10 दिन में करता है। यदि दोनों साक्षात् मिलकर वही कार्य करें तो कितना समय लेंगे?

Sol:-

माना कुल कार्य = 10 units

A → 5 दिन

B → 10 दिन

$$\frac{10}{5} = 2 \text{ unit/day}$$

$$\frac{10}{10} = 1 \text{ unit/day}$$

(A+B) द्वारा 1 दिन में किया गया कार्य = 2+1 = 3 unit

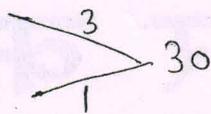
$$T.w = 10 \text{ unit}$$

$$\text{समय} = \frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3} \text{ दिन } \underline{\text{Ans}}$$

Que:-

A = 10 Day

B = 30 Day



A+B → 4

$$\frac{30}{4} = 7 \frac{1}{2} \text{ दिन } \underline{\text{Ans}}$$

Que:-

A = 10

B = 12

C = 15

6

5

4

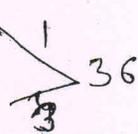
$$\frac{60}{15} = 4 \text{ दिन } \underline{\text{Ans}}$$

Que:- A एक कार्य को 36 दिन में पूरा करता है, परन्तु यदि वह B की मदद ले तो कार्य 12 दिन में पूरा हो जाता है। B अकेले उसे कितने दिन में पूरा कर सकता है?

Sol:-

A → 36

A+B → 12

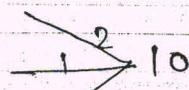


$$T_B = \frac{36}{(3-1)} = 18 \text{ दिन}$$

Que:- A व B किसी कार्य 5 दिन व 10 दिन में पूरा करते हैं। दोनों मिलकर C की साहयता से वस्तु कार्य को 2 दिन में करते हैं। C अकेले का समय बताकरे

A = 5

B = 10



$$C = 5 - (2+1) = 2$$

$$T_C = \frac{10}{2} = 5 \text{ दिन}$$

Que:- A व B मिलकर किसी कार्य को 12 दिन में, B व C मिलकर उसी कार्य को 15 दिन में तथा C व A मिलकर 20 दिन में करते हैं, ज्ञात कीजिए A, B व C अलग-अलग उत कितने समय में कर सकते हैं।

Sol

$$T.W = 60$$

$$A+B \rightarrow 12 \quad 5$$

$$B+C \rightarrow 15 \quad 4$$

$$C+A \rightarrow 20 \quad 3$$

$$A = 6 - 4 = 2 \Rightarrow \frac{60}{2} = 30 \text{ दिन}$$

$$B = 6 - 3 = 3 \Rightarrow \frac{60}{3} = 20 \text{ दिन}$$

$$2(A+B+C) = 12$$

$$A+B+C = 6$$

$$C = 6 - 5 = 1 \Rightarrow \frac{60}{1} = 60 \text{ दिन}$$

Que:- A किसी कार्य को 8 घंटे प्रतिदिन करते हुए 15 दिन में करता है, B वही कार्य 4 घंटे प्रतिदिन करते हुए 15 दिन में करता है, A, B मिलकर इसे कितने दिन में करेंगे? यदि वे 5 घंटे प्रतिदिन कार्य करें।

Sol:-

$$A = 8 \times 5 = 40 \text{ hr}$$

$$B = 15 \times 4 = 60 \text{ hr}$$

$$T(A+B) = \frac{120}{3+2} = 24 \text{ hr}$$

$$\text{No. of days} = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5} \text{ day } \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Que:- A किसी कार्य का $\frac{1}{3}$ भाग 5 दिन में पूरा करता है, B उस कार्य का $\frac{2}{3}$ भाग 10 दिन में पूरा करता है, A व B मिलकर उस कार्य को कितने दिन में पूरा करेंगे?

Sol:-

$$A = 15 \quad 3 \quad 75$$

$$B = 25 \quad 3 \quad 75$$

$$A \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} \rightarrow 5 \text{ दिन} \\ 1 \rightarrow 5 \times 3 = 15 \text{ दिन} \end{array} \right.$$

$$T_{A+B} = \frac{75}{5+3} = 9\frac{3}{8} \text{ दिन} \quad B \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} \rightarrow 10 \text{ दिन} \\ 1 \rightarrow 10 \times \frac{3}{2} = 15 \text{ दिन} \end{array} \right.$$

Que:-

$$A = 10D$$

$$B = 20D$$

$$C = 30D$$

$$D = 40D$$

A, B, C व D एक समाप्त कार्य अलग-अलग रूप से एक ही समय शुरू करते हैं, जब A का कार्य समाप्त हो जाता है, तो वह B की मदद करने जाते हैं, जब B का कार्य समाप्त होता है, तो दोनों C की मदद के लिए जाते हैं, जब C का कार्य समाप्त होता है तो सभी D की मदद करने जाते हैं। कार्य कितने दिन में समाप्त हुआ

Sol: -

A = 10D	12
B = 20D	6
C = 30D	4
D = 40D	3

$$T_{A+B+C+D} = \frac{120 \times 4}{25} = 19 \frac{1}{5} \text{ दिन } \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Fixed work

Man (m)

Day (D) Time

$$m \propto \frac{1}{D}$$

Time fix

Man (m)

Work (W)

$$m \propto W$$

$$m \propto \frac{W}{D}$$

$$m = k \frac{W}{D}$$

$$k = \frac{mD}{W}$$

$$\frac{m_1 D_1 H_1}{W_1} = \frac{m_2 D_2 H_2}{W_2}$$

Que: - 20 आदमी किसी कार्य को 12 दिन में पूरा कर सकते हैं, तो 28 दिन में कार्य पूरा करने के लिए कितने आदमी चाहिए?

Sol

$$\frac{20 \times 12}{1} = \frac{m_2 \times 28}{1}$$

$$m_2 = \frac{20 \times 12}{28} = 5 \text{ आदमी } \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Que: - 25 आदमी किसी कार्य को 10 घंटे प्रतिदिन करते हुए 36 दिन में पूरा करते हैं, उसी कार्य को 20 दिन में पूरा करने के लिए कितने आदमी चाहिए, यदि वे प्रतिदिन 6 घंटे काम करें?

Sol: -

$$m_1 D_1 H_1 = m_2 D_2 H_2$$

$$25 \times 10 \times 36 = m_2 \times 20 \times 6$$

$$75 = m_2 \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Que: - P आदमी P घंटे प्रतिदिन कार्य करते हैं, P दिन में P amount कार्य करते हैं, अब कीजिए N आदमी N घंटे प्रतिदिन कार्य करते हुए N दिन में कितना कार्य करेंगे?

Sol: -

$$\frac{P \times P \times P}{P} = \frac{N \times N \times N}{x}$$

$$\frac{N^3}{P^2} = x \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Ans:- यदि 28 आदमी मालूम किसी कार्य को $\frac{1}{4}$ भाग पूरा करने में करते हैं, तो अगले सप्ताह में कार्य पूरा करने के लिए कितने आदमी की जरूरत होगी

Sol:-
$$\frac{28 \times 7}{\frac{1}{4}} = \frac{x \times 7}{\frac{1}{8}}$$

 $4 = x$ Ans.

Que:- एक ठेकेदार किसी कार्य को 92 दिन में समाप्त करने के लिए 110 आदमी लगाता है, 48 दिन बाद वह पाता है, कि कार्य का $\frac{3}{5}$ भाग पूरा हो चुका है अब वह कितने आदमी कार्य से हटा सकता है, ताकी कार्य निश्चित सत्र में हो।

Sol:-
$$\frac{110 \times 92}{\frac{3}{5}} = \frac{x \times 44}{\frac{1}{2}}$$

 $80 = x$
 $\therefore 110 - 80 = 30$ आदमी हटा सकता है

Que:- कुछ मजदूरों ने एक कार्य को 9 दिन में पूरा करने का वादा किया परन्तु उनमें से 5 मजदूर अनुपस्थित थे, तब शेष मजदूरों ने काम को 12 दिन में किया, वादा करते समय कितने मजदूर थे ?

Sol:-
$$m \times 9 = \frac{4 \times 12 \times (m-5)}{4}$$

 $3m = 4m - 20$
 $m = 20$ Ans.

* दक्षता:-

$$E \propto \frac{1}{D} \quad E \propto W$$

$$\left\{ \frac{M_1 D_1 H_1 E_1}{W_1} = \frac{M_2 D_2 H_2 E_2}{W_2} \right\}$$

Que:- A, B से तीन गुना दक्ष है, यदि B किसी कार्य को करने में 12 दिन का समय लेता है, तो A उसे कितने दिन में पूरा करेगा?

Sol:-
$$\text{effi} = \begin{matrix} A & B \\ 3 & 1 \end{matrix}$$

$$\text{Total work} = 12 \times 1$$

$$T_A = \frac{12 \times 1}{3+1} = 24 \text{ days} \quad | \quad T_{A+B} = \frac{12 \times 1}{3+1} = 18$$

Que:- A, B से 20% कम दक्ष है, यदि B किसी कार्य को करने में 24 दिन का समय लेता है, तो दोनों मिलकर उस कार्य को कितने समय में पूरा करेंगे?

Sol:-

eff \rightarrow A : B
4 : 5

$$\text{Total work} = 24 \times 5$$

$$T_{A+B} = \frac{24 \times 5}{3} = \frac{40}{3} \text{ दिन } \underline{\text{Ans.}}$$

Que:- A, B से दो गुना ज्यादा दक्ष है, यदि A किसी कार्य को करने में B से 60 दिन कम लेता है, तो दोनों मिलकर उस कार्य को कितने समय में पूरा करेंगे?

Sol:-

eff A : B
3 : 1

Day

1 : 3
↓ ↓
30 दिन 90 दिन
→ 2 → 60 दिन

$$\text{Total work} = 30 \times 3 = 90$$

$$T_{A+B} = \frac{90}{3} = \frac{45}{2} = 22 \frac{1}{2} \text{ दिन } \underline{\text{Ans.}}$$

Que:- A, B से दुगना दक्ष है तथा B, C से दुगना दक्ष यदि A व B मिलकर किसी कार्य को 4 दिन में कर सकते हैं, तो C अकेले उस कार्य को कितने दिन में कर सकता है।

Sol:-

eff A : B : C
4 : 2 : 1

$$\text{Total work} = 4 \times (4+2) = 24$$

$$T_C = \frac{24}{1} = 24 \text{ days.}$$

Impl

Que:- A, B से आधा कार्य $\frac{3}{4}$ समय में पूरा करता है, यदि दोनों मिलकर उस कार्य को 18 दिन में पूरा करते हैं, तो B अकेले उसे कितने दिन में करेगा?

Sol:-

work \rightarrow A : B
1 : 2

Time \rightarrow $\frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2}$
3 : 2

eff \rightarrow 2 : 3

$$\text{Total w} = 18 \times (2+3) = 90$$

$$T_B = \frac{90}{3} = 30 \text{ days}$$

$$T_A = \frac{90}{2} = 45 \text{ day}$$

कार्य समान होने पर Time भी बढ़ता कर सकते हैं।

Que: - 15 आदमी किसी कार्य को 210 दिन में पूरा करते हैं, व 4 दिन तक कार्य करते हैं, उसके बाद 15 आदमी और आ जाते हैं, जिनकी क्षमता दुगुनी है, कार्य पूरा होने में कुल कितना समय लगेगा ?

Sol: - माना पहले वाला प्रत्येक आदमी = 1 unit कार्य करता है।

$$(15 \times 1 \times 210) = (15 \times 1 \times 10) + [15 \times 1 + 15 \times 2] D$$

$$15 \times 210 - 15 \times 10 = 45 D$$

$$15 \times 200 = 45 D$$

$$D = \frac{15 \times 200}{45/3} = 66 \frac{2}{3} \text{ दिन}$$

$$\text{कुल समय} = 66 \frac{2}{3} + 10 = 76 \frac{2}{3} \text{ दिन } \underline{\text{Ans.}}$$

Que: - किसी भोजनलाय में 800 व्यक्तियों के लिए 50 दिन के ~~कार्य~~ ^{आवधान} हैं, यदि 41 दिन बाद 80 व्यक्ति वहाँ से चले जाते हैं, बाकी बचा हुआ खाना कितने दिन चलेगा ?

Sol: -

$$800 \times 50 = (800 \times 41) + 720 \times D$$

$$\frac{800 \times 9}{720} = D$$

$$10 = D \text{ } \underline{\text{Ans.}}$$

Que: - ① A, B से धाधा कार्य B से $\frac{1}{6}$ समय में करता है, वे साथ मिलकर 10 दिन में कार्य कर सकते हैं, तो B अकेले कार्य कितने दिन में करेगा ?

Que: - ② एक कारखाने में 20 मजदूर 400 खिलौने 30 दिन में 6 घंटे ^{प्रतिदिन} कार्य करें। बताए कि दूसरे समूह के 15 मजदूर 50 प्रतिशत खिलौने कितने समय में बनाएंगे ? यदि वे प्रतिदिन 4 घंटे ^{प्रतिदिन} कार्य करें यह भी धिया गया है कि पहले समूह की कार्यक्षमता दूसरे समूह की $\frac{3}{2}$ गुना है।

Sol: - ①

$$\text{Work} \Rightarrow \begin{array}{cc} A & B \\ 1 \times 2 & 2 \end{array}$$

$$\text{Time} \Rightarrow \frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3} \quad 1$$

$$1 : 3$$

$$\text{eff} \rightarrow 3 : 1$$

$$\text{Total work} = 10(3+1) = 40$$

$$T_B = \frac{40}{1} = 40 \text{ days } \underline{\text{Ans}}$$

Sol (2)

$$\frac{m_1 D_1 H_1 E_1}{w_1} = \frac{m_2 D_2 H_2 E_2}{w_2}$$

$$\Rightarrow \frac{20 \times 36 \times 5 \times 3}{400} = \frac{15 \times 4 \times D \times 2}{200}$$

eff. $\frac{3}{2} : 1$
 $3 : 2$

$75 = 2D$

$D = \frac{75}{2} = 37\frac{1}{2}$ दिन Ans.

* Cyclic order :-

Que: A = 5 Days A व B एकांतर दिनों पर कार्य करते हैं, काम कीजिए
 B = 10 Days को कार्य कितने दिनों में समाप्त हुआ यदि:

- (i) A ने कार्य शुरू किया हो
- (ii) B ने कार्य शुरू किया हो

$T.W = 10$
 A = 5 Day. 2
 B = 10 Day 1

Sol: (i) A B / A B / A B ---
 $\downarrow \downarrow$
 2 1
 2 दिन = 2+1 = 3 unit
 $\times 3$
 6 दिन \rightarrow 9 unit

Sol: (ii) B A / B A ---
 $\downarrow \downarrow$
 1 2
 2 दिन = 2+1 = 3 unit
 $\times 3$
 6 दिन \rightarrow 9 unit

Remaining = 10 - 9 = 1
 day by A $T_A = \frac{1}{2}$ day
 Total time = $6\frac{1}{2}$ days

Remaining = 10 - 9 = 1
 day by B $T_B = \frac{1}{1} = 1$
 Total time = 6+1 = 7 दिन Ans.

Que: - A = 12 D, B = 15 D, C = 20 D कीजिए की कार्य कितने दिनों में पूरा हुआ,
 (i) यदि A व B व C वही क्रम में एकांतर रूप से कार्य करें

- (ii) एकांतर दिनों में A के साथ B व C कार्य करें?
- (iii) A के साथ हर बितरे दिन B व C कार्य करें?

Sol: - $\frac{60}{A=12 \quad 5}$
 $\frac{60}{B=15 \quad 4}$
 $\frac{60}{C=20 \quad 3}$

Sol: (i) ABC / ABC |
 $5+4+3$
 3 दिन \rightarrow 12 unit
 $\times 5$
 15 दिन \rightarrow 60 unit Ans.

Sol: (ii) A (B) / A C |
 $15 \quad 5 \quad 3$
 2 दिन \rightarrow 12
 $\times 3$
~~6 दिन~~
 $\times 3$
 6 दिन \rightarrow 51

Sol (ii)

$$\frac{A+B}{9} \quad \frac{A+C}{8} \quad / \quad A+B \dots$$

$$\begin{array}{l} 2 \text{ दिन} \rightarrow 17 \text{ unit} \\ \times 3 \\ \hline 6 \text{ दिन} \end{array} \quad \begin{array}{l} \times 3 \\ \hline 51 \text{ unit} \end{array}$$

शेष = $60 - 51 = 9$

$$T_{A+B} = \frac{9}{9} = 1$$

Total time = $6 + 1 = 7$ दिन Ans.

Sol - (iii)

$$A, A, \frac{A+B+C}{12} / A, A, A+B+C \dots$$

$$\begin{array}{l} 3 \text{ दिन} \rightarrow 22 \text{ unit} \\ \times 2 \\ \hline 6 \text{ दिन} \end{array} \quad \begin{array}{l} \times 2 \\ \hline 44 \end{array}$$

शेष = $60 - 44 = 16 \text{ unit}$

$$\begin{array}{l} \downarrow +2 \text{ दिन} \\ 8 \text{ दिन} \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow +10 \text{ unit} \\ 54 \text{ unit} \end{array}$$

शेष = $60 - 54 = 6 \text{ unit}$

$$T_{A+B+C} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \text{ दिन}$$

Total time = $8 \frac{1}{2}$ दिन Ans.

* Before and After :-

Que: - A = 5 D, B = 10 D दोनो साथ मिलकर कार्य शुरू करते हैं, लेकिन A दो दिन बाद कार्य छोड़ देता है, जब कार्य की कार्य कितने दिन में पूरा हुआ?

Sol: - $A = 5$
 $B = 10$

A+B	B
2 दिन	शेष = $10 - 6 = 4$
$2 \times (2+1)$ = 6 unit	$T_B = \frac{4}{1} = 4$ दिन

Total time = $4 + 2 = 6$ दिन

Que: - A = 5, B = 10 दिन दोनो साथ मिलकर कार्य शुरू करते परन्तु B कार्य समाप्त होने से 2 दिन पहले कार्य छोड़ देता है कुल कार्य होने में लगा समय बात कीजिए

A = 5
B = 10

A+B	A
शेष $10 - 6 = 4$	2 दिन
$T_{A+B} = \frac{4}{1} = 4$	$2 \times 2 = 4 \text{ unit}$

Total time = $2 + 2 = 4$ दिन

Que:- $A = 18D$, $B = 36D$, $C = 54D$ सबसे पहले A कार्य शुरू करके 8 दिन तक कार्य करता है, उसके बाद B व C द्वारा उसका साथ देते हैं, लेकिन कार्य समाप्त से एक दिन पहले A कार्य छोड़ देता है, बात कीजिए तीनों ने कितने दिन तक साथ में कार्य किया ?

Sol:- $A = 18D$ $\frac{108}{6}$

$B = 36D$ 3

$C = 54D$ 2

A	A+B+C	B+C
8 दिन	शेष = $108 - 54$	1 दिन
$8 \times 6 = 48$ unit	$= 55$	$1 \times 5 = 5$ unit
	$T_{A+B+C} = \frac{55}{11}$	
	$= 5$ दिन	

Que:- $A = 24D$, $B = 9D$, $C = 12D$ B व C ने कार्य करना शुरू किया, लेकिन 3 दिन बाद उन्हें कार्य छोड़ना पड़ा शेष कार्य को करने में A को कितना समय लगेगा

Sol:- $A = 24D$ $\frac{72}{3}$

$B = 9D$ 8

$C = 12D$ 6

B+C	A
3 दिन	शेष = $72 - 42$
$14 \times 3 = 42$ unit	$= 30$
	$T_A = \frac{30}{3} = 10$ दिन

Que:- $A = 10$, $B = 12$, $C = 15$ 3-दोनों एक साथ कार्य शुरू किया लेकिन A ने कार्य समाप्त होने से 5 दिन पहले छोड़ दिया तथा B ने A के 2 दिन बाद कार्य छोड़ दिया बात कीजिए कार्य कितने दिनों में समाप्त हुआ

10
12
15
Give wings to your dreams with us

A+B+C	B+C	C
शेष = $60 - (18+12)$	3 दिन	3 दिन
$= 30$	3×9	$3 \times 4 = 12$
	$= 27$	
$T_{A+B+C} = \frac{30}{15}$		
$= 2$ दिन		

Total time = $2 + 3 + 3 = 7$ दिन

Que:- एक कार्य को करने में B द्वारा लिया गया समय A व C को मिलाकर लिए गए समय का तिगुना है, C द्वारा लिया गया समय A तथा B द्वारा मिलाकर लिए गए समय का दुगुना है, यदि तीनों मिलकर कार्य 10 दिन में पूरा कर सकते हैं, तो A, B तथा C द्वारा अकेले कार्य में लगाने वाला समय

Sol: -

time
 $B = 3(A+C)$

$$\frac{B}{A+C} = \frac{3}{1}$$

$$\longrightarrow \frac{B}{A+C} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{9} \quad] 4 \times \textcircled{3}$$

$$C = 2(A+B)$$

$$\frac{C}{A+B} = \frac{2}{1}$$

$$\longrightarrow \frac{C}{A+B} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{1} \quad] 3 \times \textcircled{4}$$

$$A : B : C$$

eff. 5 : 3 : 4

$$T.w = (5+3+4) \times 10 = 120 \text{ unit}$$

$$T_A = \frac{120}{5} = 24 \text{ D}, \quad T_B = \frac{120}{3} = 40 \text{ दिन}, \quad T_C = \frac{120}{4} = 30$$

Ques: - A व B मिलकर किसी कार्य को 30 दिन में समाप्त करते हैं यदि पहले 16 दिन A कार्य करे तो बचा हुआ कार्य B 44 दिन में करता है, बात कीजिए की B अकेला वह कार्य कितने दिन में समाप्त कर सकता है।

Sol: -

$$A+B = 30 \text{ day} \quad \text{30 unit}$$

$$16A + 44B = 30$$

$$16A + 16B + 28B = 30$$

$$16(A+B) + 28B = 30$$

$$16 + 28B = 30$$

$$28B = 14$$

$$B = \frac{14}{28} = \frac{1}{2}$$

$$A+B=1 \Rightarrow A = \frac{1}{2}$$

कुल कार्य

$$30(A+B) = 16A + 44B$$

$$14A = 14B$$

$$\frac{A}{B} = \frac{1}{1}$$

$$\text{कुल कार्य} = 30 [1+1] = 60 \text{ unit}$$

$$T_B = \frac{60}{1} = 60 \text{ दिन Ans.}$$

Ques: - A व B मिलकर किसी कार्य को 12 दिन में तथा B व C मिलकर उसी कार्य को 15 दिन में पूरा कर सकते हैं, यदि A के 5 दिन तथा B के 10 दिन कार्य करने के बाद C शेष कार्य को 10 दिन में कर देता है, बात की अलग-2 कार्य को कितने दिन में पूरा कर देगे?

Sol:- $A+B = 12 D$ $\frac{1.5 \times 60 \text{ min}}{5}$

$B+C = 15 D$ 4

$5A + 10B + 10C = 60 \text{ unit}$

$5A + 5B + 5B + 5C + 5C = 60$

$5(A+B) + 5(B+C) + 5C = 60$

$5 \times 5 + 5 \times 4 + 5C = 60$

$25 + 20 + 5C = 60$

$5C = 60 - 45$

$C = \frac{15}{5} = 3$

$C = 3$

$B = 4 - 3 = 1$

$A = 5 - 1 = 4$

$T_A = \frac{60}{4} = 15 \text{ days}$

$T_B = \frac{60}{1} = 60 \text{ days}$

$T_C = \frac{60}{3} = 20 \text{ days}$

* या और / or & And :-

Que:- यदि 15 महिलाएँ या 10 आदमी किसी कार्य को 55 दिन में पूरा करते हैं तो 5 महिलाएँ और 4 आदमी उसी कार्य को मिलने समय में पूरा करेंगे ?

Sol:- Total work

या $15W \times 55 = 10M \times 55$

$15W = 10M$

$\frac{W}{M} = \frac{2}{3}$

T.W = $15 \times 2 \times 55$

और $5W + 4M = (5 \times 2) + (4 \times 3) = 22$

Time = $\frac{15 \times 2 \times 55}{22} = 15 \text{ दिन Ans}$

Que:- 6 आदमी और 8 लड़के किसी कार्य को 10 दिन में करते हैं, जबकि 20 आदमी और 48 लड़के वही कार्य 2 दिन में करते हैं, तो जोत कीजिए वही कार्य 15 आदमी और 20 लड़के कितने दिन में करेंगे ?

Sol:- T.W

$(6M + 8B)10 = (20M + 48B)2$

$30M + 40B = 20M + 48B$

$4M = 8B$

$\frac{M}{B} = \frac{2}{1}$

T.W = $[(6 \times 2) + (8 \times 1)] 10 = 200$

$15M + 20B = (15 \times 2) + (20 \times 1) = 50$

$T = \frac{200}{50}$

$= 4 \text{ दिन Ans}$

Ques:- 10 आदमी और 15 महिलाएँ एक काम को 6 दिनों में पूरा करते हैं, अकेला आदमी उस कार्य को पूरा करने के लिए 100 दिन लेता है, एक महिला इस कार्य को पूरा करने में कितना समय लेगी?

Sol T.w $(10m + 15w) 6 = 1m \times 100$
 $60m + 90w = 100m$
 $90w = 40m$
 $\frac{w}{m} = \frac{4}{9}$
 $T.w = 1 \times 9 \times 100$
 $\text{Time} \rightarrow \frac{900}{4} = 225 \text{ दिन Ans.}$

Ques:- यदि 6 आदमी और 8 लड़के किसी कार्य को 10 दिनों में कर सकते हैं, तो 15 आदमी और 20 लड़के उसी कार्य को कितने दिनों में करेंगे?

Sol:- $6m + 8B \rightarrow 10$
 $\downarrow \times 2.5$
 $15m + 20B \rightarrow \frac{10}{2.5} = 4 \text{ दिन Ans.}$

Ques:- एक आदमी या दो महिलाएँ या ~~एक~~ 3 लड़के किसी कार्य को 88 दिन में पूरा करते हैं तो 1 आदमी, 1 महिला और 1 एक लड़का उसी कार्य को कितने दिनों में पूरा करेंगे?

Sol:- T.w $1m = 2w = 3B$
 $m:w:B = \frac{1}{1} : \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$
 $= 6:3:2$
 $T.w = 1m \times 88 = 6 \times 88$
 $1m + 1w + 1B = 6 + 3 + 2 = 11$
 $\text{Time} = \frac{6 \times 88}{11} = 48 \text{ days. Ans.}$

Ques:- एक आदमी एक महिला और एक लड़का किसी कार्य को क्रमशः 3, 4 व 12 दिन में पूरा कर सकते हैं, एक आदमी और एक महिला द्वारा उसी कार्य को $\frac{1}{4}$ दिन में पूरा करने के लिए कितने लड़कों की आवश्यकता होगी?

Sol:- $m \rightarrow 3$
 $w \rightarrow 4$
 $B \rightarrow 12$

T.w 12
 4
 3
 1

$(1m + 1w + xB) \frac{1}{4} = 12$
 $(1 \times 4 + 1 \times 3 + x \times 12) = 48$
 $7 + x = 48$
 $x = 41 \text{ Ans.}$

Que:- 15 आदमी या 24 महिलाएँ या 36 लड़के किसी कार्य को 12 दिन में पूरा कर सकते हैं, यदि वे 8 घंटे प्रतिदिन कार्य करें। इसी कार्य के 2.25 गुना कार्य को 30 दिन में पूरा करने के लिए कितने 12 महिलाओं और 6 लड़कों को कितने आदमी की आवश्यकता होगी? यदि वे प्रतिदिन 6 घंटे कार्य करें!

Sol:- Total work

$$15M \times 12 \times 8 = 24W \times 12 \times 8 = 36B \times 12 \times 8$$

$$5M = 8W = 12B$$

$$M : W : B = \frac{1}{5} : \frac{1}{8} : \frac{1}{12} = 24 : 15 : 10$$

$$\text{Total work} = 15 \times 24 \times 12 \times 8$$

$$\text{New work} \Rightarrow 2.25 \times 15 \times 24 \times 12 \times 8 = (12W + 6B + xM) \times 30 \times 6$$

$$\Rightarrow 2.25 \times 12 \times 8 \times 2 = 180 + 60 + 24x$$

$$\Rightarrow 432 = 240 + 24x$$

$$\frac{192}{24} = x$$

$$8 = x \quad \underline{\text{Ans}}$$

* आय संबंधी प्रश्न:-

Que:- A, B व C किसी कार्य को 12 व 15 दिन में पूरा कर सकते हैं, यदि उन कार्य के लिए कुल मजदूरी 900 रु. हो तो A, B व C का हिस्सा क्या कीजिए?

Sol:-

$$A - 10$$

$$B - 12$$

$$C - 15$$

$$5 : 4$$

$$15 \xrightarrow{\times 60} 900$$

$$6 \rightarrow 360$$

$$5 \rightarrow 300$$

$$4 \rightarrow 240$$

Ans.

Que:- A अकेले किसी कार्य को 6 दिन तथा B 8 दिन में कर सकता है, यदि C की मदद से उन दोनों ने कार्य 3 दिन में पूरा किया हो, तो 3200 रु. की कुल मजदूरी में C का हिस्सा क्या करें?

Sol

$$A - 6$$

$$B - 8$$

$$A+B+C - 3$$

$$24$$

$$4$$

$$3$$

$$8$$

$$C = 8 - 7$$

$$= 1$$

$$8 \xrightarrow{\times 400} 3200$$

$$C \rightarrow 1 \xrightarrow{\times 400} 400 \text{ रु.} \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$A : B : C = 4 : 3 : 1$$

Que. - A व B किसी कार्य का $\frac{1}{23}$ भाग पूरा करते हैं, B व C उसी कार्य का $\frac{8}{23}$ भाग पूरा करते हैं, यदि कुल मजदूर 529 रु. हो, तो A का हिस्सा कितना है?

Sol.:-

$$A+B = \frac{19}{23} \Rightarrow C \rightarrow 4$$

$$A : B : C \\ 15 : 4 : 4$$

$$B+C = \frac{8}{23} \Rightarrow A \rightarrow 15$$

$$23 \rightarrow 529 \text{ रु.}$$

$$15 \rightarrow 15 \times 23 =$$

Que.:- A, B तथा C किसी कार्य को क्रमशः 12, 15 व 20 दिन में करते हैं, यदि पहले 2 दिन A कार्य करें, अगले 2 दिन B तथा अगले बाक 2 दिन C भी कार्य करें, तथा पूरा कार्य A द्वारा किया जाता है, उनकी मजदूरी का अनुपात बताएं

Sol.:-

$$\begin{array}{l} A \rightarrow 12 \quad 60 \\ B \rightarrow 15 \quad 4 \\ C \rightarrow 20 \quad 3 \end{array}$$

A	B	C	A
2×5	2×4	2×3	शेष
10	8	6	36

$$\frac{36}{5} = 7 \frac{1}{5} \text{ दिन}$$

मजदूरी \Rightarrow

$$\begin{array}{l} A : B : C \\ 10 : 8 : 6 \\ +36 \\ \hline 46 : 8 : 6 \end{array}$$

$$23 : 4 : 3 \text{ Any.}$$

Que.:- A किसी कार्य का $\frac{1}{4}$ भाग 3 दिन में, B उस कार्य का $\frac{1}{5}$ भाग 10 दिन में करता है, तथा C उसी कार्य का $\frac{1}{3}$ भाग 5 दिन में करता है, A+B, B+C तथा C+A दो-दो दिन कार्य करने बाद बचा हुआ कार्य C द्वारा किया जाता है, उनकी मजदूरी का अनुपात बताएं।

Sol.:-

$$\begin{array}{l} A - 12 \text{ D} \quad 5 \\ B - 20 \text{ D} \quad 3 \\ C - 15 \text{ D} \quad 4 \end{array}$$

$$\frac{A+B}{A} \quad \frac{B+C}{B} \quad \frac{C+A}{C} \quad \text{Remaining} \rightarrow C$$

$$\frac{A}{4 \times 5} = 20$$

$$\frac{B}{4 \times 3} = 12$$

$$\frac{C}{4 \times 4} = 16$$

$$\text{Rem} = 60 - 48 = 12$$

$$20$$

$$12$$

$$28$$

$$5 : 3 : 7 \text{ Any.}$$

Que:- A, B व C 1800 रु. का कार्य करते हैं, A 6 दिन, B 4 दिन तथा C 9 दिन का कार्य करता है उनकी उतिवित की मजदूरी का अनुपात 5:4 है, तो A को प्राप्त बाशि ज्ञात कीजिए?

Sol:-

A	B	C
5x6	: 6x4	4x9
5	: 4	: 6

$$A \rightarrow \frac{1800}{25} \times 5 = 600 \text{ रु. } \underline{\text{Ans.}}$$

Que:- 4 आदमी और 6 महिलाओं को 5 दिन के 1600 रु. मिलते हैं, 3 आदमी और 4 महिलाएँ 6 दिन में 1740 रु. लेते हैं, तो ज्ञात 7 आदमी और 6 महिलाएँ कितने दिन में 3760 रु. कमाएँगी?

Sol:-

$$4m + 6w = \frac{1600}{5} = 320$$

$$3m + 4w = \frac{1740}{6} = 290$$

$$12m + 18w = 960$$

$$12m + 28w = 1160$$

$$10w = 200$$

$$w = 20$$

$$4m + 6 \times 20 = 320$$

$$4m = 320 - 120$$

$$m = \frac{200}{4} = 50$$

$$(7m + 6w)x = 3760$$

$$(7 \times 50 + 6 \times 20)x = 3760$$

$$(350 + 120)x = 3760$$

$$x = \frac{3760}{470} = 8 \text{ दिन } \underline{\text{Ans.}}$$

Que:- A, व B मिलकर एक कार्य को 7 दिन में करते हैं, B, A से $1\frac{3}{4}$ दक्ष है, तो ज्ञात कीजिए B अकेला वह कार्य कितने दिन में करेगा?

Sol:- ebf.

A	B	
1	$\frac{7}{4}$	$B = 1\frac{3}{4}A$
4	: 7	$\frac{B}{A} = \frac{7}{4}$

$$T.w \Rightarrow (11 \times 7) = 77$$

$$T_m = \frac{77}{7} = 11 \text{ दिन } \underline{\text{Ans}}$$

Ques:- 18 मजदूर किसी कार्य को 10 घण्टे में पूरा करते हैं, यदि 8 मजदूर 1:00 pm पर कार्य शुरू करते हैं, तथा 11:00 pm के बाद प्रति घण्टे 1 मजदूर की वृद्धि होती है, तो कार्य किस समय पूरा होगा?

Sol:-

$$18 \times 10 = (10 \times 8) + 9 + 10 + 11 + \dots$$

$$100 = \underline{9 + 10 + 11 + \dots} \text{ मजदूर}$$

$$100 = \frac{n}{2} [18 + (n-1)1]$$

$$200 = n[17+n]$$

$$n^2 + 17n - 200 = 0$$

$$n^2 + 25n - 8n - 200 = 0$$

$$n(n+25) - 8(n+25) = 0$$

$$n = 8, \text{ } \underline{-25}$$

11:00 pm + 8 hr

= 7:00 AM Ans

Ques:- A किसी कार्य को करने में A व B से मिलकर लिए गये समय से 4 दिन ज्यादा लेता है, B वही कार्य करने में A व B द्वारा मिलकर लिए गये समय से 9 दिन ज्यादा लेता है तो A व B द्वारा मिलकर कार्य करने पर लगने वाला समय कितना कीजिए?

Sol:-

A $\rightarrow x+4$ (x+4) (x+9)

B $\rightarrow x+9$ x+4

A+B $\rightarrow x$

$$T_{A+B} = \frac{(x+4)(x+9)}{x+13} = x$$

$$x^2 + 13x + 36 = 2x^2 + 13x$$

$$36 = x^2$$

$$x = 6$$

$$\begin{cases} A = 10 \text{ hr} = 6+4 \\ B = 15 \text{ hr} = 6+9 \end{cases}$$

$$* \left\{ \begin{aligned} T_{A+B} &= \sqrt{a \times b} = \sqrt{4 \times 9} = 6 \end{aligned} \right\}$$

Ques:- 4 आदमी और 6 महिलाएँ एक कार्य को 8 दिन में करते हैं, 3 आदमी तथा 7 महिलाएँ उसी कार्य को 10 दिन में करते हैं तो वही कार्य करने में 10 महिलाओं को कितना समय लगेगा?

Sol $(4m+6w) \times 8 = (3m+7w) \times 10$

$$16m + 24w = 15m + 35w$$

$$m = 11w$$

$$\frac{m}{w} = \frac{11}{1}$$

$$T.w = \frac{(4 \times 11 + 6) \times 8}{50 \times 8}$$

$$T_w \Rightarrow \frac{50 \times 8}{10 \times 1}$$

$$= 40 \text{ Ans}$$

Que:- A व B मिलकर किसी कार्य को T घंटे में पूरा करते हैं, A अकेला यह कार्य करने में T+32 घंटे लेता है तथा B अकेला यह कार्य करने में T+12½ घंटे लेता है, T का मान ज्ञात कीजिए?

Sol:- $T = \sqrt{32 \times 12\frac{1}{2}}$
 $= \sqrt{32 \times \frac{25}{2}} = 4 \times 5 = 20 \text{ Ans.}$

✪ पाइप और टंकी ✪

Que:- एक पाइप किसी टैंक को 5 घंटे में भर देता है, जबकि दूसरा पाइप इसे 4 घंटे खाली कर देता है। यदि दोनों पाइप खोले जायें तो कितने समय में भर/खाली हो जायेंगी?

Sol:- $A \rightarrow 5 \quad 20$
 $B \rightarrow -4 \quad -5$
 $\text{Time} = \frac{20}{4-5} = \frac{20}{-1} = 20 \text{ hr में खाली}$
Ans

Que:- 3 पाइप A, B व C क्रमशः 12, 15 व 20 घंटे में एक टैंक को भर देते हैं, B तथा C एकत्र रूप से एक-2 घंटे में खोले जाते हैं तथा A निषीत रूप से खुला है, तो टैंक भरने में कितना समय लगेगा?

Sol $A - 12 \quad 5$
 $B - 15 \quad 4$
 $C - 20 \quad 3$
 $\frac{A+B}{9} \quad \frac{A+C}{8} \quad A+B, A+C \dots$
 $2 \text{ hr} \rightarrow 17$
 $\times 3 \quad \times 3$
 $6 \text{ hr} \rightarrow 51 \text{ unit}$
 $\downarrow + 9$
 $7 \text{ hr} \rightarrow 60 \text{ unit}$ Ans.
 $(T_{A+B} = \frac{60-51}{9} = 1 \text{ hr})$

Que:- एक बंदर 60 m. उंचे खंभे पर चढ़ता है वह पहले मिनट में 5 m. चढ़ता है और दूसरे मिनट में 4 m. फिसल जाता है, उंचे खंभे पर चढ़ने पर कितना समय लगेगा?

Sol:- $\begin{cases} 1 \text{ min} \rightarrow +5 \text{ m} \\ 1 \text{ min} \rightarrow -4 \text{ m} \end{cases}$
 $\rightarrow 2 \text{ min} \rightarrow 1 \text{ m}$
 $\frac{110 \text{ min}}{\times 55} \quad \frac{55 \text{ m.}}{\times 55}$
 $11 \text{ min} \rightarrow 60 \text{ m.}$ Ans

Que:- A व B क्रमशः एक टैंक को भरने में क्रमशः 12 व 15 घंटे लेते हैं, तब C इसे 20 hr में खाली कर सकता है। यदि तीनों पाइप एक-एक-एक रूप से कार्य करें और क्रम वही हो जो दिया गया है, तो कितने समय में टैंक भर जाएगा।

Sol:-

A	-	12	5
B	-	15	4
C	-	20	-3

ABC	/	ABC	---
5	4	-3	
3 hr	→	5 unit	
<u>× 9</u>		<u>× 9</u>	
27 hr		54 unit	
A → +1 hr		+5	
<u>28 hr</u>		<u>59 unit</u>	

$T_B = \frac{1}{4} \text{ hr}$
 Total time = $28 \frac{1}{4} \text{ hr}$ Ans.

Que:- A टैंक को 36 min में भर सकता है, तथा पाइप B इसे 54 min में खाली कर सकता है। यदि वे एक-एक-एक रूप से कार्य करें तथा कार्य की शुरुआत A से की जाए, तो टैंक भरने में लगने वाला समय क्या होगा?

Sol:-

A	-	36	3
B	-	54	-2

AB	/	AB	---
2 min	→	1 unit	
<u>× 108</u>		<u>× 108</u>	
210 min		108	
A → +1 min		+3 unit	
<u>211 min</u>	→	<u>108</u>	<u>Ans.</u>

Que:- दो पाइप क्रमशः 20 min व 24 min में एक टैंक को भर सकते हैं। एक निरक्षरी पाइप उस टैंक को 3 गैलन/मिनट की दर से खाली कर सकता है। यदि तीनों पाइप एक साथ कार्य करें, टैंक 15 min में भर जाएगा, टैंक की कुल क्षमता क्या होगी?

Sol:-

A	-	20	6
B	-	24	5
A+B+C	-	15	8

$C = 8 - 11$
 $= -3$
 $T_C = \frac{120}{3} = 40 \text{ min}$

∴ टैंक की क्षमता = $40 \times 3 = 120$ गैलन Ans.

Ques:- एक पाइप A व B एक टैंक को क्रमशः 14 hr व 16 hr में भरते हैं, दोनों पाइप एक साथ खोल दिए गए, लेकिन रिसाव के कारण टैंक भरने में 32 min अधिक लगे, यदि टैंक पुरा भरा हुआ हो तो रस रिसाव वाले छेद द्वारा इसे खाली करने में कितना समय लगेगा?

Ques:- एक टंकी के तल में छेद होने के कारण वह 6 hr में खाली हो जाती है, एक पाइप इसे 4 L/min की दर से भर रहा है जब टंकी पूरी भरी हुई हो तथा छेद व पाइप दोनों काम कर रहे हों, तो टंकी 8 hr में खाली हो जाती है, टंकी की धारिता बात करें?

Sal:-

A	(1)	$T_A = \frac{24}{1} = 24 \text{ hr}$
B	$\rightarrow -6$	$= 24 \times 60 \text{ min}$
A+B	$\rightarrow -8$	$\text{Capacity} = 24 \times 60 \times 4 = 5760 \text{ Lit. day}$

Sol:- ①

A	$\rightarrow 14 \text{ hr}$	$\frac{112}{8}$		
B	$\rightarrow 16 \text{ hr}$	7	$A+B \rightarrow \frac{112}{15}$	$\frac{112}{15}$
C	\rightarrow		$C \rightarrow$	①
		$\frac{112}{15} + \frac{32}{60}$	$A+B+C \rightarrow 8$	14
		$\frac{448+32}{60} = \frac{480}{60} = 8 \text{ hr}$		
			$T_c = \frac{112}{1} = 112 \text{ hr}$	

Ques:- एक टैंक को पाइप A व B एक टैंक को 20 hr व 30 hr में भर सकते हैं, एक तिहाई टैंक भरने के बाद टैंक में रिसाव होने लगता है, जिससे भरने वाले पाइपों का एक चौथाई भाग रिस जाता है, बात कीजिए कि पुरा टैंक भरने में कितना समय लगेगा?

Sal:-

A	$\rightarrow 20$	3	$60 \times \frac{1}{3} = 20$
B	$\rightarrow 30$	2	$20 \text{ unit भरने में लगा समय} = \frac{20}{3+2} = 4 \text{ hr}$
			$\text{Remaining} = 60 - 20 = 40$
			$\text{अब } 1 \text{ hr में भरा गया पानी} = 5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$
			$\text{Time} = \frac{40 \times 4}{15 \times 3} = \frac{32}{3} = 10 \frac{2}{3} \text{ hr}$
			$\text{कुल समय} = 14 \frac{2}{3} \text{ hr}$

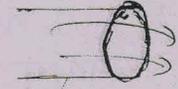
Que:- 3 पाइपा का व्यास 20 cm, 30 cm, 50 cm के अनुसार
 वही पाइप एक टैंक भरने में 49 min लेता है तो तीनों पाइप
 मिलकर उस टैंक को कितने समय में भरेंगे?

Sol:- A B C
 20cm, 30cm, 50cm.
 2 : 3 : 6

eff - 4 : 9 : 36

कुल टंकी की capacity = 36 x 49

$$T_{A+B+C} = \frac{36 \times 49}{4+9+36} = 36 \text{ min}$$

*  πr^2
 πd^2

Que:- दो पाइप A व B एक टंकी को 6 व 8 घण्टे में भर सकते हैं
 यदि दोनों पाइपों को एक साथ खोल दिया जाए तो टंकी को
 4 hr में भरने के लिए B को कितने समय बंद कर देना
 चाहिए।

Sol:- A → 6 hr 24
 B → 8 hr 3

A द्वारा 4 hr में भरा गया भाग = $4 \times 4 = 16$
 शेष = $24 - 16 = 8 \text{ unit}$

$$T_B = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} \text{ hr Ans.}$$

Que:- दो नल एक टंकी को क्रमशः 12 min व 15 min में भर सकते
 हैं, पहले नल को उसकी आधी चिंता वाले नल से तथा दूसरे
 नल को उसकी आधी चिंता वाले नल से बंदल दिया गया
 अब टंकी कितनी घंटे में भरेंगी?

Sol:- A → 12 min 60
 B → 15 min 5

radius double इसलिए unit 4 गुना

$$T_{\text{total}} = \frac{60}{210} = 2\frac{6}{7} \text{ hr Ans.}$$

Que:- A व B किसी टंकी 10 hr व 20 hr में भर सकते हैं, जबकि
 इसे 12 hr में खाली कर सकता है, अगर तीनों नलों को
 बारी-बारी से एक-एक घण्टे के लिए खोला जाए तो टंकी
 भरने में कितना समय लगेगा?

Sol:- A → 10 hr 6
 B → 20 hr 3
 C → 12 hr 5

ABC / ABC - - -

3 hr → 4 unit
 $\times 13$
 39 hr
 + 1 hr
 40 hr

$\times 13$
 52 unit
 + 6 unit
 58
 $T_{\text{total}} = \frac{58}{2} = 29 \text{ hr}$

Total time = 40 hr

Que:- A व B एक टंक को 20 व 30 मिनट में भर सकते हैं तथा C इसे 15 min में खाली कर सकता है, यदि उन्हें एकान्तर क्रम में 1 min के लिए खोला जाए तो टंकी बसे में कितना समय लगेगा?

<u>Sol</u>	A - 20	60		
	B - 30	3	3 min	→ 1 unit
	C - 15	2	X 55	X 55
		-4	165 min	55 unit
			A → +1 min	+3
			B → +1 min	+2
			167 min	60 unit

Que:- A व B किसी कार्य को 5 दिन में करते हैं, यदि A दुगना कार्य तथा B अपनी $\frac{1}{3}$ क्षमता से कार्य करें, तो कार्य 3 दिन में पूरा हो जाता है, A अकेला कार्य को कितने दिन में पूरा करेगा?

Sol:- Total work
 $(A+B)5 = (2A + \frac{B}{3})3$
 $5A + 5B = 6A + B$
 $A = 4B$
 $\frac{A}{B} = \frac{4}{1}$
 Total work = $(A+B)5 = 5 \times 5$
 $A = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$ दिन Ans.

Que:- A अकेला किसी कार्य को करने में B से 5 दिन ज्यादा लेता है तथा C से 3 दिन ज्यादा लेता है A व B उस काम को इतने ही समय में खत्म करते हैं, कितने समय में C अकेला करता है A अकेला उस कार्य को कितने समय में पूरा करेगा?

Sol:-
 $A \rightarrow x+9$
 $B \rightarrow x+4$
 $C \Rightarrow A+B \rightarrow x$
 $x = \sqrt{4 \times 9} = 6$
 $A = 6+9 = 15$ hr Ans.

Que:- मिट्टी के तेल का एक ड्रम $\frac{3}{4}$ भाग तक भरा हुआ है, इसमें से 30 liter तेल निकालने पर यह $\frac{1}{12}$ भाग भरा रह जाता है, ड्रम की धारिता ज्ञात करें?

Sol:-
 $\frac{9}{12} = \frac{3 \times 3}{3 \times 4} - \frac{1}{12}$
 $2 = 30L$ Ans

साधारण ब्याज
SIMPLE INTEREST

POWER INSTITUTE
Give Wings to Your Dreams with

❖ SI / साधारण व्याज ❖

$$SI = \frac{PRT}{100}$$

P → मूलधन

R → दर

T → समय

$$SI = \left(\frac{RT}{100}\right) \times P$$

$$SI = (RT)\% \text{ of } P$$

P	R	T	SI
100000 रु.	10%	2 yr	20% of 100000 = 20000
250000 रु.	25%	4 yr	250000 रु.

मि. धन (Amount) = P + SI (मूलधन + सा. व्याज)

R	T	SI	A
10%	2 yr	20% of P	120% of P
15%	3 yr	45% of P	145% of P
20%	2 1/2 yr	50% of P	150% of P

Ques:- ① P R T SI
 30% → 5200 10% 3 yr 5700 रु.
 100% → 195000 रु.
Ans.

~~Ques~~ ② 24% → 1920 8% 3 yr 1920 रु.
 100% → $\frac{1920}{24} \times 100$
 = 8000 रु.
Ans.

③ 36% → 3600 9% 4 yr 3600 रु.
 100% → 10800 रु.
Ans.

ex:-

P	R	T	SI
15000	5%	?	3000

$\frac{3000}{15000} \times 100 = 20\%$

$\frac{20}{5} = 4 \text{ yr}$
Ans.

Ques

P	R	T	SI	A
20000 रु.	10%	3 yr	—	[?] 130% of 20000 = 26000
$\frac{4800}{124} \times 100$ [?]	8%	3 yr	—	4800
—	10%	2 yr	[?] $\frac{1200}{120} \times 100$	1200

के लिए दर 6% अगले 5 साल के लिए 9% वार्षिक दर और उसके बाद के समय के लिए दर 13% वार्षिक है यदि उसने 11 वर्ष बाद 8160 रु. व्याज के रूप में लिए हो, तो उसके द्वारा उधार लिया गया धन क्या होगा?

Sol: -

	348	548	348	
	6%	9%	13%	
	18%	45%	39%	= 102% → 8160

100% → $\frac{8160}{102} \times 100 = 8000$

Ques: - तीन हिस्सों पर, 800 रु. 7% वार्षिक दर से, 1000 रु. 16% वार्षिक दर से तथा 500 रु. 4% वार्षिक दर से प्रत्येक 2 साल के लिए कुल साधारण व्याज ज्ञात करें?

Sol: -

	800	1000	500	
	7%	16%	4%	
	56	112	20	= 188 × 2 =

Ques: - 1200 रु. पर ~~30 मार्च~~ 5 मार्च से 27 जुलाई तक का सा. व्याज ज्ञात करें, यदि वार्षिक दर 5% है?

Sol: - 3 मार्च 27 जुलाई

$$28 + 30 + 31 + 30 + 27 = 146 \text{ दिव}$$

$$SI = \frac{146}{365} \times 1200 \times \frac{5}{100} = 24 \text{ रु}$$

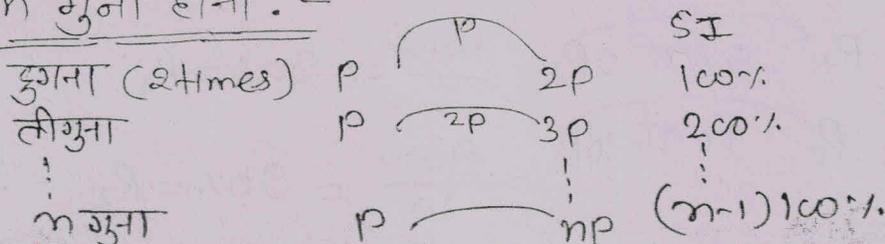
Imp. Ques: - एक वर्ष की शुरुआत में 725 रु. कुछ निश्चित वार्षिक दर से उधार लिए गए, 8 महीने बाद और 362.50 रु. दुगनी दर पर उधार दिए गए वर्ष के अंत में 33.5 रु. का SI प्राप्त हुआ, तो वास्तविक दर क्या थी?

Sol: -

$$\frac{725 \times R \times 1}{100} + \frac{362.5 \times 2R \times 4}{100 \times 12} = 33.50$$

$R = 3.46\%$ Ans.

* धन का n गुना होना :-



Ques:- एक धन 8 वर्ष में स्वयं का तिन गुना हो जाता है, वार्षिक पर्याप्त दर बताओ?

Sol:- 3 गुना SI
 $200\% = (RT)\%$
 $R = \frac{200}{8} = 25\% \text{ Ans.}$

Ques:- एक धन 5 वर्ष में स्वयं का दुगुना हो जाता है, इसी दर से इसे 4 गुना होने में कितना समय लगेगा?

Sol:- दुगुना SI
 $100\% \rightarrow 5 \text{ yr}$
 चार गुना $300\% \rightarrow 15 \text{ yr}$ Ans.

Ques:- वार्षिक ब्याज की दर पर एक धन पर सा. ब्याज उस धन का $\frac{2}{5}$ हो जाएगा? यदि समय 10 वर्ष हो।

Sol:- $SI = \frac{2}{5} P = \frac{P \times R \times 10}{100}$
 $R = 4\%$
 $\frac{2}{5} \Rightarrow 40\%$
 $R = \frac{40\%}{10} = 4\%$

Ques:- एक धन 3 वर्ष में स्वयं का $\frac{1}{6}$ गुना हो जाता है, वार्षिक पर्याप्त दर बताओ?

Sol:- $A = \frac{7}{6} P$
 $SI = \frac{1}{6} P - P$
 $\frac{1}{6} P = \frac{P \times R \times 3}{100}$
 $R = \frac{100}{18} = \frac{500}{9} = 55\frac{5}{9}\%$
 $P \quad A$
 $6 \quad 7$
 $SI = 1$
 $\frac{1}{6} \times 100 = 16\frac{2}{3}\% = \frac{50}{3}\% = (R \times 3)\%$
 $\frac{50}{3} = 3R$
 $R = \frac{50}{9} = 55\frac{5}{9}\%$ Ans.

Ques:- R_1 की दर पर एक राशी P_1 5 वर्ष में $5P_1$ हो जाती है, इसी प्रकार R_2 की दर पर एक राशी P_2 10 वर्ष में $10P_2$ हो जाती है, तो R_1 व R_2 के बीच निम्न में से क्या संबंध होगा?

- (A) $R_1 = R_2$
- (B) $R_1 < R_2$
- (C) $R_1 > R_2$
- (D) Cannot be determined

$R_1 \quad P_1 \quad 5 \text{ वर्ष } 5P_1 \quad \frac{400\%}{5} = 80\% = R_1$
 $R_2 \quad P_2 \quad 10 \text{ वर्ष } 10P_2 \quad \frac{900\%}{10} = 90\% = R_2$

Ques:- एक धन 3 वर्ष में स्वयं का 2.85 गुना हो जाएगा, तो 1 वर्ष में स्वयं का 5 गुना हो जाएगा?

Sol:- $5I = 150\% \rightarrow 348$
 $400\% \rightarrow \frac{9}{150} \times 400 = 2448$ Ans.

* Structure Based Questions :-

Ques:- एक धन किसी तब वार्षिक दर पर उधार दिया जाता है, यदि उसे 4% अधिक दर पर उधार दिया जाता है, तो 3 वर्ष में 480 रु. और अधिक प्राप्त होते, वह धन बात कीजिए?

Sol:- $4\% \times 3 = 12\% \rightarrow 480$
 $100\% \rightarrow \frac{480}{12} \times 100 = 4000$ रु.

$$\frac{P \times (R+4) \times 3}{100} - \frac{P \times R \times 3}{100} = 480$$

Ques:- सा.व्याज दर 11.5% से गिरकर 10% होने से एक व्यक्ति 55.5 रु. का नुकसान होता है, मूलधन बात कीजिए?

Sol:- $11.5\% - 10\% = 55.5$
 $1.5\% = 55.5$
 $100\% = \frac{55.5}{1.5} \times 100 = 3700$ रु. Ans.

Ques:- 10000 रु. को दो भागों में 8% व 10% वार्षिक दर से उधार दिया जाता है, यदि औरत वार्षिक सा.व्याज 9.2% रहा हो, तो होने उधार दिए गए भाग बात कीजिए?

Sol:-

I	II	
8%	10%	P
		10000 - P
		8%
		10%

$$\frac{P \times 8 \times 1}{100} + \frac{(10000 - P) \times 10}{100} = \frac{9.2}{100} \times 10000$$

0.8 : 1.2 :: 3 : 60000
 40000

Imp.

Ques:- डेविड ने अपना धन तीन अलग-2 स्कीम में A, B व C में क्रमशः 10%, 12% व 15% वार्षिक दर पर निवेश किया, यदि स्कीम C में निवेशित धन स्कीम A का 150% तथा स्कीम B का 240% है, यदि वर्ष के अंत में प्राप्त कुल सा.व्याज 3200 रु. हो तो स्कीम B में निवेशित राशि बात करें?

Sol:-

	A	B	C	
Principle	150% = 240	100	240	
	$\frac{240}{150} \times 100 = 160$			
Rate	10%	12%	15%	
S.I.	16	12	36	

$$64 \rightarrow 3200 \text{ रु.}$$

$$100 \rightarrow \frac{3200 \times 100}{64} = 5000 \text{ रु.}$$
 Ans.

* मूलधन का अनुपात जब SI समान हो:-

(i) P_1, R_1, T_1

$$SI = \frac{P_1 R_1 T_1}{100}$$

(ii) P_2, R_2, T_2

$$SI = \frac{P_2 R_2 T_2}{100}$$

(iii) P_3, R_3, T_3

$$SI = \frac{P_3 R_3 T_3}{100}$$

$$\frac{P_1 R_1 T_1}{100} = \frac{P_2 R_2 T_2}{100} = \frac{P_3 R_3 T_3}{100} = k$$

$$P_1 = \frac{100k}{R_1 T_1}$$

$$P_2 = \frac{100k}{R_2 T_2}$$

$$P_3 = \frac{100k}{R_3 T_3}$$

$$* \left\{ P_1 : P_2 : P_3 = \frac{1}{R_1 T_1} : \frac{1}{R_2 T_2} : \frac{1}{R_3 T_3} \right\}$$

* मूलधन का अनुपात जब प्रिफायन (Amount) समान हो:-

(i) P_1, R_1, T_1

$$A = P_1 + \frac{P_1 R_1 T_1}{100}$$

(ii) P_2, R_2, T_2

$$A = P_2 + \frac{P_2 R_2 T_2}{100}$$

(iii) P_3, R_3, T_3

$$A = P_3 + \frac{P_3 R_3 T_3}{100}$$

$$P_1 + \frac{P_1 R_1 T_1}{100}$$

$$= P_2 + \frac{P_2 R_2 T_2}{100}$$

$$= P_3 + \frac{P_3 R_3 T_3}{100} = k$$

$$\frac{P_1 (100 + R_1 T_1)}{100}$$

$$= \frac{P_2 (100 + R_2 T_2)}{100}$$

$$= \frac{P_3 (100 + R_3 T_3)}{100} = k$$

$$P_1 = \frac{100k}{100 + R_1 T_1}$$

$$P_2 = \frac{100k}{100 + R_2 T_2}$$

$$P_3 = \frac{100k}{100 + R_3 T_3}$$

$$* \left\{ P_1 : P_2 : P_3 = \frac{1}{100 + R_1 T_1} : \frac{1}{100 + R_2 T_2} : \frac{1}{100 + R_3 T_3} \right\}$$

Ques:- 12000 रु. को दो भागों में बांटा गया, यदि पहले भाग से 3 वर्ष में ~~12%~~ 12% वार्षिक दर से प्राप्त तथा दूसरे भाग से $4\frac{1}{2}$ वर्ष में 16% वार्षिक दर से प्राप्त तथा के बराबर है, तो दूसरा भाग ज्ञात कीजिए?

Sol:-

$$P_1 : P_2 = \frac{1}{R_1 T_1} : \frac{1}{R_2 T_2}$$

$$= \frac{1}{12 \times 3} : \frac{1}{16 \times \frac{9}{2}}$$

$$= \frac{1}{36} : \frac{1}{72}$$

$$\frac{P_1 \times 12 \times 3}{100} = \frac{P_2 \times 16 \times \frac{9}{2}}{100}$$

$$P_1 : P_2 = 2 : 1$$

\downarrow \downarrow 3 \rightarrow 12000
 8000 4000 रु.

Que:- एक व्यक्ति 10 रु. की धनराशि उधार लेता है, जिसे वह 11 बराबर मासिक किश्तों में चुकाने वादा करता है प्रत्येक किश्त का मूल्य 1 रु. है, वार्षिक व्याज की दर ज्ञात करें?

Sol:-

$$10 + \frac{10 \times 11 \times R}{12 \times 100} = (11 \times 1) + \frac{1 \times (10+9+\dots+1) \times R}{12 \times 100} \quad \leftarrow \frac{n \times (n+1)}{2}$$

$$\frac{110R}{1200} - \frac{55R}{1200} = 11 - 10$$

$$\frac{55R}{1200} = 1$$

$$R = \frac{1200}{55} \times 1 = 21 \frac{9}{11} \%$$

Que:- एक TV का अंकित मूल्य 5000 रु. है, वह 1000 रु. नकद भुगतान तथा 500 रु. की 9 बराबर किश्तों में उपलब्ध है वार्षिक व्याज की दर ज्ञात करें?

Sol:-

$$5000 + \frac{5000 \times R \times 9}{100 \times 12} = (500 \times 9) + \frac{500(8+7+\dots+1) \times R}{12 \times 100}$$

$$\frac{360R}{2} - \frac{180R}{12} = 500$$

$$\frac{180R}{12} = 500$$

$$R = \frac{500 \times 12}{180} = 33 \frac{1}{3} \% \text{ Ans.}$$

Que:- एक पिता अपनी 80000 रु. की संपत्ति अपने 10 वर्ष व 12 वर्ष के दो बेटों में इस तरह से बांटा है की दोनों को 18 वर्ष की उम्र होने पर समान राशि मिले? यदि सांख्यिक की दर 10% है, तो दोनों का हिस्सा ज्ञात करें?

Sol:-

A	B
10%	10%
1098 ←→ 1898	1298 ←→ 1898
898	698

Amount equal

$$A : B = \frac{1}{100 + (10 \times 8)} = \frac{1}{100 + (6 \times 10)}$$

$$= \frac{1}{180} : \frac{1}{160}$$

$$A : B = 8 : 9$$

\swarrow 32000 \searrow 36000 Ans.

7% और शेष 10% वार्षिक दर पर निवेश किया गया, यदि चारों निवेशों से 2 वर्ष में ~~2790~~ 2790 रु. का सा. व्याज प्राप्त होता है, तो मूलधन ज्ञात कीजिए ?

Sol:- (4, 6, 9) का Lcm = 36

माना P = 360 रु.

$$\frac{1}{4} \times 360 = 90$$

5%

$$\frac{90}{100} = 4.5$$

$$\frac{1}{6} \times 360 = 60$$

6%

$$\frac{60}{100} = 3.6$$

$$\frac{1}{9} \times 360 = 40$$

7%

$$\frac{40}{100} = 2.8$$

शेष
170
10%
15

$$SI = 4.5 + 3.6 + 2.8 + 17 = 27.9 \rightarrow \frac{2790}{27}$$

$$360 \rightarrow \frac{2790 \times 100}{27 \times 279} = 18000$$

Que:- दो समान धराशियाँ 8% व 7% वार्षिक दर से सा. व्याज पर उधार दी जाती हैं यदि पहली धराशि को दूसरी से 6 महीने कम समय के लिए दिया जाता है। तथा उत्प्रेरक 2560 रु. का मिलावट प्राप्त होता है तो मूल राशियाँ 3 समान ज्ञात कीजिए ?

Sol:- Principal equal
Amount equal } SI equal

$$\frac{P \times (T - \frac{1}{2}) \times 8}{100} = \frac{P \times T \times 7}{100}$$

$$8T - 4 = 7T$$

$$T = 4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4 \times 8 \\ 3\frac{1}{2} \times 8 \end{array} \right.$$

for 2nd sum of money Rate = 7%, T = 4 yr

$$128\% \rightarrow 2560$$

$$100\% \rightarrow \frac{2560 \times 100}{128} = 2000$$

Que:- कौनसी धराशि सा. व्याज से 5 वर्षों में 520 रु. तथा 7 वर्षों में 568 रु. हो जाएगी ?

Sol:-

$$5 \text{ yr} \rightarrow 520$$

$$7 \text{ yr} \rightarrow 568$$

$$2 \text{ yr} \rightarrow 48$$

$$1 \text{ yr} \rightarrow 24$$

$$5 \text{ yr} \rightarrow 24 \times 5 = 120$$

$$\therefore 520 - 120$$

$$P = 400 \text{ रु.}$$

$$P + 5 SI = 520 \text{ --- (1)}$$

$$P + 7 SI = 568 \text{ --- (2)}$$

$$(2) - (1) \Rightarrow 2 SI = 48$$

$$SI = 24$$

प्र. 21. वषा का वष वषा 45 का हागा, लिखने कोर बाशा 16 $\frac{2}{3}$ वषा मे हुगी हो जाए?

Sol: - हुगा $\rightarrow 100\% = R \times 16 \frac{2}{3}$

$$3 \times \frac{100}{50} = R$$

$$R = 6\% \text{ Ans.}$$

Ques: - यदि मूलधन व 5 वषा के वषा का अनुपात 10:3 तो वषा की दर बात करे?

Sol: - $P: 6I_5$
10 3

$$SI = 3 = \frac{PRT}{100}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{10 \times R}{100} = 6\% \text{ Ans.}$$

Ques: - एक व्यक्ति एक फ्री वन शर्त पर खरीदता है, की उसे 1500 रु. नकद देने है, 1020 रु. प्रथम वष के अंत मे देने है, दुसरे वष के अंत मे 1003 रु. देने है तथा तिसरे वष के अंत मे 990 रु. देने है, यदि वषा की 10% प्रति वष है, तो फ्री का मूल्य बात कीजिए?

Sol: -

उत्पलना है

1020

$$\frac{1903}{110} \times 100 = 1730$$

1003

$$\frac{1003}{990} = 1003$$

990

$$\frac{990}{110} \times 100 = 900$$

Starting

$$\text{Total Price} = 2500 + 1500 = 4000$$

व 21500 रु.

$$\left[\left(x \times \frac{110}{100} - 1020 \right) \frac{110}{100} - 1003 \right] \frac{110}{100} = 990$$

चक्रवृद्धि ब्याज
COMPOUND INTEREST

* CI / चक्रवृद्धि व्याज *

112 = 121
 113 = 1331
 114 = 14641

$$A = P \left[1 + \frac{R}{100} \right]^T$$

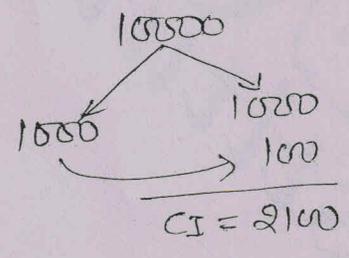
↑
मिशन

$CI = A - P$

Compound half-yearly (अर्धवार्षिक) $A = P \left[1 + \frac{R/2}{100} \right]^2$
 Compound quarterly (त्रिमासी) $A = P \left[1 + \frac{R/4}{100} \right]^4$

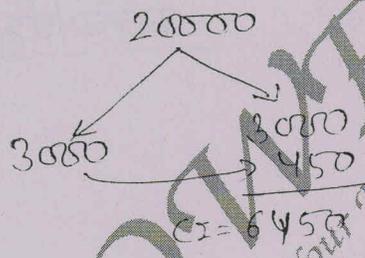
* यदि चक्रवृद्धि व्याज की दर R% वार्षिक है तो दो वर्ष के लिए सुमावी दर :- $(R+R + \frac{R \times R}{100})\%$

ex:- P = 10000 रु R = 10% T = 2 yr



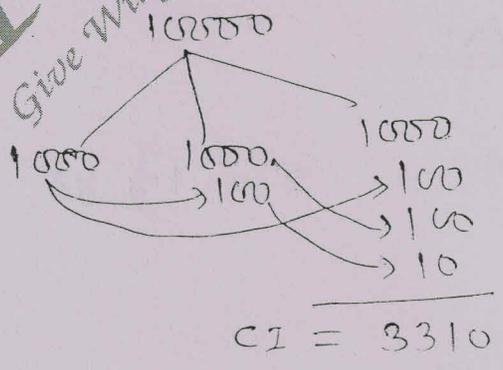
112 = 121
 113 = 1331
 $10000 \times 2 = 2000$
 $1000 \times 1 = 100$
2100

ex P = 20000 R = 15% T = 2 yr



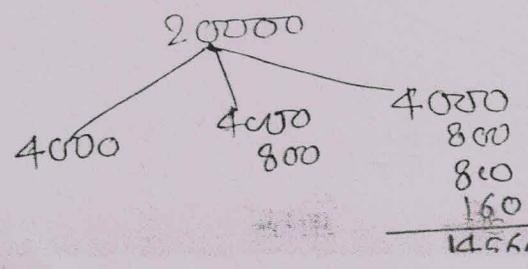
$3000 \times 2 = 6000$
 $450 \times 1 = 450$
6450

ex:- P = 10000 R = 10% T = 3 yr



$1000 \times 3 = 3000$
 $100 \times 3 = 300$
 $10 \times 1 = 10$
3310

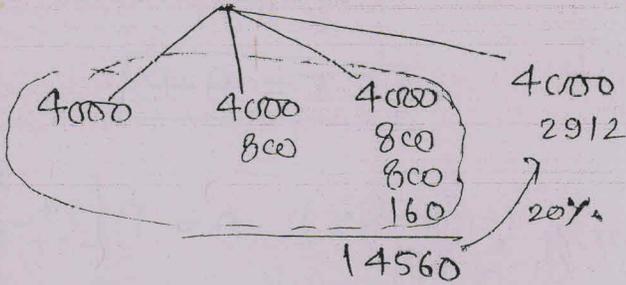
ex P = 20000 R = 20% T = 3 yr



$4000 \times 3 = 12000$
 $800 \times 3 = 2400$
 $160 \times 1 = 160$

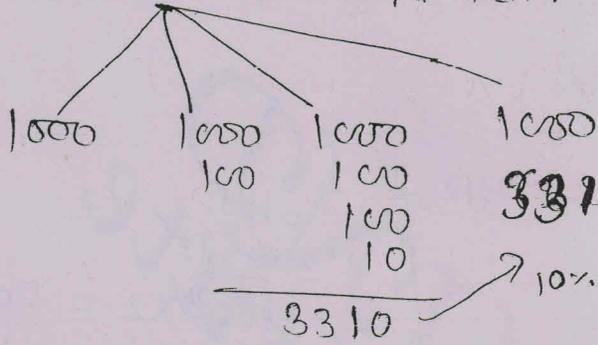
14560 Ans.

Ques $P = 20000 \text{ ₹}$, $R = 20\%$, $T = 4 \text{ yr}$



$$CI = 14560 + 4000 + 2912$$

Ques $P = 10000$, $R = 10\%$, $T = 4 \text{ yr}$



$$CI = 3310 + 1000 + 331$$

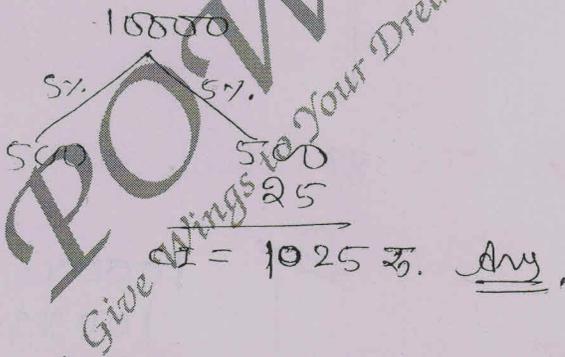
$$= 4641 \text{ ₹ day.$$

Ques:- $P = 10000$, $R = 10\%$, $T = 4 \text{ yr}$

$$\text{effective } R = \frac{R}{2} = 5\%$$

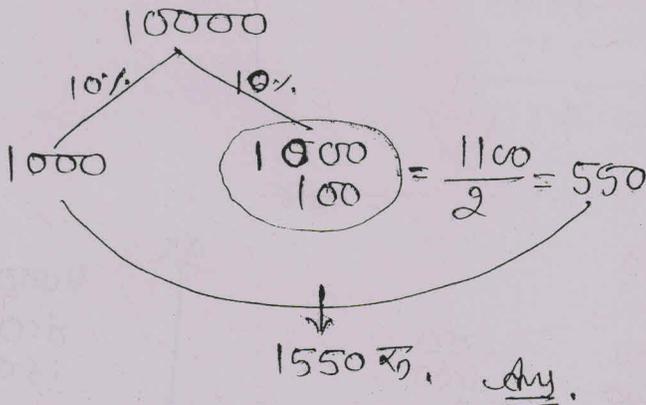
$$T = T \times 2 = 2 \text{ yr}$$

अर्धवार्षिक



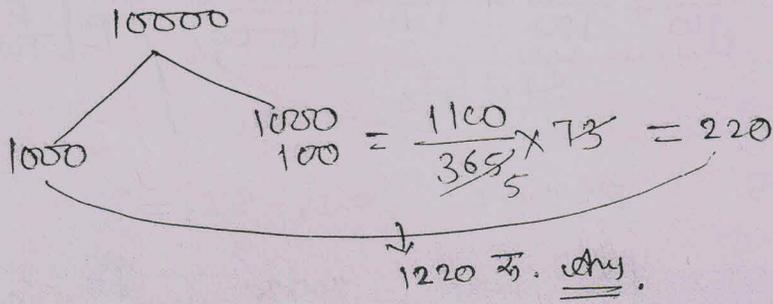
$$CI = 1025 \text{ ₹. Ans},$$

Ques $P = 10000$, $R = 10\%$, $T = 1\frac{1}{2} \text{ yr}$

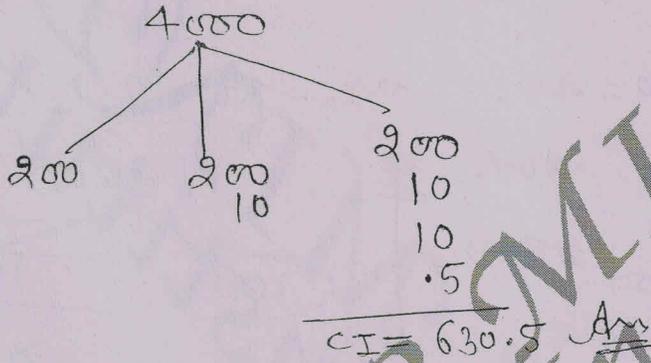


$$1550 \text{ ₹. Ans},$$

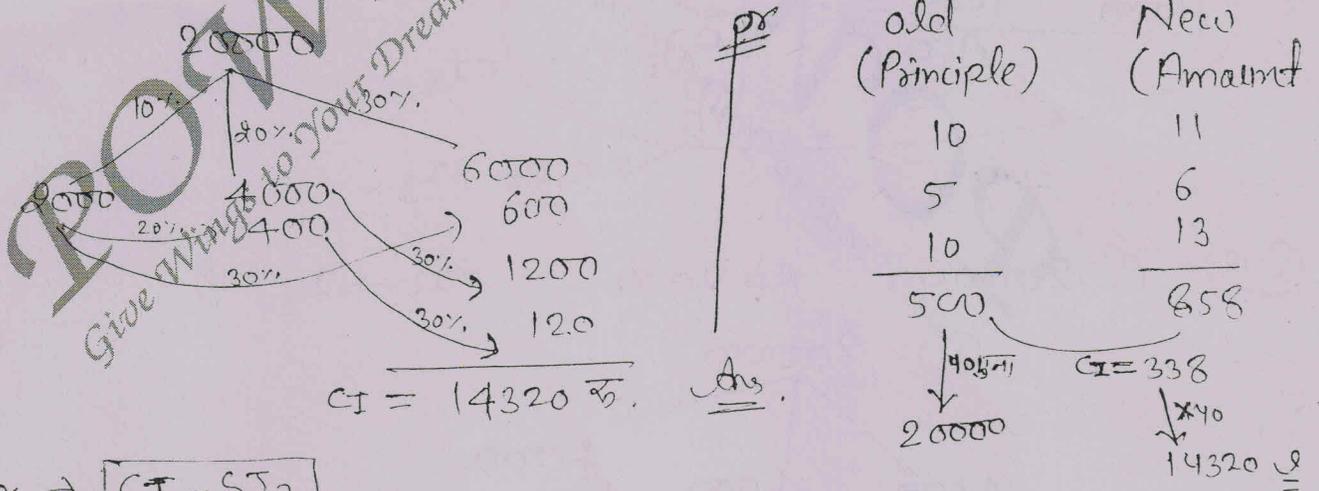
Ques $P = 10000 \text{ ₹}$ $R = 10\%$ $T = 1 \text{ yr } 73 \text{ days}$



Ques $P = 4000$ $R = 10\%$ $T = 1\frac{1}{2} \text{ yr}$ compounded half-year
 effective $R = \frac{10}{2} = 5\%$
 $T = 1\frac{1}{2} \times 2 = 3 \text{ yr}$



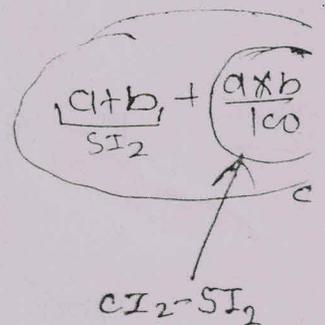
Ques $P = 20000 \text{ ₹}$ $R_1 = 10\%$ $R_2 = 20\%$ $R_3 = 30\%$ $T = 3 \text{ yr}$ $CI = ?$



*

$2 \text{ yr} \Rightarrow \boxed{CI_2 - SI_2}$

R	SI ₂	CI ₂	CI ₂ - SI ₂
5%	10%	10.25%	0.25%
10%	20%	21%	1%
15%	30%	32.25%	2.25%
20%	40%	44%	4%



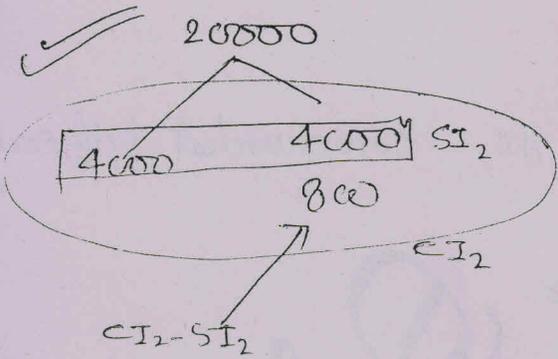
Formula $\Rightarrow P \left[\frac{R}{100} \right]^2 = CI_2 - SI_2 \div \frac{a \times b}{100} \%$

* 388

$$\frac{a+b+c}{SI_3} + \frac{9b}{1w} + \frac{bc}{1w} + \frac{c^2}{1w} + \frac{abc}{10000}$$

$$P \left[\frac{R}{100} \right]^2 \left[\frac{R}{100} + 3 \right] = CI_3 - SI_3$$

ex:- P = 20000 ₹, R = 20%, $CI_2 - SI_2 = ?$



$$\frac{R \times R}{100} = \frac{20 \times 20}{100} = 4\%$$

$$\frac{4}{100} \times 20000 = 800$$

$$P \left[\frac{R}{100} \right]^2 = CI_2 - SI_2$$

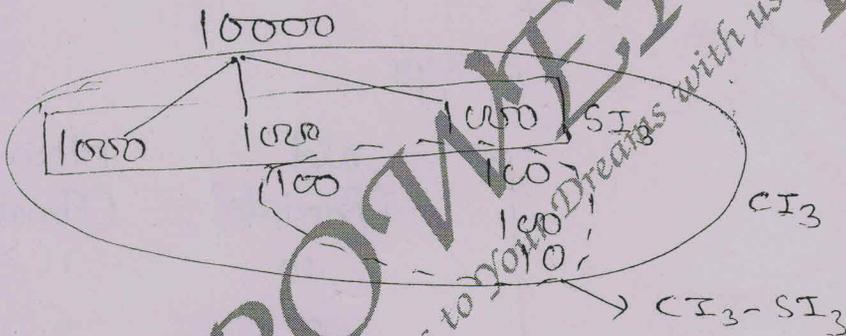
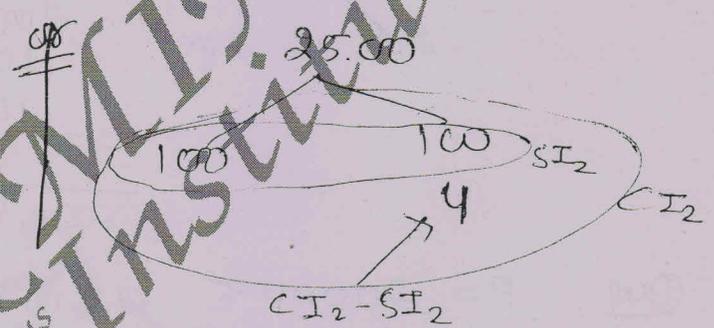
$$20000 \times \frac{20 \times 20}{100 \times 100}$$

Ques P = 2500, R = 4%, $CI_2 - SI_2 = ?$

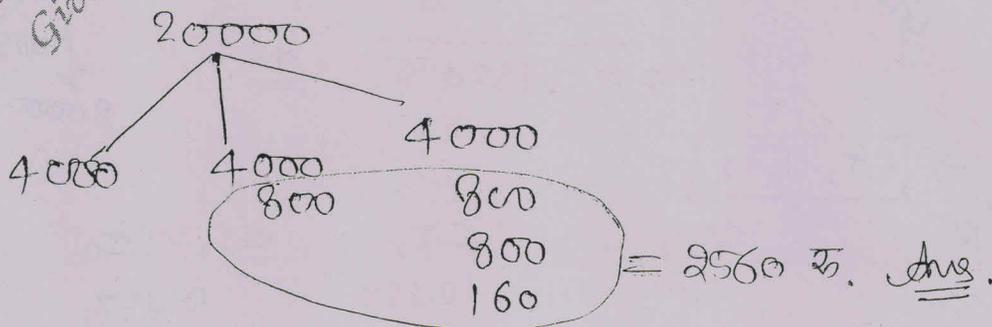
Sol:-

$$\frac{4 \times 4}{100} = 0.16\%$$

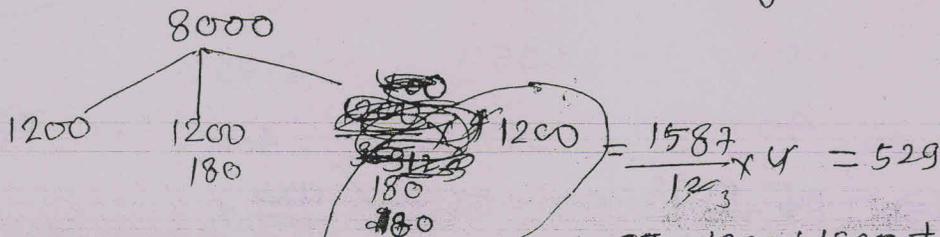
$$\frac{16}{10000} \times 2500 = 4 \text{ ₹}$$



Ques:- P = 20000, R = 20%, $CI_3 - SI_3 = ?$



Ques P = 8000, R = 15%, T = 2 yrs 4 month, $CI = ?$



$$\frac{1587}{100} \times 4 = 529$$

$$CI = 1200 + 1200 + 180 + 529 = 3109$$

Que: - $CI_3 - SI_3 = 15.25$

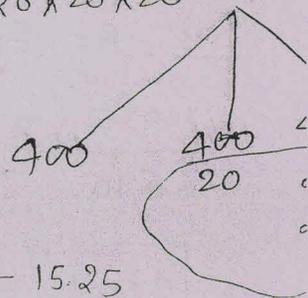
$$CI_3 - SI_3 = P \left[\frac{R}{100} \right]^2 \left[\frac{R}{100} + 3 \right]$$

$$15.25 = P \left[\frac{5}{100} \right]^2 \left[\frac{5}{100} + 3 \right]$$

$$P = 2000$$

$$R = 5\% = \frac{1}{20}$$

माना $P = 20 \times 20 \times 20 = 8000$



$$61 \text{ --- } 15.25$$

$$8000 \text{ --- } \frac{15.25}{61} \times 8000$$

$$= 2000 \text{ ₹}$$

Que: - $CI_2 - SI_2 = 72$

$T = 2 \text{ yr}$

$P = 5000$

$R = ?$

$$P \left[\frac{R}{100} \right]^2 = CI_2 - SI_2$$

$$5000 \left(\frac{R}{100} \right)^2 = 72$$

$$\frac{R^2}{100 \times 100} = \frac{72}{5000}$$

$$R^2 = 144$$

$$R = 12\%$$

$$\frac{72}{5000} \times 100 = 1.44\%$$

$$\frac{R^2}{100}$$

$$R^2 = 144$$

$$R = 12\% \text{ Ans}$$

Que: - $CI_2 - SI_2 = 32$

$T = 2 \text{ yr}$

$P = 10000$

$R = ?$

Ans.

$$\frac{32}{10000} \times 100 = 32\% = \frac{R^2}{100}$$

$$R^2 = 32$$

$$R = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

Que: - $CI_3 - SI_3 : CI_2 - SI_2 = 37 : 12$

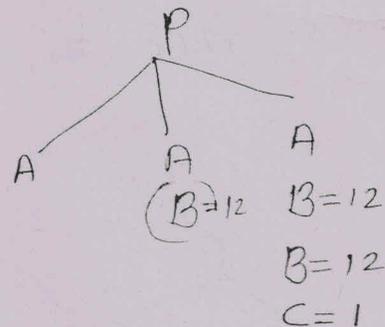
$R = ?$

$$\frac{CI_3 - SI_3}{CI_2 - SI_2} = \frac{37}{12}$$

$$\frac{P \left(\frac{R}{100} \right)^2 \left(\frac{R}{100} + 3 \right)}{P \left(\frac{R}{100} \right)^2} = \frac{37}{12}$$

$$\frac{R}{100} + 3 = \frac{37}{12}$$

$$\frac{R}{100} = \frac{1}{12} = 8\frac{1}{3}\%$$



$$R = \frac{1}{12} \times 100 = 8\frac{1}{3}\%$$

Ques:- एक धन चक्रवृद्धि खाते को दर 10% पर 6 वर्ष में 10035 रु हो जाता है, तो वह धन कितना होगा?

Sol: $A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T$

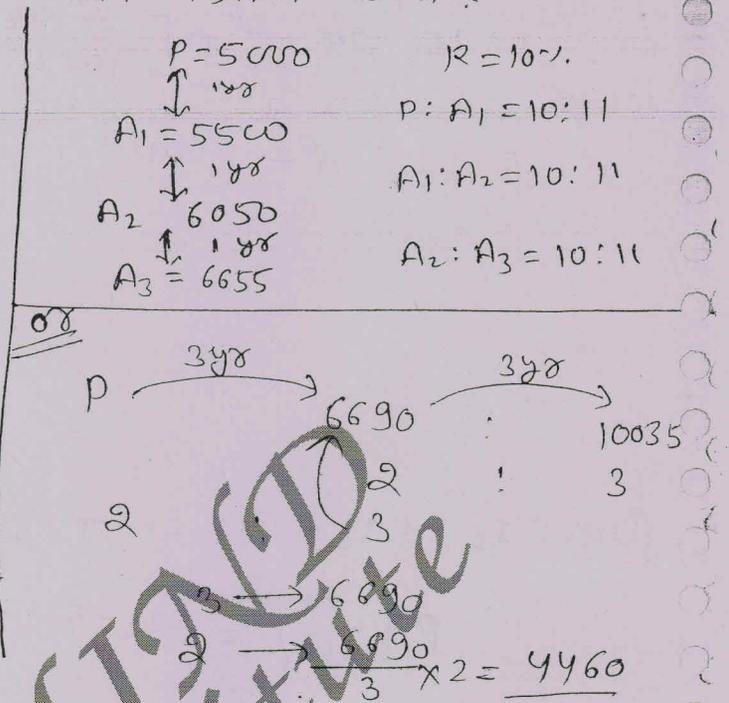
$$\frac{10035}{6690} = \frac{P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^6}{P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^3}$$

$$\frac{2007}{1338} = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^3$$

from eq (2)

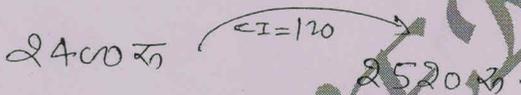
$$6690 = P \times \frac{2007}{1338} \Rightarrow P = 4460$$

$$P = 4460$$



Ques:- एक धन पर 3 वर्ष में चक्रवृद्धि खाते को दर 2400 रु हो जाता है, तथा 4 वर्ष में इसी दर से 2520 रु हो जाता है, दर तथा मूलधन बात कीजिए?

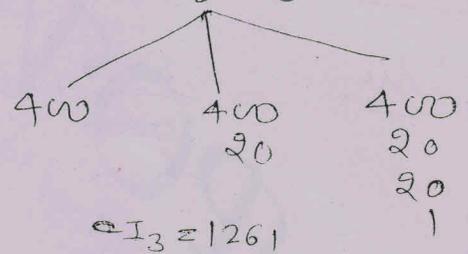
Sol:-



$$R = \frac{120}{2400} \times 100 = 5\%$$

$$R = 5\% = \frac{1}{20}$$

$$P = 20 \times 20 \times 20 = 8000$$



$$A = 8000 + 1261 = 9261 \rightarrow 2400$$

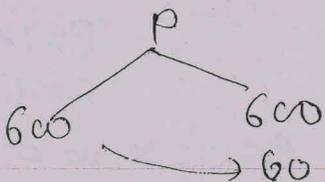
$$8000 \rightarrow \frac{2400}{9261} \times 8000$$

Ques:- एक धन पर दो वर्ष का सा. खाते 1200 रु. तथा चक्रवृद्धि खाते 1260 रु. है तो वह धन तथा दर बात कीजिए?

Sol:-

$$SI_2 = 1200$$

$$SI_1 = \frac{1200}{2} = 600 \text{ रु.}$$



$$R = \frac{60}{600} \times 100 = 10\%$$

$$10\% \times 2 = 20\% \rightarrow 1200$$

$$100\% \rightarrow 6000 \text{ रु.}$$

Ques:- किसी 25% पर 4 वर्ष के लिए प्रत्येक वर्ष का अन्तर 4% पाया जाता है। प्रत्येक वर्ष का अन्तर 4% पर वही सन्तुष्ट के लिए सा. तथा क्या होगा, पर सन्तुष्ट है।

Sol:- $R = 4\% = \frac{1}{25}$

$P = 25 \times 25$

```

      25
     /  \
    25    25
       \  /
         1
    
```

CI 2yr 51 \rightarrow 102

SI 2yr 50 $\rightarrow \frac{102}{51} \times 50 = 100$

$R + R + \frac{R \times R}{100}$

$4 + 4 + \frac{4 \times 4}{100}$

$8.16\% \rightarrow 102$

$8\% \rightarrow \frac{102}{8.16} \times 8 = 100 \text{ रु.}$

* धन का n गुणा होना :-

Q. एक धन 5 वर्ष में चक्रवृत्ति ब्याज की दर से दुगना हो जाता है। कितने वर्ष में यह धन वही दर से 8 गुना हो जायेगा?

Sol:-

$P \xrightarrow{5 \text{ yr}} 2P$

$2P = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^5$ $8P = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T$

$2 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^5$ $8 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T$

$2^3 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^{15}$ $2^3 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T$

$T = 15$

2^1	\rightarrow	5 yr
2^3	\rightarrow	$\frac{5 \times 3}{1} = 15 \text{ yr}$

100 रु.	\rightarrow	20 yr
($\times 2$)		
200	\rightarrow	5 yr
($\times 2$)		
400	\rightarrow	5 yr
($\times 2$)		
800	\rightarrow	5 yr
		15 yr

Ques:- एक धन चक्रवृत्ति ब्याज की दर से 7 वर्ष में 4 गुना हो जायेगा है तो कितने वर्ष में यह धन का 8 गुना हो जायेगा?

Sol:- $4 \text{ गुना} = 2^2 \rightarrow 7 \text{ वर्ष}$

$8 \text{ गुना} = 2^3 \rightarrow \frac{7 \times 3}{2}$

$= \frac{21}{2} = 10.5 \text{ yr}$

Ques:- एक घन 4 वर्ष में चक्रवर्त वृद्धि की दर से 3 गुना हो जाता है इसे स्वयं का 27 गुना होने में कितना समय लगेगा?

Sol: $3^1 \rightarrow 4 \text{ yr}$
 $3^3 \rightarrow \frac{4 \times 3}{1} = 12 \text{ yr. Ans.}$

Ques:- 125 रु. की धनराशि CI की निश्चित दर से 3 वर्ष में 216 रु. हो जाती है, दर बात करें?

Sol:- $A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T$

125	P	216	A
$3\sqrt{125}$		$3\sqrt{216}$	
5		6	

$R = \frac{1}{5} \times 100 = 20\%$
 $R = 20\%$

Ques:- यदि 3000 रु. की राशि 3 वर्ष में 3993 रु. हो जाती है, तो CI की दर बात करें?

Sol: P : A
 3000 : 3993
 1000 : 1331
 $3\sqrt{1000}$: $3\sqrt{1331}$
 10 : 11
 $R = \frac{1}{10} \times 100 = 10\% \text{ Ans.}$

Ques:- कितने समय में 1000 रु. की राशि 20% दर से 1331 रु. हो जायेगी। जबकी वृद्धि प्रति छः माही संयोजित होता है।

Sol:- P : A
 1000 : 1331
 $T = 3 \text{ yr}$
 $R = 20\%$
 $R' = \frac{20}{2} = 10\% = \frac{1}{10}$
 $R = 10\% = \frac{1}{10} \Rightarrow (10 : 11)^3$
 original Time = $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \text{ yr. Ans.}$

Ques:- 5000 रु. पर $1\frac{1}{2}$ वर्ष के लिए 4% वार्षिक दर से वार्षिक अर्धवार्षिक आधार पर गणना से चक्रवर्त वृद्धि का अंतर क्या होगा?

* किस्त (Installment)

$$I = P \left[1 + \frac{R}{100} \right]$$

$$\text{वर्तमान मूल्य} = \frac{I}{\left(1 + \frac{R}{100}\right)} + \frac{I}{\left(1 + \frac{R}{100}\right)^2} + \frac{I}{\left(1 + \frac{R}{100}\right)^3} + \dots$$

ex:-

$$R = 10\% = \frac{1}{10}$$

$$Pw = \frac{10I}{11} + \frac{100I}{121} + \frac{1000I}{1331}$$

$$Pw = I \left[\frac{10}{11} + \frac{100}{121} + \frac{1000}{1331} \right]$$

$$\text{ex } R = 5\% = \frac{1}{20}$$

$$T = 3y8$$

$$\text{वर्तमान मूल्य} = I \left[\frac{20}{21} + \frac{400}{441} + \frac{800}{9261} \right]$$

Que:- एक व्यक्ति 12600 रु. की धनराशी दो वर्ष के लिए 10% दर पर CI की आधार लेता है, जिसका भुगतान वह दो बर सिद्धों में करता है, प्रत्येक किस्त का मास क्या करें?

Sol:- $12600 = I \left(\frac{10}{11} + \frac{100}{121} \right)$

$$121 \times 12600 = I (100 + 100)$$

$$7260 = I \underline{\underline{Ans.}}$$

Que:- 1025 रु. को 2 वर्ष में चुकाने के लिए प्रत्येक किस्त का मा क्या होगा, यदि CI की वार्षिक दर 5% है?

Sol $1025 = I \left(\frac{20}{21} + \frac{400}{441} \right)$

$$1025 = I \left(\frac{420 + 400}{441} \right)$$

$$441 \times \frac{1025}{820} = I$$

$$\Rightarrow I = 551.$$

Ques:- 7620 रु. को 3 वर्ष में युक्तान के तहत प्रत्येक किस्त का मान का होगा, यदि CI की दर वार्षिक पर $16\frac{2}{3}\%$ है।

Sol:-

$$7620 = I \left(\frac{1 + \frac{16}{100} + \frac{256}{10000} + \frac{256}{10000} \right) \left(\frac{6}{7} + \frac{36}{49} + \frac{216}{343} \right)$$

$$\frac{7620}{10} = I \left(\frac{294 + 252 + 216}{343} \right)$$

$$\frac{7620 \times 343}{762} = I$$

$I = 3430$ Ans.

Ques:- एक व्यक्ति द्वारा कुछ धन उधार लेकर प्रत्येक 882 रु. की दो किस्तों में युक्ताना गया, यदि वार्षिक दर 5% है तो उधार लिया गया धन कितना था?

Sol

$$P.W = 882 \left(\frac{10}{21} + \frac{100}{441} \right)$$

$$= 882 \times \frac{820}{441}$$

$$= 1640 \text{ रु.}$$

Ques:- एक स्कुलर 16224 रु. की रोकड़ मुआता, तथा दो समान मूल्य की किस्तों पर उपलब्ध है, यदि CI की वार्षिक दर 4% हो तो स्कुलर का वास्तविक मूल्य बात करें?

Sol:- $16224 \rightarrow \text{cash}$

$$R = 4\% = \frac{1}{25}$$

$$P.W = I \left(\frac{25}{26} + \frac{625}{676} \right)$$

$$P.W = 16224 \left(\frac{650 + 625}{676} \right) = 16224 \times \frac{1275}{676}$$

$$= 30600$$

कुल मूल्य = $30600 + 16224 = 46824$ रु. Ans.

Ques: (1) बात कीजिए की किस वार्षिक दर से 32000 रु. 9 महीने में 5044 रु. व्याज के देगे, यदि व्याज बिनाही लिया जाये?

Sol:-

P	A
32000	$32000 + 5044 = 37044$
$\sqrt[3]{8000}$	$\sqrt[3]{37044}$
20	21

$T = 9 \text{ month}$

$\therefore T = \frac{9}{3} = 3 \text{ yr}$

$$R = \frac{1}{20} \times 100 = 5\% \rightarrow \text{वार्षिक दर} = 5\% \times 4 = 20\% \text{ Ans.}$$

तरह से जाटता है, कि वे जब 18 वर्ष के हो तो उन्हें समान धन मिले उनकी वर्तमान आयु 13 तथा 15 वर्ष है, तथा CI की वार्षिक दर 4% है, प्रत्येक का भाग ज्ञात करें?

Sol:-

$R = 4\% = \frac{1}{25}$
 $(25 : 26)^2$ Age में अन्तर
 $625 : 676$

$$A \left[1 + \frac{R}{100} \right]^5 = B \left[1 + \frac{R}{100} \right]^3$$

$$\frac{B}{A} = \left[1 + \frac{R}{100} \right]^2$$

$$\frac{B}{A} = \left(\frac{26}{25} \right)^2 = \frac{676}{625}$$

$A \quad B$
 $625 \quad : \quad 676$

$$A+B \Rightarrow 625 + 676 = 1301 \xrightarrow{\times 20} 26020$$

$$A = 625 \times 20 = 12500$$

$$B = 676 \times 20 = 13520$$

Que:- एक धन का 4% चक्रवृद्धि व्याज की दर से 2 वर्ष के चक्र. व्याज तथा साधारण व्याज का अन्तर 8 रु. है वह धन ज्ञात करें

Sol:- $R = 4\%$ $CI_2 - SI_2 = 8 \text{ रु.}$

$$CI_2 - SI_2 = P \left(\frac{R}{100} \right)^2$$

$$8 = P \left(\frac{4}{100} \right)^2$$

$$P = 50000 \text{ रु.}$$

$R = 4\% = \frac{1}{25}$
 माना $P = 25 \times 25$

Que:- एक धन पर 20% चक्र. व्याज की दर से 3 वर्ष के $CI_3 - SI_3 = 64 \text{ रु.}$ है वह धन ज्ञात करें?

Sol:-

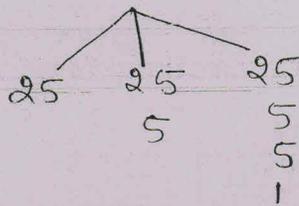
$$CI_3 - SI_3 = P \left(\frac{R}{100} \right)^2 \left(\frac{R}{100} + 3 \right)$$

$$P \left(\frac{20}{100} \right)^2 \left(\frac{20}{100} + 3 \right) = 64$$

$P = 5000$

$$R = 20\% = \frac{1}{5}$$

$$\text{माना } P = 5 \times 5 \times 5 = 125$$



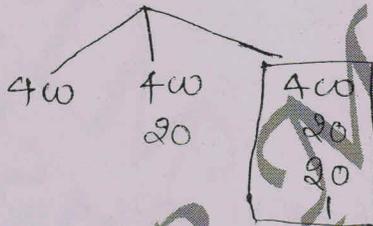
$$16 \xrightarrow{\times 4} 64$$

$$125 \xrightarrow{\times 4} 500 \text{ रु. } \underline{\text{Ans.}}$$

Que: - एक धन पर 5% CI की दर से तिसरे वर्ष का ब्याज 882 रु. है तो 3 वर्ष का उसी दर से SI ज्ञात करो?

Sol: - $R = 5\% = \frac{1}{20}$

$$\text{माना } P = 20 \times 20 \times 20 = 8000$$



$$441 \xrightarrow{\times 2} 882 \text{ रु.}$$

$$SI \Rightarrow 1200 \xrightarrow{\times 2} 2400 \text{ रु. } \underline{\text{Ans}}$$

Que: किसी राशी पर दो वर्ष के लिए 4% वार्षिक दर से SI 350 रु. यदि इसी राशी को समान समान तथा समान दर पर चक्रवृद्धि दर पर निवेश किया जाए तो कितना अधिक ब्याज प्राप्त होगा?

Sol: - $SI = 4 \times 2 = 8\%$

$$CI = 4 + 4 + \frac{4 \times 4}{100} = 8.16\%$$

$$8\% \rightarrow 350$$

$$8.16\% \rightarrow \frac{350}{8} \times 0.16 = 7 \text{ रु.}$$

$$R = 4\% = \frac{1}{25}$$

$$P = 25 \times 25$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ 25 \quad 25 \\ \quad \quad 1 \end{array}$$

$$50 \rightarrow 350$$

$$1 \rightarrow 7 \text{ } \underline{\text{Ans.}}$$

Que: - 30000 रु. की राशी CI पर 2 वर्ष के ब्याज बाद 6000 हो जाते हैं 4 वर्ष का CI ज्ञात करो?

$$P = 30000 \xleftarrow{248} 60000 \xrightarrow{248} 120000$$

$$CI_4 = 120000 - 30000 = 90000 \text{ रु.}$$

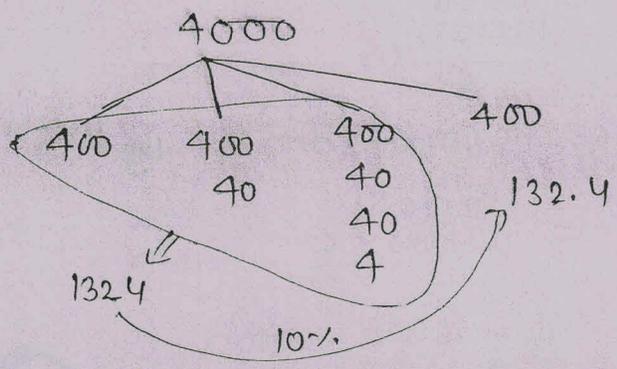
Que: - किसी धन राशी पर 2 वर्ष के लिए 15% दर पर CI 3225 है मुल्य राशी ज्ञात करो?

Sol: - $CI = 15 + 15 + \frac{15 \times 15}{100} = 32.25\%$

CI = 32.25 $\xrightarrow{10\%}$ 3225

100% $\xrightarrow{\times 100}$ 10000 रु. Ans.

Que:- P = 4000 रु. R = 10%. T = 4 yrs CI = ?



CI = 1324 + 400 + 132.4 = 1856.4 रु. Ans.

Que:- कितने समय में 64000 रु. 5% वार्षिक दर से 68921 रु. हो जायेंगे यदि ब्याज अर्द्धवार्षिक संयोजित होता है।

Sol:-

P	A
64000	68921
(40	41)

R = 5%
 effective R = $\frac{5}{2} = 2.5\% = \frac{2.5}{100} = \frac{1}{40}$

orig. time = $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ वर्ष Ans.

Que:- एक व्यक्ति कुछ पैसे इस शर्त पर उधार लेता है कि वह प्रथम वर्ष के अन्त में 3150 रु. तथा दूसरे वर्ष के अन्त में 4410 रु. देकर चुकाएगा यदि CI वार्षिक दर पर 5% हो राशी ज्ञात करें ?

Sol:- R = 5% = $\frac{1}{20}$

उत्तर चलना है \rightarrow

$$4200 + 3150 = \frac{7350}{24} \times 20 = 7000 \text{ रु. } \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

$$\frac{4410}{24} \times 20 = 4200$$

Que:- एक व्यक्ति 12500 रु. CI की 20% की दर से उधार लेता वह हर साल के अन्त में 2000 रु. चुकाता है बताइए ऐसी तीन किश्तों के बाद कितने रु. चुकाने होंगे ?

Sol:- दर = 20% = $\frac{1}{5}$

Sol:- पहले साल = $12500 \times \frac{6}{5} - 2000$
के भन्त में

$$15000 - 2000 = 13000$$

दूसरे साल के
भन्त में = $\frac{2600}{13000} \times 5 = 2000$

$$= 15600 - 2000 = 13600$$

तीसरे साल के
बाद = $\frac{2720}{13600} \times \frac{6}{5} - 2000$

$$= 16320 - 2000$$

$$= 14320 \text{ रु. } \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

POWER MIND
Give Wings to Your Dreams with us
Institute

औसत / मिश्रण
AVERAGE / MIXTURE

POWER
Give Wings to Your Dreams with

* Average / Mixture & Alligation *

① Mean (माध्य) = $\frac{\text{राशियों का योग}}{\text{राशियों की संख्या}}$
 Median (माध्यिका)

Q. 2, 5, 7, 3, 4, 8, 9, 5, 2, 7, 5

माध्य = $\frac{57}{11} = 5\frac{2}{11}$

② माध्यिका: - (i) आरोही / अवरोही क्रम

2, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 7, 7, 8, 9

(ii) n - विषम

$$\begin{aligned} \text{माध्यिका} &= \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{th}} \\ &= \frac{11+1}{2} = 6^{\text{th}} \text{ term} \quad \textcircled{5} \end{aligned}$$

(iii) n - सम (even)

$$\frac{\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} + \left(\frac{n}{2} + 1\right)^{\text{th}}}{2}$$

find median

2, 3, 5, 5, 8, 9, 11

n - सम

$$\text{माध्यिका} = \frac{\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{th}} + \left(\frac{n}{2} + 1\right)^{\text{th}}}{2}$$

$$= \frac{\left(\frac{6}{2}\right)^{\text{th}} + \left(\frac{6}{2} + 1\right)^{\text{th}}}{2}$$

$$= \frac{5 + 8.13}{2} = 6.5$$

③ बहुलक: - जो राशि सबसे अधिक बार आती है, वह बहुलक होती है। इसका मान एक से अधिक भी संभव है।

औसत:

Q. 2, 4, 6, 8, 10

Average - 6 (5 संख्याएँ हैं तो बीच वाला औसत पर अन्तर समान)

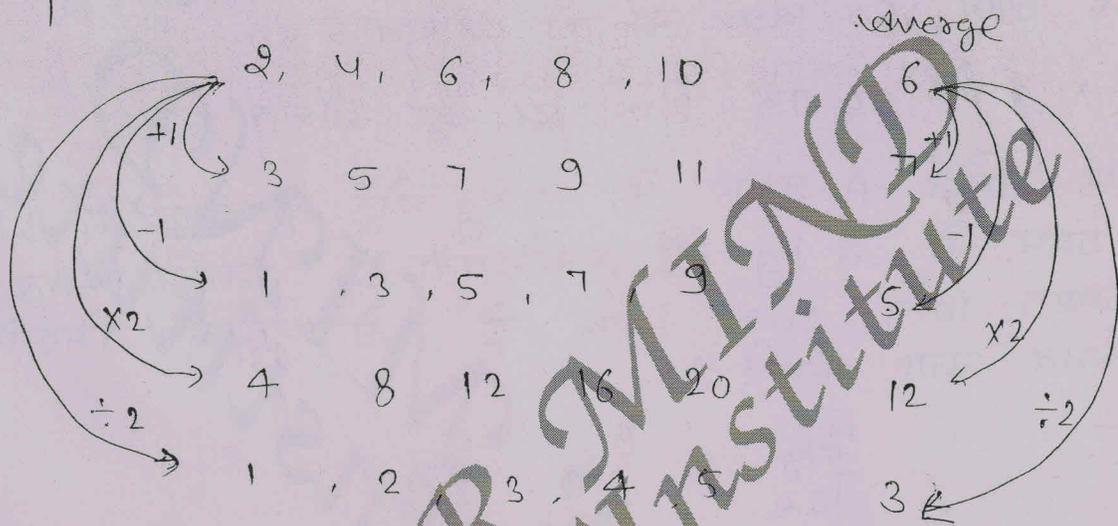
Q. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Average $\Rightarrow 5$

Q. 3, 7, 11, 15

$$Av = \frac{11+7}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

→ यदि दो गरी सभी राशियों में समान संख्या को जोड़ा, घटाया गुणा और भाग किया जाये, तो औसत पर भी वही प्रभाव पड़ता है।



Q. 1) एक फल विक्रेता प्रत्येक लोकरी में 12 फल रखता है, यदि हर लोकरी में फलों की संख्या दुगुनी कर दे तो नया औसत क्या होगा?

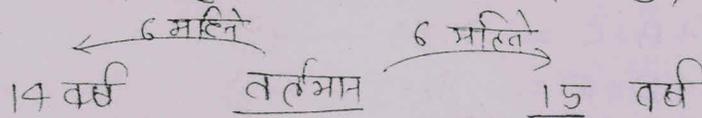
Sol:- $12 \times 2 = 24$

Q. 2) 100, 200, 300, ... 1000 का औसत 550 है, यदि प्रत्येक को 5 से विभाजित किया जाये तो नया औसत क्या है?

Sol:- $\frac{550}{5} = 110$

- * यदि दो गरी राशियों का औसत शून्य (0) है, तो यह संभव है कि संभव है जब उनका योग शून्य हो।
- * औसत हमेशा उच्चतम व निम्नतम राशि के बीच में होता है।

Q. 3) 6 महीने पहले एक कक्षा के छात्रों की औसत उम्र 14.8 है, 6 महीने बाद उन्ही छात्रों की औसत उम्र क्या होगी?



(प्रत्येक छात्र की उम्र में 1 साल जुड़ने से)

1. प्रथम 'N' प्राकृत सं. का योग = $\frac{N(N+1)}{2}$

2. प्रथम 'N' प्राकृत सं. के वर्गों का योग = $\frac{N(N+1)(2N+1)}{6}$

3. प्रथम 'N' प्राकृत सं. के घनों का योग = $\left[\frac{N(N+1)}{2}\right]^2$

4. प्रथम 'N' सम सराख्याओं का योग = $N(N+1)$

5. प्रथम 'N' विषम सं. का योग = N^2

{ * प्रथम 50 विषम सं. का औसत = 50 $\text{Ave} \rightarrow \frac{N^2}{N} = N$
 * 1 से 50 तक विषम सं. का औसत = 25

Que:- एक व्यक्ति A प्रकार के 5 kg गेहूँ B प्रकार के 3 kg गेहूँ तथा C प्रकार के 2 kg गेहूँ खरीदता है। इनकी किमत प्रति kg क्रमशः 10 रु, 20 रु व 30 रु हैं। तो इनके मिलाने पर औसत किमत क्या होगी?

Sol:-

A	B	C
5 kg	3 kg	2 kg
10 रु.	20 रु.	30 रु.

$$\text{Average price} = \frac{(5 \times 10) + (3 \times 20) + (2 \times 30)}{10} = \frac{170}{10} = 17$$

Que:- 123 टाइपिस्ट 984 पृष्ठों को घंटे में टाइप करते हैं, तो एक टाइपिस्ट की प्रति मिनट गति बताएं।

Sol:-

123 Typist \rightarrow 984 Page

1 Typist \rightarrow $\frac{984}{123}$ Page

1 Typist \rightarrow $\frac{984}{123 \times 60} = 2 \text{ Ans.}$

Que एक परीक्षा में 5 विषयों में से पहले तीन विषयों में औसत अंक 97 अंक तथा अंतिम तीन विषयों में औसत 88 अंक प्राप्त होते हैं। यदि कुल औसत 92 हो तो तीसरे विषय में प्राप्त अंक बताएं?

Sol:-

$A+B+C+D+E = 92 \times 5 \text{ --- (1)}$

$A+B+C = 97 \times 3 \text{ --- (2)}$

$C+D+E = 88 \times 3 \text{ --- (3)}$

$C = (2) + (3) - (1)$

$= 291 + 264 - 460$

$= 95 \text{ Ans.}$

की जगह कोहली भा जाये तो औसत 35 वर्ष हो जात है, यदि सचिन को कोहली से पुनर्स्थापित किया जाता है तो औसत 32 वर्ष हो जाता है, हरभाजन व युवराज व औसत भापु सचिन, सहाग व कोहली की औसत भापु से भाधी, कृपायों खिलाडीयो की औसत उम्र ज्ञात करें

Sol: -

Ques: - एक कार मालिक तीन तरह का पेट्रोल 7.50 रु, 8 रु तथा 8.50 रु प्रति लीटर के हिसाब से क्रमागत वर्षों में खरीदा है, यदि वह प्रतिवर्ष 4000 रु खर्च करता हो तो औसत किमत प्रति लीटर का होगा?

Sol: -
$$\text{Average Price / Liter} = \frac{4000 \times 3}{\frac{4000}{7.5} + \frac{4000}{8} + \frac{4000}{8.5}} = 7.98 \text{ रु/ली}$$

Ques: - 4 पहियों वाले की संख्या 2 पहियों वाले की संख्या की 3 गुना तथा 3 पहियों वाले 4 पहियों वाले के भाधी है औसत पहियों प्रति वाहन ज्ञात कीजिए?

पहियों / वाहन =
$$\frac{(4 \times 2) + (3 \times 1) + (2 \times 1)}{4}$$

No. of wheels 4 3
No. of vehicle 2 1

$= \frac{13}{4} = 3.25$

Ques: - सोम, मंगल व बुध का औसत तापमान 38°C है, तथा मंगल, बुध व गुरु का औसत तापमान 43°C है, यदि सोम व बुध का औसत तापमान 18.5°C है तो सोम का तापमान ज्ञात करें?

Sol.

$$m + T + w = 38 \times 3 = 114 \quad \text{--- (1)}$$

$$T + w + Th = 43 \times 3 = 129 \quad \text{--- (2)}$$

$$m + Th = 18.5 \times 2 \quad \text{--- (3)}$$

$$\text{(2) - (1)} \quad Th - m = 15 \quad \text{--- (4)}$$

(3) - (4)
 $2m = 22$
 $m = 11^\circ\text{C}$

Ques:- 30 विद्यार्थियों का औसत भार 30 kg था, यदि वरम शिष्टक के भार मिला लिया जाये तो औसत 1 kg से बढ़ जाता है, शिष्टक का भार ज्ञात कीजिए?

Sol:- $30 \times 30 = 900 \text{ kg}$
 $31 \times 31 = 961 \text{ kg}$
 $961 - 900 = 61 \text{ kg}$

बढ़ने में भार = $30 \times 1 = 30 \text{ kg}$
 नया औसत = $\frac{31 \text{ kg}}{61 \text{ kg}}$

Ques:- किसी रिम के 12 खिलाड़ियों की औसत आयु 25 वर्ष है, यदि कप्तान की आयु भी ~~जोड़~~ जोड़ ली जाये तो औसत 1 वर्ष से बढ़ जाता है।

Sol:- बढ़ने में भार = 12 kg
 नया औसत = $\frac{261 \text{ kg}}{381 \text{ kg}}$

$12 \times 25 = 300 \text{ kg}$
 $13 \times 26 = 338 \text{ kg}$

Ques:- 45 लोगों का औसत भार 27 kg है, जब दो नये लोग शामिल होते हैं तो औसत भार 2 kg बढ़ जाता है, अग्रे वाले लोगों का औसत भार ज्ञात करें?

Sol:- बढ़ने में प्रयोग भार = $45 \times 2 = 90 \text{ kg}$
 नया औसत = $\frac{58 \text{ kg}}{148 \text{ kg}}$
 औसत = $\frac{148}{2} = 74 \text{ kg}$

$\frac{(45 \times 27) + 2x}{(45 + 2)} = (27 + 2)$

Ques:- एक खेलेबाज का औसत 6 रन से बढ़ जाता है, जब वह 12 वीं पारी में 108 रन बनाता है, 12 वीं पारी के बाहर उसका औसत क्या होगा?

Sol:- (A) 30 (B) 36 (C) 42 (D) None of.

माना पहली 11 पारियों का औसत = x

कुल रन = $11x$

औसत = $\frac{11x + 108}{12} = (x + 6)$

$x = 36$

नया औसत = $36 + 6 = 42$

$\frac{108}{42} = 2.57 \text{ kg}$
 $11 \times 6 = 66$
 $\frac{66}{42} \text{ Ans}$

Ques:- 8 व्यक्तियों का औसत भार 2.50 kg से बढ़ जाता है, जब उनमें से 56 kg के एक व्यक्ति की जगह दूसरा व्यक्ति आ जाता है नये व्यक्ति का भार ज्ञात करें।

$$\frac{8x - 56 + y}{8} = (x + 2.5)$$
$$y = 76$$

$$(56 \text{ kg}) + (8 \times 2.5)$$
$$= 76 \text{ kg.}$$

Ques:- तीन लगातार प्राकृत संख्याओं का औसत K है यदि इसके भागों की दो औसत संख्याएँ सम्मिलित कर ली जाए तो नए औसत बता करें।

Sol:- $4, 5, 6$ Avg = $5 = K$

$4, 5, 6, 7, 8$ Avg = $6 = K + 1$

मिश्रण एवं अनुपात

MIXTURE / RATIO

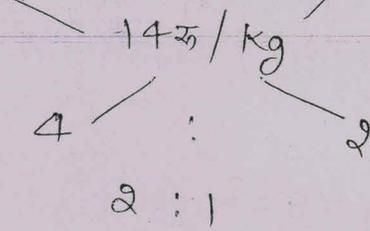
POWERED BY
Give Wings to Your Dreams with us
Institute

Q. (3)

मिश्रण व अनुपात

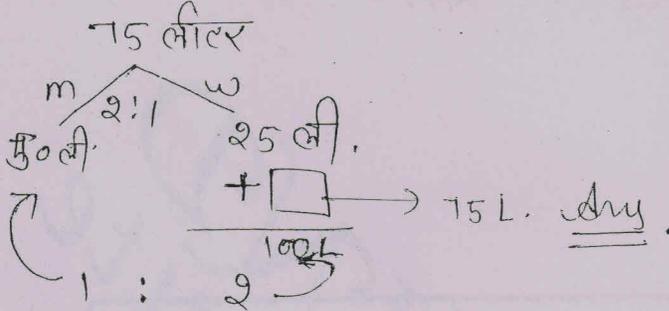
12 रु/kg

18 रु/kg



$$12x + 18y = 14(x + y)$$

Q. (1)



Q. (2)

m:w

5:3

8 × 5 × 4

100 : 60

m:w

2:3

5 × 8 × 5

80 : 120

100 + 80

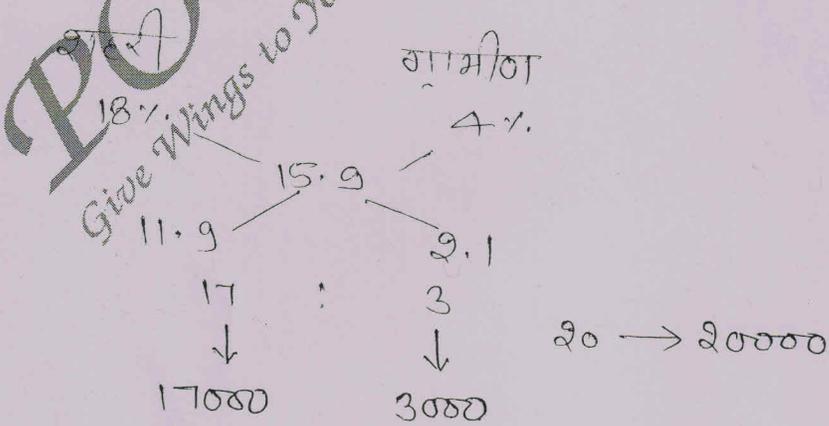
80 + 60

80 :

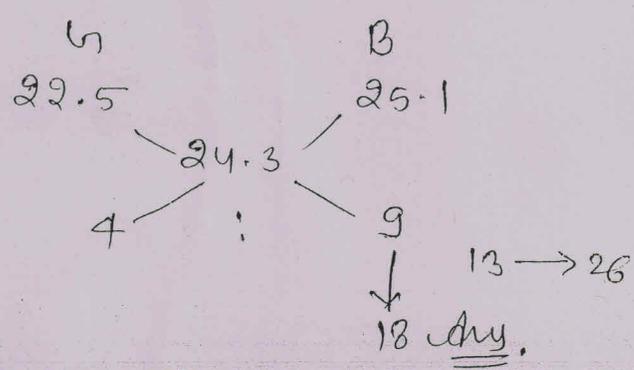
80

Ans.

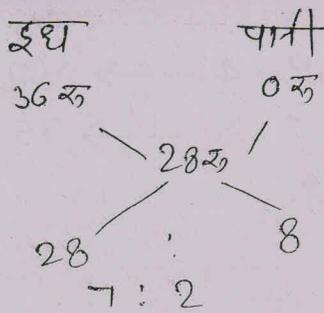
Q. (4)



Q. (5)

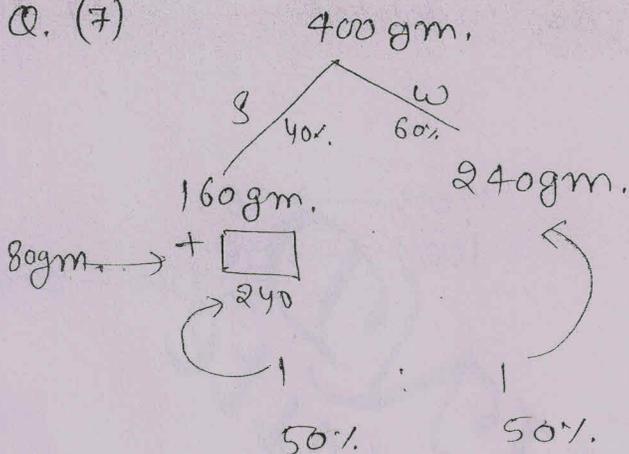


Q. (6)

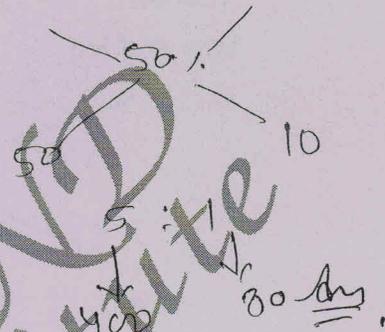


$$36x + y \cdot 0 = (x+y) 28$$

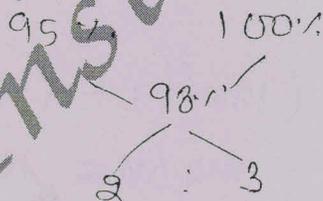
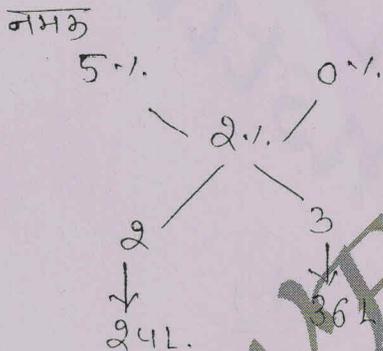
Q. (7)



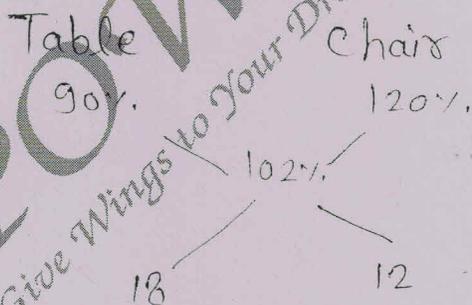
पुराना मि. 40% चीनी. 100%



Q. (11)



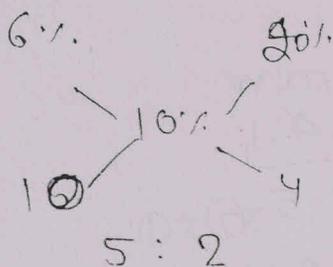
Q. (13)



$3 : 2$ 5 → 3000 रु.

18000 रु. ans

Q. (12)

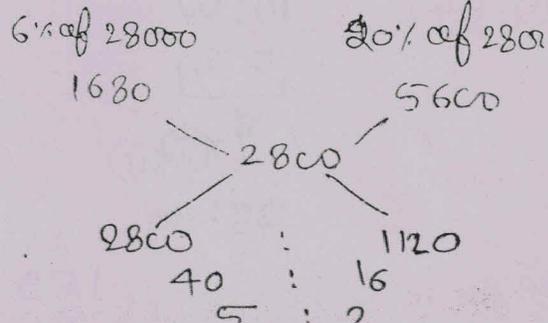


$SI_3 = 8400$

$SI_1 = 2800$

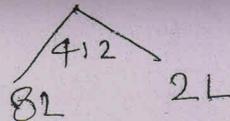
$\frac{2800}{28000} \times 100 = 10\%$

P = 28000 रु.



Q. (15)

$$\frac{4x-8}{x-2+10} = \frac{2}{3}$$



$$12x - 24 = 2x + 16$$

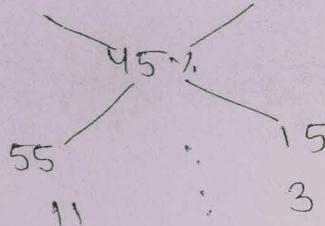
$$10x = 40$$

$$x = 4$$

$$A = 4x = 16 \text{ L } \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

Q. (16) Alcohol

पुराना मिश्रण 30% नया 100%



$$\Rightarrow \frac{3}{11+3} = \frac{3}{14} \text{ भाग } \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

Q. (18)

60 ₹/kg

65 ₹/kg

62 ₹/kg

$$110\% \rightarrow 68.2$$

$$100\% \rightarrow \frac{682}{110} \times 100 = 62$$

3 2 Ans.

Q. (19) स्फिर

A

$$\frac{5}{7}$$

$$\frac{7}{13}$$

$$\frac{8}{13}$$

$$\frac{8}{13} - \frac{5}{7}$$

$$\frac{56 - 65}{91}$$

$$\frac{-9}{91}$$

$$\frac{-9}{91}$$

$$-\frac{1}{13}$$

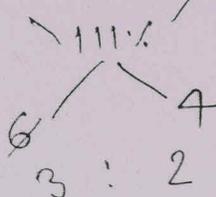
$$-\frac{1}{13}$$

$$\underline{\underline{\text{Ans. } 7.9 \text{ } \underline{\underline{\text{Ans.}}}}}$$

Q. (20)

107%

117%



$$5 \rightarrow 6$$

$$3 \rightarrow \frac{6}{5} \times 3$$

$$= \frac{18}{5} = 3.6 \text{ kgms.}$$

Q. (21)

$$\frac{7x - \frac{21}{4}}{5x - \frac{15}{4} + 9} = \frac{7}{9}$$

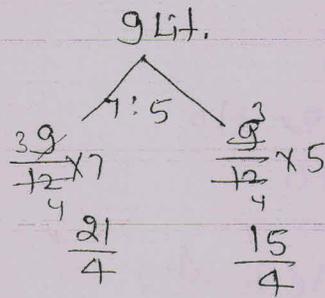
$$\Rightarrow \frac{28x - 21}{20x - 15 + 36} = \frac{7}{9}$$

$$\Rightarrow 252x - 189 = 140x + 147$$

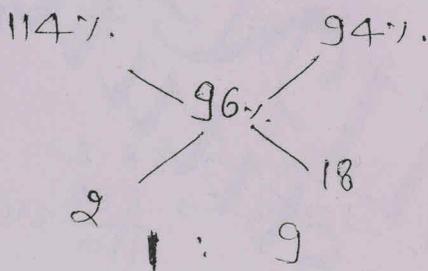
$$\Rightarrow 112x = 336$$

$$x = \frac{336}{112} = 3$$

$$A = 7x = 7 \times 3 = 21 \text{ L. } \underline{\underline{\text{Any.}}}$$



Q. (25)

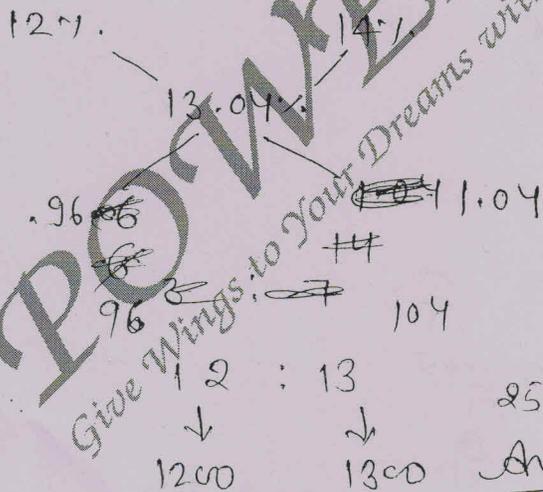


$$10 \rightarrow 50 \text{ kg.}$$

$$14\% \rightarrow 1 \rightarrow 5 \text{ kg}$$

$$6\% \rightarrow 9 \rightarrow 45 \text{ kg } \} \underline{\underline{\text{Any.}}}$$

Q. (26)



$$\frac{326}{2500} \times 100 = 13.04\%$$

$$25 \rightarrow 2500$$

$$\underline{\underline{\text{Any.}}}$$

Q. (27)

संघ

$$A \quad \frac{5}{8}$$

$$B \quad \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{8}$$

$$8 : 10$$

$$4 : 5 \quad \underline{\underline{\text{Any.}}}$$

Q. (28) 15% ~~100%~~
~~20%~~
~~80~~ ~~5~~
~~16~~ : ~~1~~
 1 → 30 kg
 16 → 480 kg Ans

Starting mix 15% 85%
 3 : 17
 Anal- 20 : 80
 1/3 : 4/3
 3 : 12
 5 → 30 kg
 20 → 120 kg Ans

Q. (22) W T
 19 9
 W T
 19 9
 15
 3 : 2 Ans

Q. (23) माना प्रारम्भ में x बिकेट लिए

$$\frac{12.4x + 26}{x + 5} = 12 \leftarrow (12.4 - 12)$$

$$\Rightarrow \frac{12.4x + 26}{10x + 50} = 12$$

$$\Rightarrow 12.4x + 26 = 120x + 600$$

$$\Rightarrow 9x = 340$$

$$\Rightarrow x = \frac{340}{4} = 85 \text{ Ans}$$

अन्तिम में ले पहले अन्तिम
 12.4 $\frac{26}{5} = 5$
 12
 6.8 0.4
 17 : 1
 2
 85 → 5

Q. (24) ~~Give~~ ~~Wings to your Dreams with us~~
 Tads = 65 रु = 39
 Bays ~~Wards~~
 $65 \times \frac{80}{100} = 52$ $65 \times \frac{30}{100} = 19.5$

39
 19.5 : 13
 195 : 130
 15 : 10
 3 : 2
 ↓ ↓
 39 26 Ans

क्रमागत पुर्नस्थापन
SUCCESSIVE
REPLACEMENT

* Successive Replacement (कुभागत पुनस्थापन) :-

$$\frac{\text{अन्तिम मात्रा (शुद्ध)}}{\text{शुरुआती मात्रा (शुद्ध)}} = \left[1 - \frac{\text{निकाला गया भाग}}{\text{कुल भाग}} \right]^{\text{समय}}$$

Q. (29)

$$\frac{F}{I} = \left[1 - \frac{128}{1024} \right]^3$$

$$\frac{F}{I} = \left[1 - \frac{1}{8} \right]^3 = \frac{343}{512}$$

$$\frac{F}{I} = \frac{343}{512}$$

$$\frac{F}{1024} = \frac{343}{512} \Rightarrow F = 686 \text{ Ans}$$

Q. (30)

$$\frac{F}{I} = \left[1 - \frac{5}{50} \right]^3$$

$$\frac{F}{I} = \left(\frac{9}{10} \right)^3 = \frac{729}{1000}$$

$$\frac{F}{50} = \frac{729}{1000} = \frac{729 \times 20}{1000 \times 20} = 36.45 \text{ kg. Ans}$$

Q. (31)

$$\frac{F}{I} = \left[1 - \frac{20}{100} \right]^3$$

$$\frac{F}{I} = \left(\frac{4}{5} \right)^3 = \frac{64}{125}$$

$$\frac{64}{125} \times 100 = 51.2\% \text{ Ans}$$

Q. (32)

$$\frac{F}{I} = \left[1 - \frac{100}{500} \right]^4$$

$$\frac{F}{I} = \left(\frac{4}{5} \right)^4 = \frac{256}{625}$$

A. ∴ W

$$\frac{256}{625}$$

Q. (33)

शराब : पानी

216 : 127

$$\frac{F}{I} = \frac{216}{127+216} = \left[1 - \frac{15}{T} \right]^3$$

$$\frac{216}{343} = \left[1 - \frac{15}{T} \right]^3 \Rightarrow \frac{6}{7} = 1 - \frac{15}{T}$$

Q. (34) $\frac{P}{I} = \left[1 - \frac{8}{80} \right]^2$

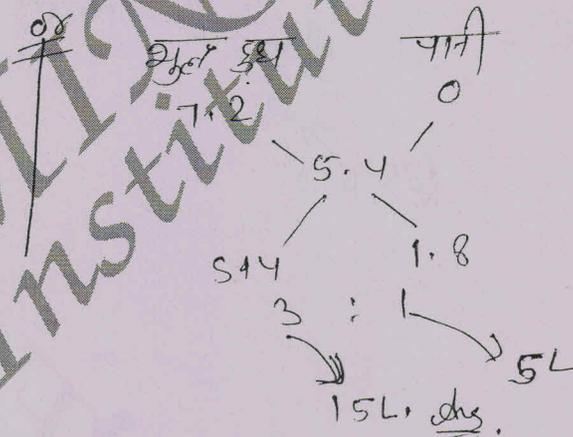
$\frac{P}{I} = \left[\frac{9}{10} \right]^2 = \frac{729}{1000}$

$\frac{P}{80} = \frac{729}{1000} = \frac{729 \times 80}{1000} = 58.$

Q. (35) $\frac{P}{I} = \left[1 - \frac{17}{81} \right]^2$

$\frac{P}{I} =$

Q. (36) मूल्य $\Rightarrow 7.2x = (x+5) 5.4$



Ques:- एक छात्रावास में विद्यार्थियों की संख्या 11 है, यदि विधि की संख्या 4 से बढ़ जाए तो छात्रावास के बजट का खर्च 45 रु. से बढ़ जाता है, जबकि प्रति विद्यार्थी खर्च 13 रु. से कम हो जाता है, तो बजट का वास्तविक खर्च कितना करे?

Sol:- माना प्रति विद्यार्थी खर्च = x रु

$$\frac{11x + 45}{11 + 4} = x - 13$$

$$11x + 45 = 15x - 195$$

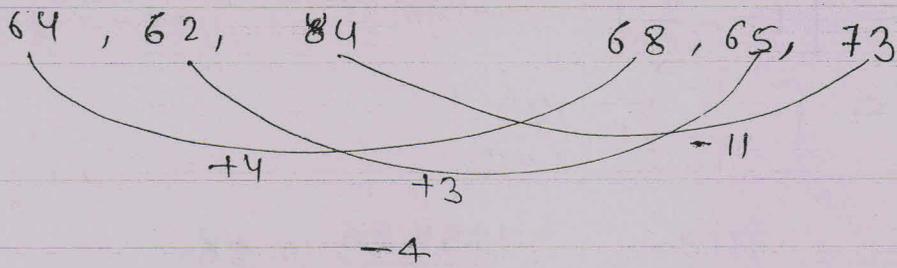
$$240 = 4x$$

$$x = 60$$

$$\text{Original Exp} = 11 \times 60 = 660 \text{ रु. Ans.}$$

Ques:- एक परीक्षा में 40 छात्रों के औसत अंक 72 हैं, बाद में यह पता चला कि 3 अंक 64, 62 और 84 गलती से 68, 65, 73 लिख दिए गए। गलतियाँ सुधारने के बाद औसत क्या करे?

Sol:-



Aug = 72

more marks to add = 4

$$\text{avg. added} = \frac{4}{40} = 0.1$$

$$\text{New Aug} = 72.1$$

Que:- एक परीक्षा में एक विद्यार्थी के औसत अंक 63 है, यदि उसने भूगोल में 20 तथा इतिहास में 2 अंक अधिक लिए होते, तो उसका औसत 65 हो जाता, परीक्षा में कुल कितने विषय थे ?

Sol:-

$$\frac{20+2}{2} = 11 \quad \leftarrow \text{marks inc.}$$

(65-63) \rightarrow 2

POWER MIND
Give Wings to Your Dreams with us
Institute

समय, चाल व दूरी

**TIME, SPEED &
DISTANCE**

* Time, speed, distance (समय, चाल व दूरी) *

$$\text{speed} = \frac{\text{distance (m)}}{\text{Time (sec.)}}$$

$$(m/s)$$

$$1 \text{ km/hr} \longrightarrow \frac{1 \text{ km}}{1 \text{ hr}} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ sec.}} = \frac{5}{18} \text{ m/sec.}$$

$$1 \text{ m/sec} \longrightarrow \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ sec}} = \frac{1 \times 3600}{1000 \times 1} = \frac{18}{5} \text{ K/hr}$$

$$S = \frac{D}{T}$$

Time fix
 $S \propto D$

Distance fix
 $S \propto \frac{1}{T}$

Q. (1) $D = 500 \text{ km}$ $S = 50 \text{ K/H}$

$$S = \frac{D}{T}$$

$$T = \frac{D}{S} = \frac{500}{50} = 10 \text{ hr}$$

50 km. \longrightarrow 1 hr
500 km \longrightarrow 10 hr Ans.

Q. (2) 54 km/hr

60 min \longrightarrow 54 km

1 min \longrightarrow $\frac{54 \times 1000}{60} = 900 \text{ m.}$ Ans.

Q. (3) 5 m/sec.

1 sec \longrightarrow 5 m.

3 hr + 20 min = (10800 + 1200) sec.

12000 sec. \longrightarrow $\frac{12000 \times 5}{1000} = 60 \text{ km.}$ Ans.

Q. (4) $S = \frac{D}{T}$

	Truck	:	Car
Time \longrightarrow	2	:	1
Speed \longrightarrow	1	:	2 \longrightarrow 120 K/h

\longrightarrow 60 km/hr Ans.

Q. (5)

Sold	5	:	4
Told	4	:	5

1 \longrightarrow 20 min

4 \longrightarrow 80 min Ans.

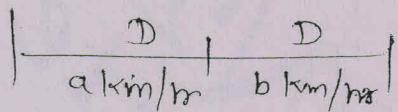
Q. (6)

	A	B	C	
Speed	6	: 3	: 1	
Time	$\frac{1}{6}$: $\frac{1}{3}$: $\frac{1}{1}$	
	1	: 2	: 6	→ 54 min
				→ 18 min <u>Ans.</u>

* औसत चाल: ⇒

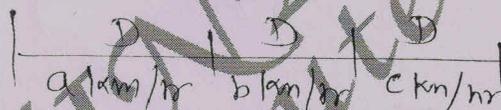
$$S_{avg.} = \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}}$$

⇒ Ist case :- जब दूरी समान:



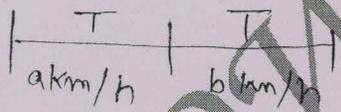
$$S_{avg} = \frac{2ab}{a+b}$$

$$S_{avg.} = \frac{2D}{\frac{D}{a} + \frac{D}{b}} = \frac{2D \cdot ab}{D(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$



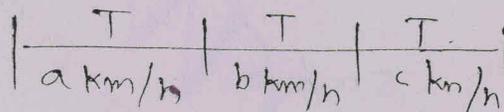
$$S_{avg.} = \frac{3abc}{ab+bc+ca}$$

⇒ IInd case :- जब समय समान हो



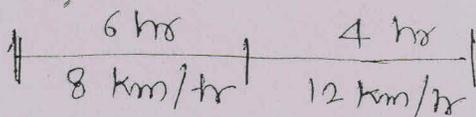
$$S_{avg} = \frac{a+b}{2}$$

$$S_{avg} = \frac{aT+bT}{2T} = \frac{a+b}{2}$$



$$S_{avg.} = \frac{a+b+c}{3}$$

Q. (10)



$$S_{avg.} = \frac{T \cdot D}{1 \cdot T} = \frac{(8 \times 6) + (4 \times 12)}{10} = 9.6 \text{ km/hr } \underline{\text{Ans}}$$

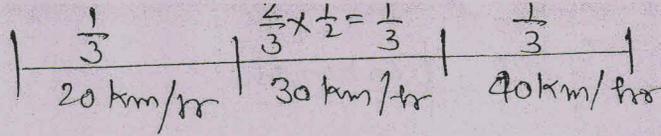
Q. (11)

Distance equal

$$S_{avg} = \frac{2ab}{a+b} = \frac{2 \times 20 \times 30}{50}$$

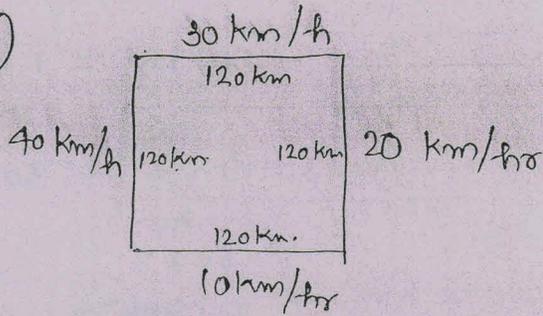
$$= 24 \text{ km/hr } \underline{\text{Ans}}$$

Q. (12)



$$S_{avg} = \frac{3abc}{ab+bc+ca} = \frac{3 \times 20 \times 30 \times 40}{600 + 1200 + 800} = \frac{360}{13} \text{ km/hr}$$

Q. (14)



माना खेत की भुजा = 120 km.

$$S_{avg} = \frac{4 \times 120}{\frac{120}{10} + \frac{120}{20} + \frac{120}{30} + \frac{120}{40}}$$

$$= \frac{4 \times 120^2}{255} = \frac{96}{5} = 19\frac{1}{5} \text{ km/hr}$$

Q. (13)

बिना रुके 54 km \rightarrow 60 min

45 km \rightarrow $\frac{60}{54} \times 45$
= 50 min

रुक कर 45 km \rightarrow 60 min

रुकने का समय = 60 - 50
= 10 min

आलेना रुकने का समय = $\frac{\text{बिना रुके प}}$

$$= \frac{54 - 45}{54}$$

$$= \frac{1}{6} \text{ hr}$$

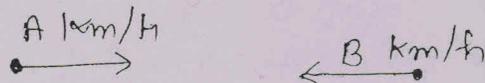
$$= 10 \text{ min}$$

Q. (15)

रुकने का समय $\frac{20}{80} = \frac{1}{3} \text{ hr}$
= 20 min

* सापेक्ष गति:

विपरीत दिशा
(opp. dir.)



$$S_R = (A+B) \text{ km/h}$$

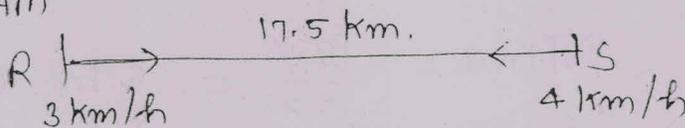
समान दिशा
(Same dir.)



$$S_R = (B-A) \text{ km/h}$$

Q. (16)

10:00 AM



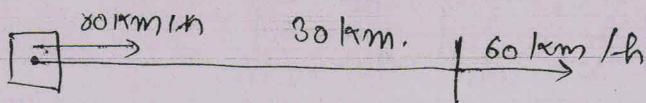
$$S_R = 3+4 = 7 \text{ km/h}$$

$$D = 17.5 \text{ km.}$$

$$\text{Time} = \frac{17.5}{7} = 2.5 \text{ hr} = 2 \text{ hr } 30 \text{ min}$$

10:00 AM + 2 hr 30 min = 12:30 AM Ans.

Q. (18)



2:30 \leftrightarrow 3:00 Distance = $60 \times \frac{1}{2} = 30 \text{ km}$.

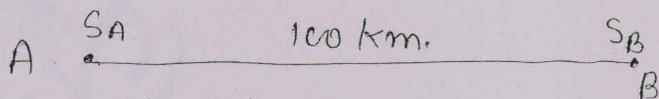
$S_R = 80 - 60 = 20 \text{ km/h}$

Time = $\frac{30 \text{ km}}{20 \text{ km/h}} = 1.5 \text{ hr} = 1 \text{ hr } 30 \text{ min}$

3:00 + 1 hr 30 min = 4:30 Ans.

दर की दूरी = $\frac{\text{गति} \times \text{समय}}{\text{गति}}$
 $= 80 \times 1.5 / 60 \times 2 = 120 \text{ km} / 120 \text{ km}$

Q. (17)



opp direction $S_A + S_B = \frac{100}{1} = 100$

Same direction $S_A - S_B = \frac{100}{5} = 20$

add $2S_A = 100$

$S_A = 60 \text{ km/h}$ $S_B = 40 \text{ km/h}$

Q. (8)

speed $\rightarrow \frac{I}{6} : \frac{II}{7}$

IInd की गति = $\frac{360}{4} = 90 \text{ km/hr}$

$\frac{2+13}{7} \times 6 = 78 \text{ km/h}$ Ans.

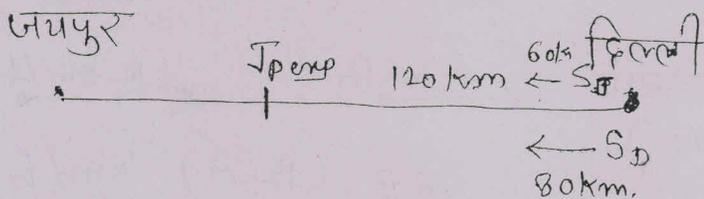
Q. (9)

speed $\rightarrow 2 : 3 : 4$

Time $\rightarrow \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$

$6 : 4 : 3$ Ans.

Q. (19)



~~Time~~ = $S_{avg} = 80 - 60 = 20 \text{ km/hr}$

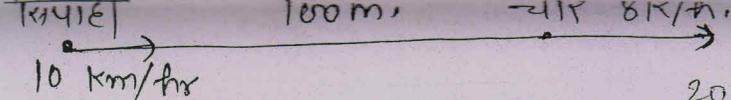
Time = $\frac{120}{20} = 6 \text{ hr}$

दूरी की Distance $S_D = 80 \text{ km/hr}$

$= 80 \times 6$

$= 480 \text{ km}$ Ans.

Q. (20)



$$\text{Time} = \frac{100}{\text{Savg.}} = \frac{100 \times \frac{18}{2}}{2} = 180 \text{ min} = 3 \text{ hr}$$

चौर धारा का $9 \times 3 = 30 \text{ km}$.

Q. (22)

$$\begin{array}{l} S_{\text{old}} \\ 11 \\ T_{\text{old}} \\ 7 \end{array} : \begin{array}{l} S_{\text{new}} \\ 7 \\ T_{\text{new}} \\ 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 11 \rightarrow 22 \\ 7 \rightarrow \frac{22^2}{7} = 14 \end{array}$$

अतः $22 - 14 = 8 \text{ hr. Ans}$

Q. (23)

$$T_1 - T_2 = 30 \text{ min}$$

$$\frac{D}{3} - \frac{D}{4} = \frac{30}{60}$$

$$\frac{D}{12} = \frac{1}{2}$$

$$D = 6 \text{ km}$$

or $D = \frac{\text{यात्रा का अंतर}}{\text{यात्रा का समय}} \times \text{समय का अंतर}$

$$= \frac{3 \times 4}{1} \times \frac{30}{60} = 6 \text{ km. Ans}$$

Q. (24)

$$D_1 = D_2$$

$$S \times \frac{9}{2} = (S+5) \times 4$$

$$9S = 8S + 40$$

$$S = 40 \text{ km/hr. Ans}$$

Q. (26)

$$\frac{D}{4} + \frac{D}{3} = 7$$

$$\frac{3D + 4D}{12} = 7 \times 12$$

$$D = \frac{7 \times 12}{7} = 12 \text{ km. Ans}$$

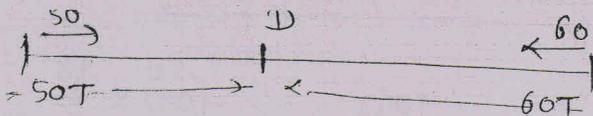
Q. (27)

$$T_1 - T_2 = 2 \text{ hr}$$

$$\frac{200}{x} - \frac{200}{x+5} = 2$$

$$x = 20 \text{ km/hr. by option. Ans}$$

Q. (31)



$T \rightarrow$ मिलने का समय

$$60T - 50T = 120$$

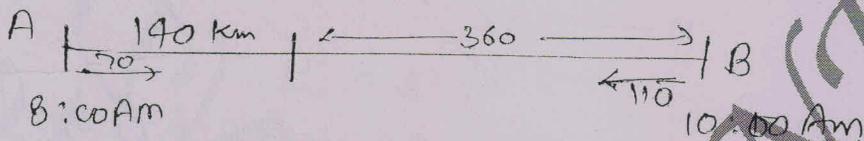
$$10T = 120$$

$$T = 12$$



$$\begin{array}{r} 720 \\ 600 \\ \hline 1320 \text{ Ans.} \end{array}$$

Q. (33)



(Q-10) (A-Train) \Rightarrow 2hr में तय दूरी = $2 \times 70 = 140$ km

शेष दूरी = 360 km.

$$R_s = 70 + 110 = 180 \text{ km/hr}$$

$$\text{Time} = \frac{360}{180} = 2 \text{ hr}$$

$$10:00 \text{ AM} + 2 \text{ hr} = 12:00 \text{ PM}$$

Q. (34)

$$D = S \times T$$

$$D = (S+2)(T-1)$$

$$ST = ST + 2T - S - 2$$

$$S - 2T = -2 \quad \text{--- (1)}$$

$$D = (S-2)(T+2)$$

$$ST = ST - 2S - 2T - 4$$

$$2S - 2T = 4 \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{(2) - (1)} \quad S = 6, T = 4$$

$$D = 6 \times 4 = 24 \text{ km}$$

$$D = \frac{V_1 \times V_2}{V_1 - V_2} \times (T_2 - T_1)$$

$$D = \frac{S(S+2)}{2} \times 1 = \frac{S(S-2)}{2} \times 2$$

$$\frac{S+2}{S-2} = \frac{S}{1} \Rightarrow S+2 = 2S-4$$

$$S = 6$$

$$D = \frac{S(S+2)}{2} \times 1 = 24 \text{ km. Ans.}$$

Q. (35)

$$D = \frac{V_1 \times V_2}{V_1 - V_2} \times (T_2 - T_1)$$

$$D = \frac{S \times (S+3)}{3} \times \frac{40}{\frac{40}{3}} = \frac{S(S-2)}{2} \times \frac{40}{\frac{40}{3}}$$

$$\frac{S+3}{S-2} = \frac{3}{2} \Rightarrow (S+3)2 = (S-2)3$$

$$\Rightarrow S = 12 \text{ kmph}; D = 40 \text{ km}$$

Q. (36)

चलने में लगा समय = $\frac{5}{10} \times 2 \text{ hr} = 30 \text{ min}$

रुकने में लगा समय = $4 \times 5 \text{ min} = 20 \text{ min}$

कुल समय = 50 min Ans

Q. (40)

440 kmph 660 kmph

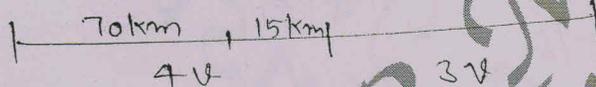
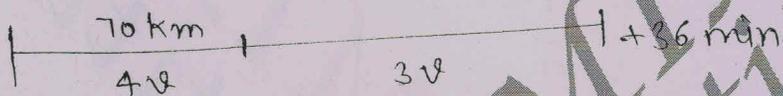
560 kmph

168 66

Time ratio $\Rightarrow 8 : 3$

Distance $440 \times 8 = 3520$ } diff $\rightarrow 1540 \rightarrow 770 \text{ km}$
 $660 \times 3 = 1980$ } add $\rightarrow 5500 \rightarrow 2750 \text{ km}$

Q. (44)



$\frac{15}{3v} - \frac{15}{4v} = \frac{12}{60}$

$\frac{15}{12v} = \frac{1}{5}$

$v = \frac{25}{4}$

original speed = $4v = 25 \text{ kmph}$

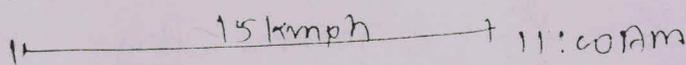
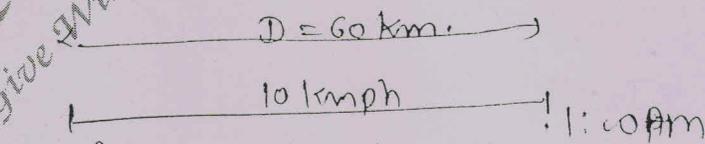
Speed : S_{new} Time : T_1
 $4 : 3$ $3 : 4$

$1 \rightarrow 36 \text{ min}$
 $3 \rightarrow 108 \text{ min}$

$D = 25 \times \frac{108}{60} = \frac{450}{10} = 45 \text{ km}$

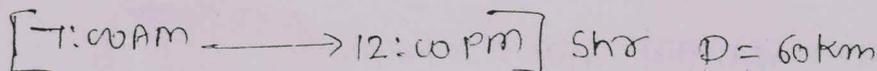
Total Dist = $70 + 45 = 115 \text{ km}$ Ans

Q. (49)



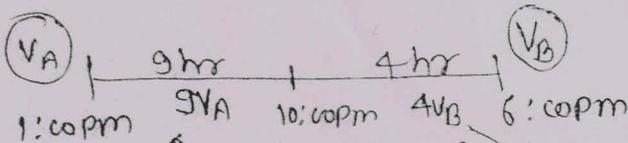
$\frac{D}{10} - \frac{D}{15} = 2$

$D = 60$



Speed = $\frac{60}{5} = 12 \text{ kmph}$ Ans

Q. (50)



B द्वारा तय की जाती A द्वारा तय की जाती

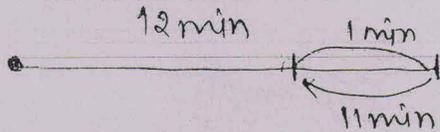
$\frac{9V_A}{V_B} = \frac{4V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{V_A^2}{V_B^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{2}{3}$ Ans

$\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$

Q. (51)

$$\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} \text{ Ans.}$$

Q. (52)



Time आरंभी एकी (Sound)
 11 min : (12-11) = 1 min
 : 11
 30m/s Ans. 330m/s

Q. (53)

आरंभी वस्तु
 समय = 8 min : 10-8 = 2 min
 4 : 1
 चाल = 1 : 4 → 20 km/h
 5 km/h

Q. (25)

$$T_2 - T_1 = 18 \text{ min}$$

$$\frac{D}{12} - \frac{D}{20} = \frac{18}{60}$$

$$\frac{5D - 3D}{60} = \frac{18}{60}$$

$$D = 9 \text{ km.}$$

$$D = \frac{V_1 \times V_2}{V_1 - V_2} \times T_2 - T_1$$

$$= \frac{30 \times 20}{30 - 20} \times \frac{18}{60}$$

$$= 9 \text{ km.}$$

Q. (21)

$$D = \frac{V_1 \times V_2}{V_1 - V_2} \times T_2 - T_1$$

$$= \frac{40 \times 35}{5} \times \frac{18}{60} = 70 \text{ km. Ans.}$$

Q. (29)

माना सामर्थ्य चाल = x kmph

$$\frac{360}{x} - \frac{360}{x+10} = 3$$

$$\frac{360}{30} - \frac{360}{40} = 3$$

$$12 - 9 = 3 \leftarrow \text{by option value}$$

x = 30 kmph Ans.

Q. (30)
by potton
put value

$$\frac{1500}{x} - \frac{1500}{x+250} = \frac{30}{60}$$

$$\frac{1500}{750} - \frac{1500}{150+250} = \frac{1}{2}$$

$$2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 750 \text{ kmph } \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Q. (32)

Distance equal

$$\text{Savg.} = \frac{2 \times ab}{a+b} = \frac{2 \times 60 \times 65}{60+65} = \frac{3120}{125} = 62.4 \text{ kmph}$$

Q. (37)

$$D = 39 \text{ km}$$

$$D = S \times T$$

$$39 = x \times \frac{15}{60} + 2x \times \frac{20}{60} + x \times \frac{10}{60}$$

$$39 = \frac{65x}{60}$$

$$x = \frac{39 \times 60}{65} = 36 \text{ kmph } \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Q. (45)

यलमे मे लगा समय = $\frac{600}{100} = 6 \text{ hr}$

रुक्मे मे लगा समय = $\left(\frac{600}{75}\right) - 1 = 8 - 1 = 7$

$$\therefore 7 \times 3 = 21 \text{ min}$$

$$\text{कुल समय} = 6 \text{ hr } 21 \text{ min.}$$

Q. (46)

$$D = 200 \text{ m}$$

$$\therefore 1 \text{ min मे तय दुरी} = \frac{200}{(11-10) \times 60} = \frac{200}{60} = \frac{10}{3}$$

$$6 \text{ min मे} = \frac{10}{3} \times 6 = 20 \text{ m. } \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Q. (28)

$$\begin{array}{ccc} & 4 & 9 \\ & \diagdown & / \\ & \frac{61}{9} & \\ & / & \diagdown \\ \text{Time} & 20 & \frac{25}{5} \end{array}$$

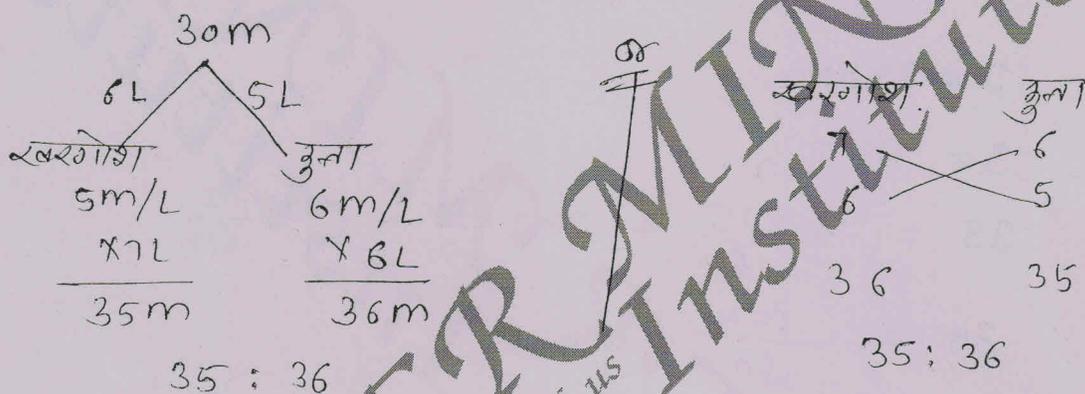
$$\frac{x}{4} + \frac{61-x}{9} =$$

Q. (38) $\frac{6000}{T} - \frac{6000}{T+30} = 400$

Q. (41)

$$\begin{aligned}
 W+R &= 5 \text{ hr } 45 \text{ min} \\
 R+R &= 3 \text{ hr } 45 \text{ min} \\
 \hline
 W+W &= 5 \text{ hr } + 45 \text{ min} + 2 \text{ hr} \\
 &= 7 \text{ hr } 45 \text{ min}
 \end{aligned}$$

Q. (54) distance equal $L_{cm} = (6,5) = 30m$ (Total Distance)



Q. (55)

खरगोश: $1m \times 6 = 6m$

हिरो: $2\frac{1}{2}m \times 4 = 10m$

(10-6) = 4m distance covered when deer takes = 4L
 4m " " " = 16 Leaps
 6m " " "

Ques:- पिछले पक्ष में खरगोश ने पकड़े जाने से पहले कितनी छलांगे लीं ?

Ans: 4m distance covered when rabbit takes = 6L
 16 " " " = 24

Q. (56)

12 km/h
 3600 sec → 12000 m
 $\frac{1}{2}$ min = 30 sec → $\frac{12000}{3600} \times 30 = 100m$

$$300 = 100 + 100 - 200 \dots$$

$$R_s = 16 - 12 = 4 \text{ kmph}$$

$$4000 \text{ m} \rightarrow 3600 \text{ sec.}$$

$$200 \text{ m} \rightarrow \frac{3600}{4000} \times 200 = 180 \text{ sec} / 3 \text{ min } \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

Q. (57)

$$5.5 \text{ min} \rightarrow 2.25 \text{ Ton}$$

$$60 \text{ min} \rightarrow \frac{2.25}{5.5} \times 60 = \frac{270}{11} \text{ Ton (अस)} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \rightarrow 1 \text{ hr} = \frac{270}{11} - 1$$

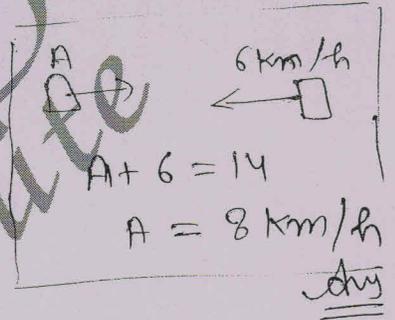
$$60 \text{ min} \rightarrow 12 \text{ Ton (बटेक)}$$

$$1 \text{ hr} = \frac{138}{11} \text{ Ton}$$

$$\text{Time} = \frac{69}{138/11} = \frac{11}{2} \text{ hr}$$

$$D = 77 \text{ km.}$$

$$\text{speed} = \frac{77}{\frac{11}{2}} = 14 \text{ km/h}$$



Q. (59)

$$\text{Distance} = 150 \text{ m}$$

$$t = 10 \text{ sec.}$$

$$\text{Speed} = \frac{150 \times 3600}{10 \times 1000} = 54 \text{ km/h } \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

Q. (60)

$$\text{दूरी} = \text{वेग} \times \text{समय}$$

$$8 = 78 \text{ km/h}$$

$$\text{Time} = 1 \text{ min}$$

$$60 \text{ min} \rightarrow 78000 \text{ m.}$$

$$1 \text{ min} \rightarrow \frac{78000}{60} = 1300 \text{ m}$$

$$800 \leftarrow \begin{array}{l} \swarrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{l} 500 \text{ (मुंबई)} \\ \end{array}$$

Q. (61)

$$\text{दूरी} = 350 + 250 = 600 \text{ m.}$$

$$\text{Speed} = 54 \text{ km/h}$$

$$54000 \text{ m} \rightarrow 60 \text{ min } 3600 \text{ sec}$$

$$600 \text{ m} \rightarrow \frac{3600 \text{ sec}}{54000} \times 600 = \frac{3600 \times 600}{54000} = 400 \text{ sec. } \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

Q. (62)

$$S_R = 62 - 8 = 54 \text{ km/h}$$

$$D = 120 \text{ m.}$$

$$54000 \text{ m} \rightarrow 3600 \text{ sec.}$$

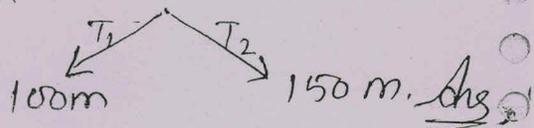
$$120 \text{ m} \rightarrow \frac{3600}{54000} \times 120 = 8 \text{ sec. } \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

Q. (63) $S_p = 72 - 27 = 45 \text{ km/h.}$

$T = 20 \text{ sec.}$

$3600 \text{ sec.} \rightarrow 45000 \text{ m.}$

$20 \text{ sec.} \rightarrow \frac{45000}{3600} \times 20 = 250 \text{ m.}$



Q. (65) $D = 120 + 90 + 90 = 300 \text{ m.}$

Speed $\rightarrow 80 + 55$

$= 135 \text{ km/h}$

Time $\Rightarrow 135000 \text{ m} \rightarrow \frac{3600}{135000} \times 300 = 80$

Q. (66) $(T+96) \text{ m}$
12 sec.

$(T+141) \text{ m}$
15 sec.

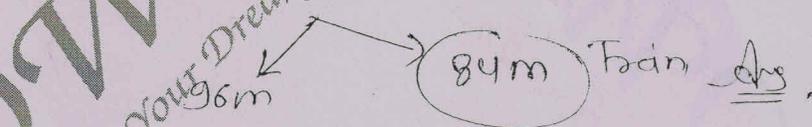
extra dist = 45 m

extra time = 3 sec.

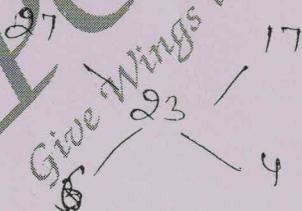
$s = 15 \text{ m/sec} \times \frac{18}{5} = 54 \text{ km/h}$

3 sec $\rightarrow 45 \text{ m.}$

12 sec $\rightarrow 80 \text{ m}$



Time



speed $\rightarrow 3 : 2$

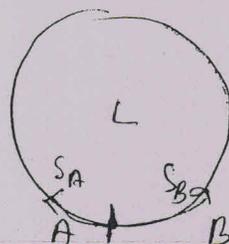
Q. (67)

* गोलीय चक्र :-

(i) आरम्भिक बिंदु पर मिलना :-

(Lcm of time)

एक चक्कर पूरा करे में लगा समय



(ii) पहली बार मिलना :-

Relative speed used $\frac{L}{A+B}$ (opp.)

$\frac{L}{A-B}$ (same dir.)

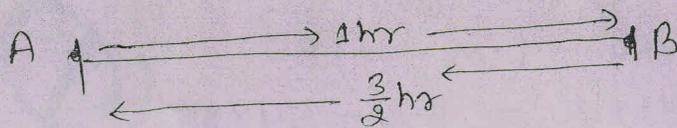
Q. (72) $(50 \text{ sec}, 33\frac{1}{3} \text{ sec})$ ~~1000 m~~ 1000 m

~~1000 m~~ $(50, \frac{100}{3})$ 1000 m
 $= 100 \text{ sec.}$ Ans.

Q. (73) एक चक्कर में लगा समय = $\frac{800}{20}$ पैसे, $\frac{800}{25} = 32 \text{ sec.}$

1000 m = $(32, 40)$
 $= 160 \text{ sec.}$ Ans.

Q. (47)



माना Distance = $(1, \frac{3}{2})$ 1000 m = 3 km

Ist train की speed = $\frac{3}{1} = 3 \text{ kmph}$

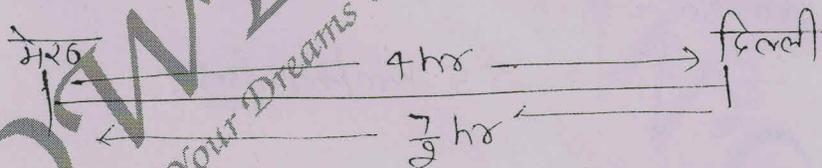
IInd " " " = $\frac{3}{3/2} = 2 \text{ kmph}$

Distance equal

पर किया ~~36~~ = $36 + \frac{3}{3+2} \times 60 \text{ min}$

5 बजे 36 min Ans.

Q. (48)



माना Distance = $(4, \frac{7}{2})$ 1000 m = 28 km.

Ist train speed = $\frac{28}{4} = 7 \text{ kmph}$

IInd " " " = $\frac{28}{3.5} = 8 \text{ kmph}$

पहली Train 5 से 7 बजे तक अकेली चली, उसके द्वारा तय दूरी = $7 \times 2 = 14 \text{ km.}$

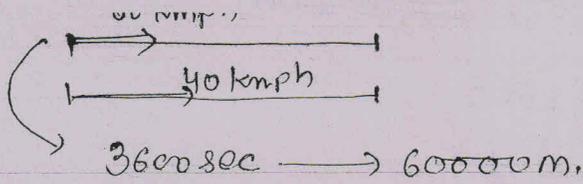
शेष दूरी = $28 - 14 = 14 \text{ km.}$

Time = $\frac{14}{15} \times 60 = 56 \text{ min}$

पर किया = 5 बजे 56 min पर Ans.

~~Q. (48)~~ ~~Ans.~~

Q. (69)



$$18 \text{ sec} \rightarrow \frac{60000}{3600} \times 18 = 300 \text{ m. } \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Q. (58)

$$D = ST$$

माना चाल है = V

$$(V - 4.5) \times 84 = (V - 5.4) \times 85$$

$$\left(V - \frac{45}{10}\right) \times 84 = \left(V - \frac{54}{10}\right) \times 85$$

$$(10V - 45) \times 84 = (10V - 54) \times 85$$

$$840V - 45 \times 84 = 850V - 54 \times 85$$

$$10V = 54 \times 85 - 45 \times 84$$

$$10V = 4540 - 3780$$

$$V = \frac{760}{10} = 76 \text{ km/hr}$$

Q. (64)

$$\frac{100 \text{ m}}{(V+5)} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{100}{1000(V+5)} = \frac{6}{3600}$$

$$\Rightarrow 10 \times 36 = 6V + 30$$

$$\Rightarrow 360 - 30 = 6V$$

$$\Rightarrow \frac{330}{6} = V = 55 \text{ km/hr } \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Q. (68)

$$D = ST$$

Train की चाल V

$$(V - 3) \times \frac{9}{60} = (V - 6) \times \frac{10}{60}$$

$$9V - 27 = 10V - 60$$

$$V = 33 \text{ kmph } \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Q. (70) माना दोनों Trains की लम्बाई = L m.

$$\text{एक दूसरे को पार करने में लगा समय} = \frac{2L}{\frac{L}{6} + \frac{L}{9}}$$

$$= \frac{2L}{\frac{5L}{18}}$$

$$= \frac{2L \times 18}{5L} = \frac{36}{5} = 7.2 \text{ sec. } \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Q. (71)

60 kmph ← 120 kmph

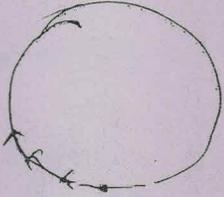
Relative speed \rightarrow 180 kmph

3600 sec \rightarrow 180000 m.

10 sec \rightarrow $\frac{180000}{3600} \times 10 = 500$ m.

100m. 400m. A

Q. (74)



माना गोल चक्र की लं = Lcm (1, 3, 5) = 15m

$S_A = \frac{15}{1} = 15$ m/min

$S_B = \frac{15}{3} = 5$ m/min

$S_C = \frac{15}{5} = 3$ m/min

$T_{AB} = \frac{15}{15-5} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$ min

$T_{AC} = \frac{15}{5-3} = \frac{15}{2}$ min

LCM \rightarrow $\frac{15}{2}$ min Ans.

Q. (75)

B, 40 m distance cover करता है = 5 sec.

$S_B = \frac{40}{5} = 8$ m/sec.

B का समय (200m के लिए) = $\frac{200}{8} = 25$ sec.

" " = 25 - 5 = 20 sec.

$S_A = \frac{200}{20} = 10$ m/sec Ans.

Q. (77)

Karan \rightarrow 100m

Ajmer \rightarrow 90m

Karan \rightarrow 110m. \rightarrow $\frac{90}{100} \times 110 = 99$ m.

Karan ही जीतेगा $100 - 99 = 1$ m Ans.

Q. (78)

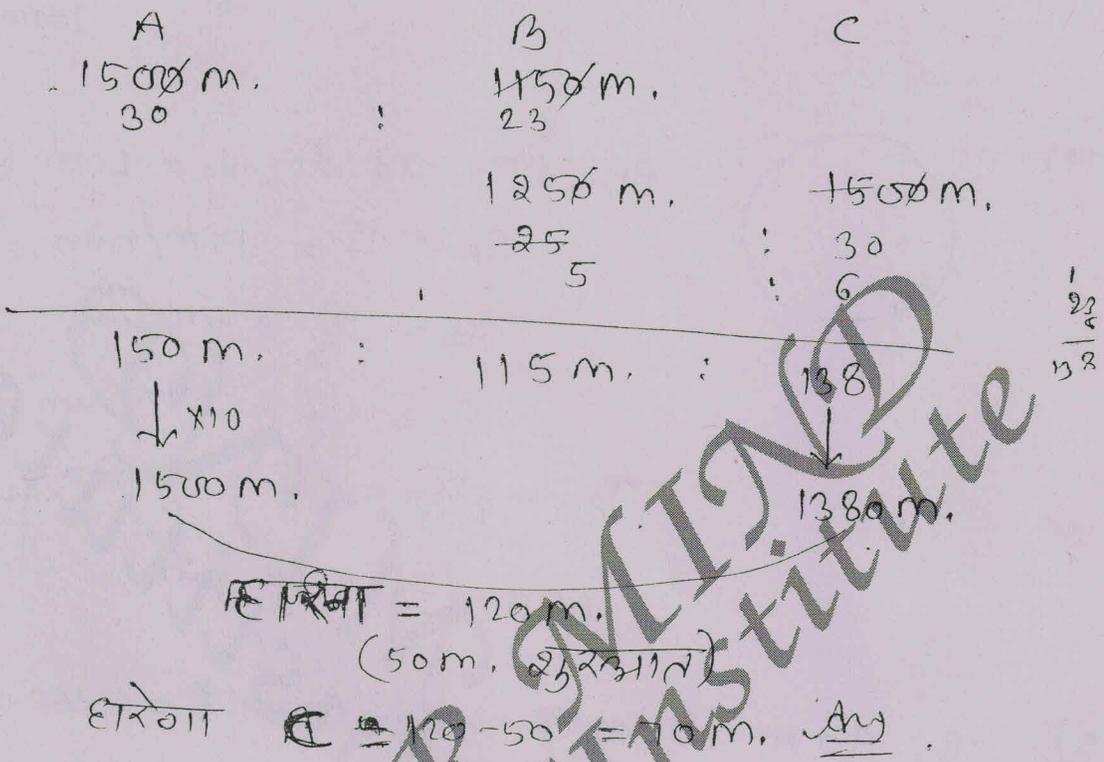
A	B	C
1000m.	920m.	900m.
25	23	9
	11000m.	
	10	9

250 : 230 : 207

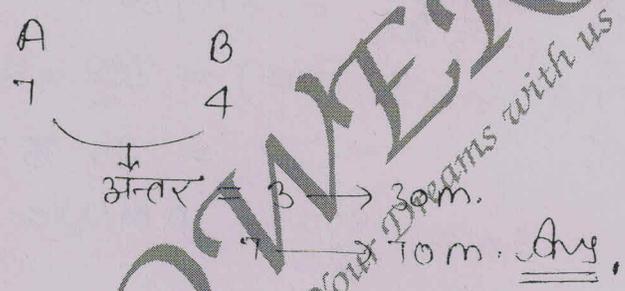
$\downarrow \times 4$
1000m. 828m.

A जीतेगा = 172 m. Ans.

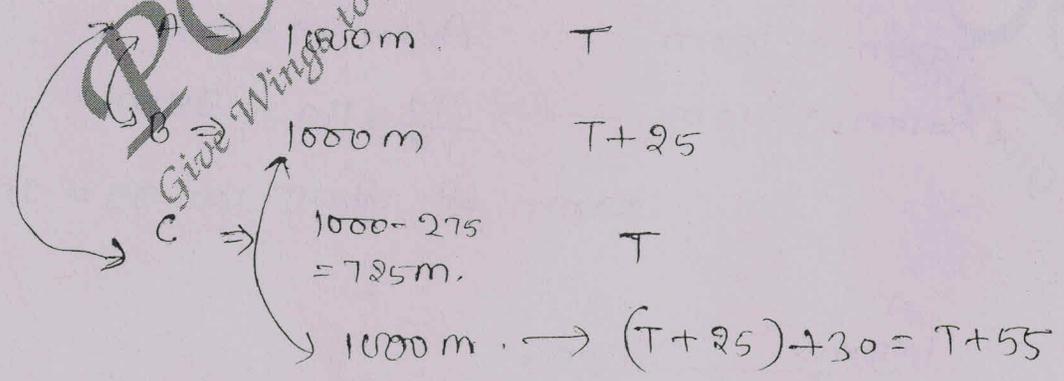
Ques:- 1500m. की रैस में A, B को 350m. से हराता है, वही 1500m. की ही रैस में C, B को 250m. की शुरुआत दे सकता है A, C को कितने m. की शुरुआत दे सकता है, ताकी A, C को 50 m. से हरा सके?



Q. (79)



Q. (80)



215 m के लिए C का समय = 55 sec.
 725 m " = 145 sec $(\frac{55}{215} \times 725)$
 A का समय → T = 2 min 5 sec. Ans.

Ques:- ± 1km की होड़ में A, B को 1000m. की शुरुआत हैकर भी 20 sec. से जीत जाता है, किन्तु यदि A, B को 25 sec. की शुरुआत देता है तो B 50 m. से जीत

Sol: -

1st condition
 $A \rightarrow 1000m \quad T$
 $B \rightarrow 900m \quad T+20$

2nd condition
 $A \rightarrow 950m \quad m$
 $B \rightarrow 1000m \quad m+25$

S_A
 $\frac{1000}{T} = \frac{950}{m}$
 $\frac{m}{T} = \frac{19}{20}$

S_B
 $\frac{900}{T+20} = \frac{1000}{m+25}$
 $9m + 225 = 10T + 200$
 $9 \times \frac{19}{20} T + 225 = 10T + 200$
 $\frac{171}{20} T + 225 = 10T + 200$
 $T = \frac{800}{20} \text{ sec. } \underline{\underline{\text{Ans}}}$

* नाव धारा *

नाव
 x

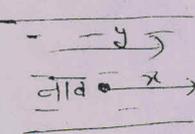
धारा
 y

upstream
(धारा के विरुद्ध/ऊधतप्रवाह)



$U = x - y$

down stream
(धारा के साथ/अधतप्रवाह)



$D = x + y$

Q. (86)

समय = $\frac{10}{x+y} + \frac{10}{x-y}$
 $\frac{10}{5+1} + \frac{10}{5-1} = \frac{5}{3} + \frac{5}{2} = \frac{25}{6} = 4 \frac{1}{6} \text{ hr}$
 $= 4 \text{ hr } 10 \text{ min. } \underline{\underline{=}}$

Q. (87)

$x + y = 10$
 $x - y = 6$

 $x = \frac{16}{2} = 8, \quad y = 2$

Q. (88)

$x + y = \frac{16}{2} = 8$
 $x - y = \frac{16}{4} = 4$

 $x = 6, \quad y = 2$

Q. (89)

$x + y = 15 \Rightarrow x = 12.5$
 $y = 2.5 \therefore x - y = 12.5 - 2.5 = 10 \underline{\underline{\text{Ans}}}$

Q. (90) $\frac{x+y}{x-y} = \frac{2}{1}$
 $x+y = 2x-2y$
 $3y = x \quad (y=3)$
 $x = 9 \text{ kmph}$ Ans.

Q. (91) $x+y = \frac{90}{5} = 18$
 $x-y = \frac{90}{6} = 15$

 $x = \quad \quad \quad y =$

Q. (92) $\frac{24}{x-y} + \frac{36}{x+y} = 6$ — (1)
 $\frac{36}{x-y} + \frac{24}{x+y} = 6\frac{1}{2}$ — (2)

माना $x+y = 12$ (HCF 36, 12)
 ता $x-y = 8$ Eq. (1)
 घटाने पर $\Rightarrow 2y = 4$
 $y = 2$
 मान लेने मानों को Eq. (2) में रखकर सतुष्ट करवाना है।

$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{x-y} = p \\ \frac{1}{x+y} = q \end{array} \right]$ $24p + 36q = 6$
 $36p + 24q = \frac{13}{2}$

Q. 9

Q. (93) $\frac{39}{x+y} + \frac{26}{x-y} = 9$ — (1)
 $\frac{26}{x+y} + \frac{35}{x-y} = 7$ — (2)

माना $x+y = 13$ (39, 26 का HCF)
 from eq (1) $x-y = 7$ } Eq. (2) में रखेंगे

जोड़ने पर $\Rightarrow 2x = 20$
 $x = 10 \text{ kmph.}$

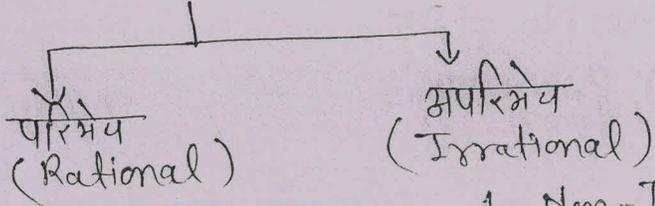
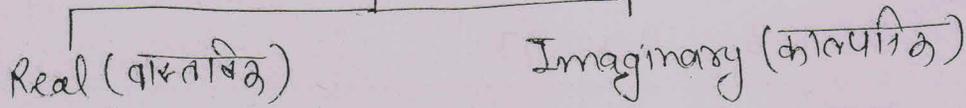
Q. (94) $P \xrightarrow{\quad} R \xrightarrow{\quad} Q$

$P \xleftrightarrow{R} Q = 12 \text{ hr}$
 $P \xleftrightarrow{Q} R = 24 \text{ hr}$
 $P \rightarrow Q = 16 \text{ hr } 30 \text{ min}$
Ans

संख्या पद्धति
NUMBER SYSTEM

* Number System *

Numbers



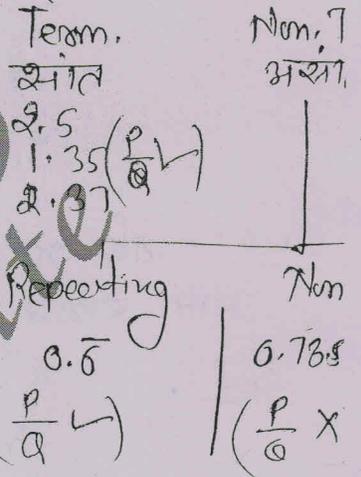
$\frac{p}{q}, q \neq 0$

Terminating decimal

Non-Terminating, Repeating decimal

Non-Term. Non-Repeating
 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \pi$

दशमलव (decimal)



परिमेय

भिन्न (Fraction)

उचित (Proper)

(भण < हर) $\frac{4}{7}, \frac{13}{17}$
(1 से कम)

अनुचित (Improper)

(भण > हर) $\frac{11}{9}, \frac{5}{3}, \frac{13}{3}$
(1 से अधिक)

पूर्णांक

($-\infty, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$)

- Positive Int ($1, 2, 3, \dots, \infty$)
 - Negative Int ($-\infty, \dots, -3, -2, -1$)
 - Non-Positive ($-\infty, \dots, -3, -2, -1, 0$)
 - Non-Negative ($0, 1, 2, 3, \dots, \infty$)
- ↓
(पूर्व संख्याएँ) whole Num.

पूर्ण सं.

($0, 1, 2, 3, \dots, \infty$)

(1, 2, 3, 4, 5, ... ∞) Positive int
Natural N (वास्तव सं.)

$\propto 1 = 1 \times 1$

अभाज्य सं.

$2 = 2 \times 1$

$3 = 3 \times 1$

$\propto 4 = 2 \times 2 \times 1$

$5 = 5 \times 1$

$\propto 6 = 3 \times 2$

भाज्य सं.

1 नभा. सं.
भाज्य

अभाज्य सं. :- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31
37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73
79, 83, 89, 97

1-100 → Prime No = 25

100-150 → 10 Prime No.

150-200 → 11 Prime No.

2 → only even prime No (एकमात्र सम अभाज्य सं.)

2, 3 → only pair which is consecutive & prime

3, 5, 7 → तीस लगातार विषम अभाज्य संख्याएँ

Ques:- यदि $x, x+2, x+4$ तीन अभाज्य संख्याएँ हैं तो x के कितने मान संभव हैं।

Sol $x, x+2, x+4$ $x=3$ x सिर्फ एक मान ले सकता है, और वह $x=3$ होगा।
3, 5, 7

Ques:- निम्न में से क्या दो अभाज्य संख्याओं का योग है।

(A) 71 $\left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 69 \end{array} \right.$
(B) 81 $\left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 79 \end{array} \right.$
(C) 35 $\left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 33 \end{array} \right.$
(D) 47 $\left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 45 \end{array} \right.$

यदि दो अभाज्य संख्याओं का योग एक विषम संख्या हो तो उन दोनों संख्याओं में से एक संख्या '2' होगी

even + even = even
odd + odd = even
odd + even = odd

Ques:- 151 और 171 में से अभाज्य संख्या पहचानिए।

Sol:- $\sqrt{151} = 12$ Prime No 2, 3, 5, 7, 11
 $\sqrt{171} = 13$
2, 3, 5, 7, 11

Ques:- 1 से 100 तक की कितनी संख्याएँ अभाज्य नहीं हैं।

Sol:- 1 से 100 तक की कितनी संख्याएँ भाज्य हैं।

Ans-① 25 अभाज्य 74 भाज्य 1 ⇒ 75 अभाज्य

Ans-② 25 अभाज्य 74 भाज्य 1

भाज्य = 74 Ans.

* Perfect No \Rightarrow ऐसी संख्या जिसका गुणनखंडों का योग (परिपूर्ण संख्या) को छोड़कर) संख्या के बराबर हो.

$$6 = \underline{1, 2, 3, 6}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 2$$

$$28 = \underline{1, 2, 4, 7, 14, 28}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28} = 2$$

ऐसे लिखने पर श्रेणी 2 है
Ans आयेगा

* सह-अभाज्य संख्याएँ: -
(Co-Prime No)

$$\boxed{HCF = 1}$$

(4, 9), (5, 21), (3, 5)

* आवृत्ति दशमलव को $\frac{p}{q}$ रूप में बदलना:-

$$0.\bar{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$2.\bar{14} = \frac{214 - 2}{99} = \frac{212}{99}$$

$$2.\bar{78} = \frac{278 - 27}{90}$$

$$0.\bar{79} = \frac{79}{99}$$

$$3.\bar{7} = \frac{37 - 3}{9} = \frac{34}{9}$$

$$3.\bar{124} = \frac{3124 - 31}{990}$$

$$0.\bar{123} = \frac{123}{999}$$

$$2.\bar{759} = \frac{2759 - 275}{900}$$

Q. $2.\bar{3} + 2.\bar{52}$

$$\begin{array}{r} 2.33333 \dots \\ + 2.52525 \dots \\ \hline 4.85858 \dots = 4.\bar{85} \text{ Ans.} \end{array}$$

* भाजकता के नियम:-

$$\left. \begin{array}{l} 2^1 = 2 \\ 2^2 = 4 \\ 2^3 = 8 \\ 2^4 = 16 \end{array} \right\}$$

2 \rightarrow unit digit 0, 2, 4, 6, 8

3 \rightarrow $\frac{\text{Sum of digit}}{3}$

4 \rightarrow $\frac{\text{last two digit}}{4}$

5 \rightarrow unit digit (0, 5)

6 \rightarrow 2×3

7 \rightarrow $11 \times$
 $9 \times 2 = 18$
 $11 - 18 = 7$

long $\left\{ \begin{array}{r} 14597 \\ -14 \times 2 \\ \hline 1448 \\ -140 \\ \hline 48 \end{array} \right\}$

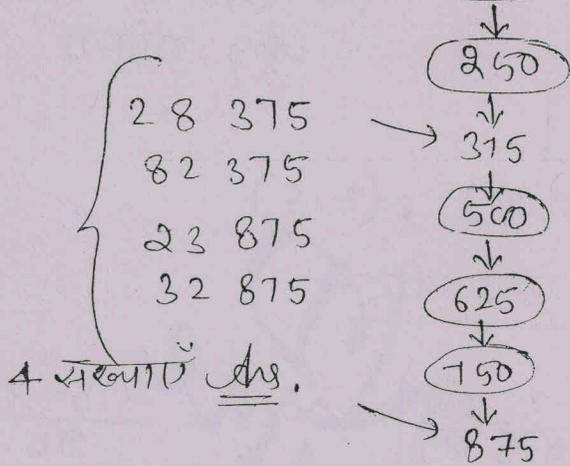
9 \rightarrow $\frac{\text{Sum of digit}}{9}$

10 \rightarrow unit (0)

check last digit
 $\left\{ \begin{array}{l} 5^1 = 5 \\ 5^2 = 25 \\ 5^3 = 125 \end{array} \right\}$

(11) \rightarrow $\underbrace{537852}_{(3+8+2)} - \underbrace{(5+7+5)}_{13-17 = \frac{4}{11} \times}$
 $\underbrace{14641}_{8-8 = \frac{0}{11} \checkmark}$

Que:- 2, 3, 5, 7, 8 से $\underbrace{125}$ से विभाजित 5 अंकों की कितनी संख्याएँ होंगी



Note:- (1) किसी भी अंक की तीन बार पुनरावृत्ति करके लिखे संख्या हमेशा 37 से विभाजित होती है।

ex - 111, 222, 333, 777, 888

(2) किसी भी अंक की छह बार पुनरावृत्ति करके लिखे गई संख्या हमेशा 7, 11, 13, 37 से विभाजित होगी।
 ex:- 222222 $\Rightarrow (7 \times 11 \times 13 \times 37 = 1001)$

Que:- 444444 is only divisible by?
 (a) 7, (b) 11, (c) 13, (d) 1001

Que:- 43x53243y संख्या के मिले मान समंभ हैं यदि यह संख्या 24 से विभाजित है?

Ans:- $24 = 8 \times 3$

$$8 \overline{) 43y(5}$$

$$\underline{40}$$

$$3y \quad (y=2)$$

43x522432
 Sum of digit = $26+x$
 $x = 11417$

Pairs (x,y) $\Rightarrow (1,2) (4,2) (7,2)$

3 values are possible

* दो संख्याओं को गुणा करना:-

14×16

$15^2 - 1^2$

$= 224$

19×25

$\frac{\text{diff}}{2} = \frac{6}{2} = 3$

$22^2 - 3^2 = 475$

Ques $(103637 \times 103639) + x$, x का न्यूनतम क्या मान होगा कि परिणाम एक पूर्ण वर्ग हो

Sol:- $(103638)^2 - 1^2 + x$
 $(103638)^2 - 1 + x$
 $x = 1$
 $(103638)^2$

Ques:- $(12359 \times 12353) - x$, x का मान जिससे परिणाम एक पूर्ण वर्ग हो ?

Sol:- $(12356)^2 - 3^2 - x$
 $(12356)^2 - 9 - x$
 $x = -9$ Ans.

Ques:- 1036×1037 में क्या जोड़ा जाए कि परिणाम एक पूर्ण वर्ग हो

Sol:- $(1037)^2 - (1037) + A$
 $A = 1037$ Ans.

13×14
 $13 \times (13+1) \rightarrow 13^2 + 13$
 $14 \times (14-1) \rightarrow 14^2 - 14$

Ques:- 1036×1037 में क्या घटाया जाए कि परिणाम एक पूर्ण वर्ग हो

$(1036)^2 + 1036 - A$
 $A = 1036$ Ans

* Factorial (क्रमगुणित) * way of selection

L_n or $n!$ = $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$

$L_6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

$L_7 = 7 \times 6 \times 5$

$L_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

$L_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

$L_3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$

$L_2 = 2 \times 1 = 2$

$L_1 = 1$

* $L_0 = 1$

Note:- ① 0, तथा 1 सिर्फ ऐसी संख्याएँ हैं, जिनका factorial एक विषम संख्या है।

② $L_1 + L_4 + L_5 = 145$

③ 5 या इसके बाद की संख्या का factorial हमेशा शून्य से समाप्त होगा।

किसी भी संख्या का गुणनखंड तब समाप्त होता है, जब उसे सिर्फ अभाज्य संख्याओं की घात के रूप में लिखा जाए।

5) किसी भी संख्या के factorial का गुणनखंड उस संख्या से छोटी सभी अभाज्य संख्याएँ रखता है।

ex: $24 = 8 \times 3$
 $= 2 \times 2 \times 2 \times 3$

ex: $= 2^3 \times 3^1$
 $16 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
 $= 2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 1$
 $= 2^4 \times 3^2 \times 5^1$

* किसी भी संख्या के factorial में अभाज्य संख्या की अधिकतम घात निकालें।

Q. 100 में 2 की अधिकतम घात

2	100
2	50
2	25
2	12
2	6
2	3
	1

$= 2^{97}$

100 में 3 की अधिकतम घात

3	100
3	33
3	11
3	3
	1

$= 3^{48}$

100 में 5 की अधिकतम घात

5	100
5	20
	4

$= 5^{24}$

Q. 100 में 6 की अधिकतम घात

$6 = 2 \times 3$
 $= 2^{97} \times 3^{48}$

अभाज्य संख्याओं में ऐसे खी निकाल सकते हैं, उसे अभाज्य गुणनखंड में लोड के करवा होता है।

Q. 100 में 12 की अधिकतम घात

$2^{97} = (2^2)^{48}$

Q.:- 100 के अन्त में शून्यों की संख्या बता करें।

Sol:- $10 = 2 \times 5$
 $5^{24} \Rightarrow 24 \text{ zeroes Ans.}$

Q.:- 12 की अधिकतम घात बता करें जो 100 को पूर्णतः विभाजित करे?

Sol:- 100 $12 = 4 \times 3$
 $3^{48} \Rightarrow 48 \text{ Ans}$

Ques:- $1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 168$
 $(63)^n$

'n' का अधिकतम मान ज्ञात करें।
 एक पूर्णांक प्राप्त है ?

Sol:- 168 में 63 की घात $\Rightarrow 63 = 7 \times 9$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 168} \\ \underline{7} \\ 9 \\ \underline{9} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 168} \\ \underline{3} \\ 56 \\ \underline{3} \\ 18 \\ \underline{3} \\ 6 \\ \underline{3} \\ 2 \end{array}$$

$3^{82} = 9^{41}$

$7^{27} \times 9^{41} = (63)^{27} \quad n=27$ Ans

Ques:- $33 \times 55 \times 125 \times 16 \times 25 \times 32 \times 625 \times 12$ के अन्त में शून्यों की संख्या ज्ञात करें।

$5^1 \times 5^3 \times 2^4 \times 5^1 \times 2^5 \times 5^4 \times 2^2$

$2^{11} \times 5^9 = 10^9 \quad \text{zeros} = 9$ Ans

* घात चक्र :-

$4^1 = 4$

$4^2 = 16$

$4^3 = 64$

$4^4 = 256$

$4^{\text{odd}} = \text{unit dig. } 4$ $4^{\text{even}} = 6$

$9^1 = 9$

$9^2 = 81$

$9^3 = 729$

$9^{\text{odd}} = 9$ $9^{\text{even}} = 1$

- * 0, 1, 5, 6 कि पावर कुछ भी हो इकाई का अंक समान रहेगा
- * 2, 3, 7, 8 \Rightarrow पावर 4 के बाद unit digit repeat होगी।

* इकाई अंक :-

(i) $2^{138} = 2^4 = 4$
 $\left(\frac{138}{4}\right)$

(ii) $2^{3789} = 2^3 = 8$
 $\left(\frac{3789}{4}\right)$

(iii) $2^{516} \times 3^{717}$
 $2^3 \times 3^1 = 8 \times 3 = 4$

(iv) $7^{56} = 7^4 = 1$

(v) $2^{12} = 2^4 = 6$

Ques:- (i) $2^{331} + 3^{434} + 5^{403}$
 $2^3 + 3^2 + 5^1$
 $8 + 9 + 5$
 $= 22$

(ii) $2^{331} \times 3^{517} \times 4^{516}$
 $= 2^3 \times 3^1 \times 4^4 \Rightarrow \text{direct} \Rightarrow 6$
 $= 8 \times 3 \times 6$
 $= 24 \times 6$
 $= 4$

$$(iii) 7^{2008} = 7^4 = 0$$

$$(iv) 2^{1115} \times 3^{915} \times 7^{13} \times 5^{14}$$

$$2^1 \times 3^3 \times 7^1 \times 5$$

$$(v) 9^{875} \times 4^{1539} \times 6^{877} = 0 \text{ (2x5) div.}$$

$$= 9 \times 4 \times 6 = 6$$

$$(vi) 3^{196} - 2^{99} = 3^4 - 2^3 = 1 - 8 = 11 - 8 = 3 \text{ div.}$$

Que! — $1^1 \times 3^3 \times 5^5 \times 7^7 \times 9^9 \times \dots \times 99^{99}$ इकारि अंक ?
 $5 \times N = 5$

Que! — $\frac{55^{48}}{11^{34}} + \frac{16^{32}}{4^{18}}$ इकारि अंक ?

Sol $\frac{11^{48} \times 5^{48}}{11^{34}} + \frac{4^{64}}{4^{18}} = (11^{14} \times 5^{48}) + 4^{46}$
 $= (1 \times 5) + 8 = 13 \text{ div.}$

Que! — $(1)^{99} + (2)^{98} + (3)^{97} + \dots + (99)^1$ इकारि अंक ?

Sol: $(1)^{99} + (2)^{98} + (3)^{97} + (4)^{96} + 0 + 0 \dots$
 $= 1 + 2^2 + 6^{97} + 24^{96} + 0$
 $= 1 + 4 + 6 + 6 + 0 = 17 \text{ div.}$

Que: — $4^1 + 9^2 + 4^3 + 9^4 + \dots + 4^{99} + 9^{100}$
 $(4^1 + 4^3 + 4^5 + \dots + 4^{99}) + (9^2 + 9^4 + 9^6 + \dots + 9^{100})$
 $(4 \times 50) + (1 \times 50) = 0$

Que: — $222^{888} + 888^{222} + 333^{555} + 555^{333}$
 $2^4 + 8^2 + 3^3 + 5^1$
 $= 6 + 4 + 7 + 5 = 22$

Que: — $2^{34} \times 3^{45} \times 4^{56} \times 5^{67} \times 6^{78} \times 7^{89}$
 $2 \times 5 = 0$

* कुभागत विभाजन: —

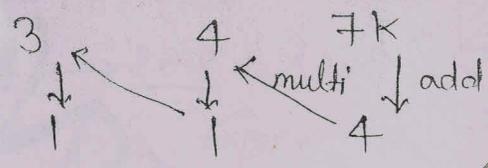
Que: 52 को 3, 4 व 7 से कुभागत रूप से विभाजित करे, और शेषफल बता करे ?

कुभागत विभाजन का मतलब भागफल अर्थात् 5217 विभाजित होता है

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 5217} \\ \underline{3} \\ 2 \\ \underline{2} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

शेषफल = 1, 1, 4

Ques:- किसी सं. को 3, 4 व 7 से कुभागत विभाजित करने पर शेष 1, 1 व 4 प्राप्त होते हैं, वह न्यूनतम सं. बताकरे?



$$4(7k+4)+1$$

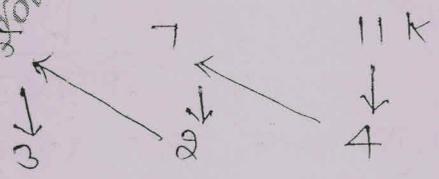
$$3(28k+17)+1$$

$$84k+52$$

न्यूनतम के लिए $k=0$ 52 Ans.

Ques:- यदि एक संख्या को 5 और 11 से कुभागत रूप से विभाजित किया जाये तो शेषफल क्रमशः 3, 2 व 4 प्राप्त होते हैं, ऐसी न्यूनतम संख्या बताकरे?

Sol



$$(11k+4)7+2$$

$$= 77k+28+2$$

$$= (77k+30)5+3$$

$$= 385k+153$$

न्यूनतम सं. $\Rightarrow k=0$
153 Ans.

4 अंको की न्यूनतम संख्या

$$k=3 \quad (385 \times 3) + 153$$

$$1155 + 153$$

$$= 1308 \text{ Ans .}$$

4 अंको की बड़ी से बड़ी सं.

$$k=25 \quad (385 \times 25) + 153$$

$$9625 + 153$$

$$= 9778 \text{ Ans .}$$

385 $\overline{) 9778}$
70
2299
1925
37471

Ques :- एक संख्या को 3, 4, 5 व 6 से क्रमगत रूप से विभाजित करने पर शेषफल क्रमशः 1, 2, 3 व 4 प्राप्त होते हैं, ऐसी 3 अंकों की सबसे छोटी व 5 अंकों की सबसे बड़ी संख्या ज्ञात करें।

$$\begin{matrix} 3 & 4 & 5 & 6k \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} &(6k+4)5+3 \\ &(30k+23)4+2 \\ &(120k+94)3+1 \end{aligned}$$

न्यूनतम $k=0 \Rightarrow 360k + 283 \leftarrow$ 3 अंकों की सबसे छोटी संख्या
 5 अंकों की सबसे बड़ी संख्या

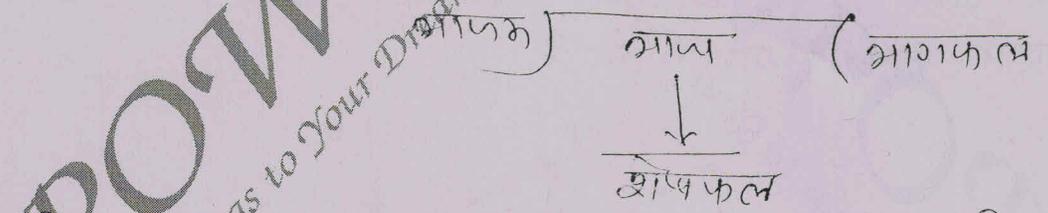
$k=276$

$$(360 \times 276) + 283$$

360	99999	(277
	720	
	2799	
	2520	
	2799	
	2520	
	279	283

* शेषफल * (Remainder)

शेषफल प्रमेय \Rightarrow भाजक \times भागफल + शेषफल



Q. एक भाजक में भाजक भागफल का 12 गुना है, यदि शेषफल 48 हो, तथा भाजक शेषफल का 5 गुना हो, तो भाजक ज्ञात करें।

Sol:-

$$\begin{aligned} \text{भाजक} &= (12 \times \text{भागफल}) + 48 = 5 \times \text{शेषफल} \\ 12 \times Q &= 5 \times 48 \\ Q &= 20 \end{aligned}$$

भाजक = $(240 \times 20) + 48 = 4848$ Ans.

$\frac{17}{5} \Rightarrow R = 2, -3$

$\frac{27}{7} \Rightarrow R = 6, -1$

$\frac{15+21}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 0$ शेषफल

$\frac{15 \times 21}{4} = \frac{3 \times 1}{1} = \frac{3}{1} = 3$ शेषफल

Q. एक संख्या को 119 से विभाजित करने पर 19 शेष बचता है, उसी संख्या को 17 से विभाजित करने पर क्या शेष बचेगा ?

Sol: -
$$\frac{\text{संख्या}}{17} = \frac{119k + 19}{17} = \frac{19}{17} = 2 \left\{ \begin{array}{l} \text{पुराना शेष} \\ \text{नई संख्या} \end{array} \right\}$$

Que एक संख्या को 69 से विभाजित करने पर 39 शेष बचता है उसी संख्या का दो गुना ~~23~~ 23 से विभाजित किया जाये तो क्या शेष बचेगा ?

Sol: -
$$\frac{2 \times 39}{23} = \frac{2 \times 16}{23} = \frac{32}{23} = 1 \text{ Ans.}$$

Que (i)
$$\frac{16+17+18}{4} = \frac{0+1+2}{4} = \frac{3}{4} = 3$$

(ii)
$$\frac{1919 \times 1920}{1918} = \frac{1 \times 2}{1918} = \frac{2}{1918} = 2$$

(iii)
$$\frac{1946+1947+1948}{1945} = \frac{1+2+3}{1945} = \frac{6}{1945} = 6$$

(iv)
$$\frac{2^{253}}{3} = \frac{(-1)^{253}}{3} = \frac{-1}{3} = -1$$

(v)
$$\frac{4^{578}}{3} = \frac{1^{578}}{3} = \frac{1}{3} = 1$$

(vi)
$$\frac{2^7}{7} = \frac{(2^3)^2 \cdot 2^1}{7} = \frac{(8)^2 \times 2}{7} = \frac{1 \times 2}{7} = 2$$

(vii)
$$\frac{2^{14}}{7} = \frac{(2^3)^6 \cdot 2^1}{7} = \frac{1 \times 2}{7} = 2$$

①
$$\frac{3^{164}}{7} = \frac{(3^3)^{54} \cdot 3^2}{7} = \frac{(27)^{54} \times 9}{7} = \frac{(-1)^{54} \times 2}{7} = 1 \times 2 = 2$$

②
$$\frac{1824}{1825} = \frac{(-1)^{\text{odd}}}{1825} = \frac{-1}{1825} = 1824$$

③
$$\frac{21^{87}}{33} = \frac{21 \times 21^{86}}{33 \times 11} = \frac{7 \times 21^{86}}{11} = \frac{7 \times (-1)^{86}}{11} = \frac{7 \times 1}{11 \times 3} = \frac{21}{33} =$$

④
$$\frac{10^1 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{99}}{4} = \frac{10}{4} = 2$$

$$(5) \frac{1+2+3+\dots+120}{4} = \frac{1+2+3}{4} = \frac{1+2+6}{4} = \frac{9}{4} = 1$$

$$(6) \frac{1+2+3+\dots+101}{20} = \frac{1+2+3+4}{20} = \frac{1+2+6+24}{20} = \frac{3+4}{20} = 13$$

$$(1) \frac{888 \times 375}{37} = \frac{0 \times K}{37} = 0$$

(Rule) $\div 37$

$$(2) \frac{10^1+10^2+10^3+\dots+10^{99}}{6} = \frac{4+4+4+\dots+4}{6} = \frac{4 \times 99}{6} = \frac{4 \times 3}{6} = \frac{12}{6} = 0$$

* अंको की संख्या *

Single-digit No $\Rightarrow [1-9] = 9$

Two - " " $\Rightarrow [10-99] = 90$

Three " " $\Rightarrow [100-999] = 900$

Ques: - एक पुस्तक के 225 पेज हैं, उन पेजों का क्रमांक लिखते समय कितने अंको का प्रयोग किया गया ?

Sol: -

$$\begin{aligned} 1 &\leftarrow 225 \Rightarrow 1 \times 1 = 9 \\ 10 &\leftarrow 225 \Rightarrow 90 \times 2 = 180 \\ 100 &\leftarrow 225 \Rightarrow 126 \times 3 = 378 \\ &567 \end{aligned}$$

* गुणनखण्डों की संख्या * (NOF)

$$A = a^p \times b^q \times c^r$$

कुल गुणनखण्डों की संख्या (NOF) = $(p+1)(q+1)(r+1)$

अभाज्य गुणनखण्डों की संख्या (NOPF) = $p+q+r$

Q. 24 के अभाज्य गुणनखण्डों, कुल, विषम तथा सम गुणनखण्डों की संख्या ज्ञात करें ?

$$24 = 8 \times 3 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3^1$$

$$NOF = (3+1)(1+1) = 8$$

$$NOPF = 3+1 = 4$$

(odd) NOOF = $1+1 = 2 \rightarrow$ (odd factor में ही Power)

$$(even) NOEF = 8-2 = 6$$

Ques: 360 के कुल, भ्राम्य, सम तथा विषम गुणनखण्डों की संख्या क्या होगी?

Sol:- $360 = 36 \times 10 = 6 \times 6 \times 10 = 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 5$
 $= 2^3 \times 3^2 \times 5^1$

$NOF = (3+1)(2+1)(1+1) = 24$

$NOPF = 3+2+1 = 6$

$NOOF = (2+1)(1+1) = 6 \rightarrow$ (odd factors की ही Power ले)

$NOEF = 24 - 6 = 18$

* किसी भी पूर्ण वर्ण संख्या के कुल गुणनखण्डों की संख्या हमेशा विषम होगी।

* गुणनखण्डों का योग *

① $24 = 8 \times 3 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3^1$

$SOF = [2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3] [3^0 + 3^1]$

① $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$

$SOF = [2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3] [3^0 + 3^1 + 3^2] [5^0 + 5^1]$

Ques:- ① $12^{43} \times 34^{48} \times 257$ में विभाज्य गुणनखण्डों (Prime factors) की संख्या बता करे?

Sol:- $= 2^{43} \times 2^{43} \times 3^{48} \times 17^{48} \times 2^{48} \times 2^{57}$

$NOOF = 2^{191} \times 3^{48} \times 17^{48}$

$NOPF = 191 + 48 + 48$

$= 287$ Ans.

Ques: यदि $m = 2^2 \times 3^5$ व $N = 2^3 \times 3^4$ हो तो m व N के उभयनिष्ठ गुणनखण्डों की संख्या बता करे?

Sol:- m व N में उभयनिष्ठ $= 2^2 \times 3^4$

$NOF = (2+1)(4+1)$

$= 3 \times 5$

$= 15$ Ans.

Ques:- एक संख्या N जो 2 से विभाजित नहीं है, के x गुणनखण्ड हैं, यदि इसे 3 से गुणा कर दिया जाये तो कुल गुणनखण्डों की संख्या क्या होगी?

Sol: - $x \quad 32 = 2^5$

$= 6x \underline{\underline{4}}$

* HCF & LCM *

* किसी ही गरी संख्याओं का LCM, HCF से हमेशा विभाजित होता है

LCM of fraction = $\frac{\text{LCM (अंश)}}{\text{HCF (हर)}}$

$\text{LCM} \left(\frac{2}{5}, \frac{4}{15} \right) = \frac{\text{LCM}(2, 4)}{\text{HCF}(5, 15)} = \frac{4}{5}$

HCF of fraction = $\frac{\text{HCF (अंश)}}{\text{LCM (हर)}}$

$\text{HCF} \left(\frac{5}{21}, \frac{7}{5} \right) = \frac{1}{105} \Rightarrow \frac{\text{HCF}(5, 7)}{\text{LCM}(21, 5)}$

ex:- 1.75, 5.6, 7 का HCF

$\text{HCF} \left(\frac{175}{100}, \frac{56}{10}, \frac{7}{1} \right) = \frac{7}{100}$

$\text{HCF} \left(\frac{7}{4}, \frac{28}{5}, \frac{7}{1} \right) = \frac{7}{20} = \frac{3.5}{10} = 0.35$

ex:- 0.36, 1.2, 4.8 LCM

$\text{LCM} \left(\frac{36}{100}, \frac{12}{10}, \frac{48}{10} \right)$

$\text{LCM} \left(\frac{9}{25}, \frac{6}{5}, \frac{24}{5} \right) = \frac{72}{5} = 14.4$

Q.1 एक संख्या को 8 तथा 5 से विभाजित करने पर शेषफल द्वारा मैं एक शेष लगता है, वह संख्या ज्ञात करें?

$\text{LCM}(8, 5) = 40$
 संख्या = $40k + 1$
 न्यूनतम $k=1 \quad 41$

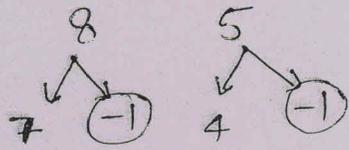
ऐसी चार अंकों की संख्या है

$$\begin{array}{r} 40 \overline{) 9999} \\ \underline{80} \\ 199 \\ \underline{160} \\ 399 \\ \underline{360} \\ 39 \end{array}$$

संख्या (9999 - 2000 = 7999)

Ques:- वह न्यूनतम संख्या कौन सी है जो 7 तथा 4 भाग हो?

Sol:-



$$\text{Lcm}(8, 5) - 1$$

$$40 - 1 = 39 \text{ Ans.}$$

Ques:- 5 अंकों की वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करें जिसे 12, 16, 18, 24 तथा 32 से विभाजित करने पर 10 शेषफल हों?

Sol:- $\text{Lcm}(12, 16, 18, 24, 32) + 10$

Ans - 99946

Ques:- वह छोटी-2 संख्या ज्ञात करें जिसे 3, 5, 6, 8, 10 तथा 12 से भाग देने पर प्रत्येक दशा में 2 शेष बचे परन्तु यह 13 से पूर्णतः विभाजित हो?

Sol:- $\text{Lcm}(3, 5, 6, 8, 10, 12) = 120$

$$\frac{\text{संख्या}}{13} = \frac{120k + 2}{13}$$

$$= \frac{117k + 3k + 2}{13} = \frac{3k + 2}{13} \Rightarrow k = 8$$

संख्या = $(120 \times 8) + 2 = 962 \text{ Ans.}$

Ques ① वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करें जिससे 37, तथा 58 को विभाजित करने पर शेषफल क्रमशः 2 व 3 बचें?

Ques ② वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 60 तथा 98 को विभाजित करने पर प्रत्येक दशा में 3 शेष बचें

Ques ③ वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करें जिससे 38, 66 तथा 80 को विभाजित करने पर प्रत्येक दशा में समान शेष बचें?

Sol-① $37 - 2 = 35$ $58 - 3 = 55$ $\xrightarrow{\text{HCF}} 5 \text{ Ans.}$

Sol ② $60-3 = 57$
 $98-3 = 95$ } HCF $\rightarrow 19$

Sol ③ $38 \xleftrightarrow{66} 80$
 diff. $66-38 = 28$
 $80-66 = 14$
 $80-38 = 42$ } HCF $\rightarrow 14$ ans

Ques:- दो संख्याओं को अनुपात 3:4 है, यदि HCF 4 हो, तो उन संख्याओं के वर्गों का योग क्या है?

Sol:- $3:4$
 $3a = 3 \times 4 = 12$
 $4a = 4 \times 4 = 16$
 $12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$

Ques:- दो संख्याओं का ~~HCF~~ LCM उनके HCF का 14 गुना है, यदि LCM व HCF का योग 600 हो, तथा एक संख्या 80 हो, तो दूसरी संख्या ज्ञात करें?

* $\boxed{1^{st} \text{ No} \times 2^{nd} \text{ No} = \text{HCF} \times \text{LCM}}$

Sol:- $\text{LCM} = 14 \text{HCF}$
 $\text{LCM} + \text{HCF} = 600$
 $\rightarrow 15 \text{HCF} = 600$
 $\text{HCF} = 40$
 $\text{LCM} = 14 \times 40$
 $80 \times x = 14 \times 40 \times 40$
 $x = 280$ ans

Ques:- दो संख्याओं का HCF 7 है, तथा उन संख्याओं का योग 98 है, ऐसे कितने जोड़े संभव हैं?

Sol:- माना सं $\Rightarrow a$ व b
 $a, b \Rightarrow$ सहअभाज्य
 $7a + 7b = 98$
 $a + b = 14$

$13+1$ ✓	} 3 pair are possible
$\times 12+2$	
$10+3$ ✓	
$\times 10+4$	
$9+5$ ✓	
$\times 8+6$	
$\times 7+7$	

(9, 5)
 (7, 7)
 (5, 9)

Ques:- 3 घड़ियां 12, 15 व 20 सेकेंडों बाद बजती हैं, तो वे एक घंटे में कितनी बार एक साथ बजेगी?

Sol:-

$$\text{Len } [12, 15, 20] = 60 \text{ sec.}$$

इसका मतलब

$$\text{No of times} = 1 \text{ hr} = \frac{3600 \text{ sec}}{60 \text{ sec}} = 60 \text{ बार} + 1 = 61 \text{ Ans}$$

Ques:- एक फलबोक्स के पास चार तरह के फल 12, 15, 24 तथा 36 संख्या में हैं, वह उन सभी फलों को उस तरह पैक करना चाहता है कि हर बॉक्स में एक ही तरह के फल हों तथा समान संख्या में हों, उसे कितने बॉक्स की जरूरत है?

Sol:- 12, 15, 24, 36 का HCF

$$\text{HCF} = 3 \text{ fruit/Box}$$

$$\frac{12}{3} = 4, \quad \frac{15}{3} = 5, \quad \frac{24}{3} = 8, \quad \frac{36}{3} = 12$$

$$\text{Total Box} = 4 + 5 + 8 + 12 = 29 \text{ Box Ans.}$$

Ques:- दो संख्याओं का HCF 15 है, तथा उनका गुणा 6300 है ऐसे कितने जोड़े संभव हैं

Sol माना संख्याएं $15a, 15b$

$$15a \times 15b = 6300$$

$$ab = \frac{6300}{15 \times 15} = 28$$

$$ab = 28$$

$$28 \times 1 \checkmark$$

$$4 \times 7 \checkmark$$

Two pairs are possible

Ques:- N एक बड़ी से बड़ी संख्या है, जिससे 1305, 4665 तथा 6905 को विभाजित करने पर समान शेषफल प्राप्त होता है, N के शंको का योग खोज लो

Sol

$$4665 - 1305 = 3360$$

$$6905 - 4665 = 2240 \quad \left. \begin{array}{l} 3360 \\ 2240 \end{array} \right\} \text{HCF} \rightarrow 1120$$

$$6905 - 1305 = 5600 \quad \left. \begin{array}{l} 3360 \\ 2240 \\ 5600 \end{array} \right\} \text{शंको का योग}$$

$$1+1+2+0 = 4 \text{ Ans}$$

Ques:- एक संख्या में 13 का भाग देने पर शेष 1 बचता है, यदि भागफल को 5 से भाग दें तो 3 शेष बचता है, इस संख्या को 65 से भाग देने पर क्या शेषफल प्राप्त होगा

Sol

$$\begin{array}{l} 13 \leftarrow 5k \\ \downarrow \quad \swarrow \\ 1 \quad \quad 3 \end{array}$$

$$\text{संख्या} = 13(5k+3)+1$$

$$\frac{\text{संख्या}}{65} = \frac{65k+40}{65} = \frac{0+40}{65} = 40 \text{ Ans.}$$

ex:- $\frac{785}{128}$, $\frac{756}{3125}$, $\frac{417}{384}$

हर $\Rightarrow [2^m \text{ या } 5^n \text{ या } 2^m \times 5^n] \rightarrow$ लोशांत

$\frac{785 \times 5^7}{2^7 \times 5^7}$ (लोशांत), $\frac{756 \times 2^5}{5^5 \times 2^5}$ (लोशांत), $\frac{417 \times 5^7}{2^7 \times 3^1 \times 5^7}$ (अशांत)

* ~~है~~ किसी भी सरणा के वर्ग के अंतिम दो अंक :-

00	01	04	09	16	25
	21	24	29	36	
	41	44	49	56	
	61	64	69	76	
	81	84	89	96	

* $x, (50-x), (50+x), (100-x), (100+x)$ - x के किसी भी मान के लिए इन सरणियों के वर्गों के अंतिम 2 अंक समान होंगे।

$N^2 = ab96$ N के कितने मान सम्भव हैं।

$x=14$
 3-digit: 14, 36, 64, 86, 114
 5-digit: 100 से बड़ी सरणियों का square 5 digit होता है।
 3 value are possible

Ques:- $N^2 = ab89$ के कितने मान सम्भव हैं, यदि a व b प्राकृत सं. हैं।

Sol:- $17^2 = 289$
 $33^2 = 1089$, $67^2 = 4489$, $83^2 = 6889$, $117^2 = 13689$

$N = 67, 83$ Ans.

बीजगणित

ALGEBRA

POWERED BY INSTITUTE
Give Wings to Your Dreams with

* Algebra *

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a}{0} = \text{not define}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\frac{0}{a} = 0$$

$$a^0 = 1$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$= a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

$$(a-b)^4 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^4 - b^4 = (a-b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) \Rightarrow (a-b)(a+b)(a^2 + b^2)$$

$$a^5 - b^5 = (a-b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$$

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2$$

* Pascal Δ

		1			
	1		1		
	1	2	1		
	1	3	3	1	
	1	4	6	4	1

* $a^n - b^n$

$n \rightarrow$ even / सम

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

इसके $(a+b)$ तथा $(a-b)$ को factors होंगे।

ex:- $10^{23} - 10^{21}$ किससे विभाजित है

(a) 3 (b) 5 (c) 7 (d) 4

Sol:- $23^{10} - 2^{10}$

$$a^n - b^n$$

$n \rightarrow$ even

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a-b = 23-2 = 21$$

$$a+b = 23+2 = 25$$

$n \rightarrow$ odd / विषम

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$(a-b)$ एक factor होगा

ex:- $37^{39} - 25^{37}$ किससे विभाजित है

$$a^n - b^n$$

$n \rightarrow$ odd

$$a-b = 37-25 = 12$$

* a^n - b^n

n → even / सम

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

यह न तो (a+b) से और न ही (a-b) से विभाजित होगा।

n → odd / विषम

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

यह (a+b) से विभाजित होगा

ex:- 29⁵ + 243³ किससे विभा

$$29^5 + 3^5$$

$$a^n + b^n \quad n \rightarrow \text{odd}$$

$$a+b = 29+3 = \underline{32}$$

Que:- 3⁴¹ + 7⁸² निम्न में से किससे विभाजित नहीं है?

- (a) 3 (b) 4 (c) 13 (d) 26

Sol:- 3⁴¹ + 49⁴¹ ← (7²)⁴¹

$$a^n + b^n \rightarrow n \text{ odd}$$

$$(a+b) = 3+49 = 52$$

* $a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

Que- यदि $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$ है तथा $a^2 - ab + b^2 = 2$ है तो $ab = ?$

$$a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$$

$$8 = 4 \times 2$$

$$a^2 + ab + b^2 = 4$$

$$a^2 - ab + b^2 = 2$$

$$2ab = 2$$

$$ab = 1 \text{ Ans.}$$

(1). यदि $x^m + \frac{1}{x^m} = 2$ हो तो $x^m + \frac{1}{x^m} = 2$

$$x^m - \frac{1}{x^m} = 0$$

Que:- यदि $m + \frac{1}{m-2} = 4$ हो तो $m^3 + 3m^2 + 2m - 12 = ?$

Sol:- $m-2 + \frac{1}{m-2} = 4-2$

$$m-2 = a \quad m-2 + \frac{1}{m-2} = 2$$

$$a + \frac{1}{a} = 2 \quad m-2 = 1$$

$$m = 3$$

$$27 + 27 + 6 - 12 = 48 \text{ Ans.}$$

Ques: - $\left[\frac{(1.331)^{-1} + (1.331)^{-2} + \dots + (1.331)^{-7}}{(1.331)^{-2} + (1.331)^{-3} + \dots + (1.331)^{-8}} \right]^{2/3}$

Sol: - $\left\{ \frac{(1.331)^{-1} + (1.331)^{-2} + \dots + (1.331)^{-7}}{(1.331)^{-1} [(1.331)^1 + (1.331)^{-2} + \dots + (1.331)^{-7}]} \right\}^{2/3}$
 $= \left[\frac{1}{(1.331)^{-1}} \right]^{2/3} = (1.331)^{2/3} = \left(\frac{1331}{1000} \right)^{2/3} = \left[\left(\frac{11}{10} \right)^3 \right]^{2/3}$

$= \left(\frac{11}{10} \right)^2 = \frac{121}{100} = 1.21$

* यदि $x + \frac{1}{x} = n$ है तो $x^2 + \frac{1}{x^2} = n^2 - 2$

square $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2x \cdot \frac{1}{x} = n^2$
 $x^2 + \frac{1}{x^2} = n^2 - 2$

ex ① $x + \frac{1}{x} = 3$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 3^2 - 2 = 7$

ex ② $x^2 + \frac{1}{x^2} = 13$

$x^4 + \frac{1}{x^4} = 13^2 - 2 = 167$

* यदि $x + \frac{1}{x} = n$ हो तो $\sqrt{x + \frac{1}{x}} = \sqrt{n+2}$

$\left(\sqrt{x + \frac{1}{x}} \right)^2 = n + \frac{1}{x} + 2$

$\left(\sqrt{x + \frac{1}{x}} \right)^2 = n + 2$

$\sqrt{x + \frac{1}{x}} = \sqrt{n+2}$

ex ① $x + \frac{1}{x} = 7$

$\sqrt{x + \frac{1}{x}} = \sqrt{7+2} = 3$

ex ② $x^2 + \frac{1}{x^2} = 15$

$x^{3.5} + \frac{1}{x^{3.5}} = \sqrt{15+2}$
 $= \sqrt{17}$

* यदि $x + \frac{1}{x} = n$ तो $x^3 + \frac{1}{x^3} = n^3 - 3n$

(cube $x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x} \right) = n^3$

$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3n = n^3$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = n^3 - 3n$

ex ① $x + \frac{1}{x} = 3$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = (3)^3 - 3(3)$
 $= 18$

ex ② $x^2 + \frac{1}{x^2} = 5$

$x^6 + \frac{1}{x^6} = (5)^3 - 3(5)$
 $= 110$

ex ③ $x + \frac{1}{x} = 4$ है तो $x^6 + \frac{1}{x^6} = ?$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = (4)^3 - 3(4) = 52$

$x^6 + \frac{1}{x^6} = (52)^2 - 2 = 2702$

Q. यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ है तो $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$

Sol: - $\hookrightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3}$
 $= 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$

Q. यदि $x^{100} + \frac{1}{x^{100}} = 2207$ है तो $x^{3.125} + \frac{1}{x^{3.125}} = ?$

$\hookrightarrow x^{50} + \frac{1}{x^{50}} = \sqrt{2207+2} = 47$

$\hookrightarrow x^{25} + \frac{1}{x^{25}} = \sqrt{47+2} = 7$

$\hookrightarrow x^{12.5} + \frac{1}{x^{12.5}} = \sqrt{7+2} = 3$

$\hookrightarrow x^{6.25} + \frac{1}{x^{6.25}} = \sqrt{3+2} = \sqrt{5}$

$\hookrightarrow x^{3.125} + \frac{1}{x^{3.125}} = \sqrt{\sqrt{5}+2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Q. यदि $x + \frac{1}{x} = 3$ है तो $x^8 + \frac{1}{x^8} = ?$

$\hookrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 3^2 - 2 = 7$

$\hookrightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = 7^2 - 2 = 47$

$\hookrightarrow x^8 + \frac{1}{x^8} = (47)^2 - 2 = 2207$ Ans.

$\Rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) \left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right) = \left(x^5 + \frac{1}{x^5} \right) + \left(x + \frac{1}{x} \right)$ $\left(x + \frac{1}{x} \right) \left(x^4 + \frac{1}{x^4} \right) = \left(x^5 + \frac{1}{x^5} \right) + \left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right)$ $\left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right) \left(x^6 + \frac{1}{x^6} \right) = \left(x^9 + \frac{1}{x^9} \right) + \left(x^7 + \frac{1}{x^7} \right)$

$\left(x^5 + \frac{1}{x^5} \right) + \frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^5}$ $\left(x^5 + \frac{1}{x^5} \right) + \left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right)$ $\left(x^9 + \frac{1}{x^9} \right) + \left(x^7 + \frac{1}{x^7} \right)$

$\left(x^5 + \frac{1}{x^5} \right) + \left(x + \frac{1}{x} \right)$

$\left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) \left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right) = \left(x^5 + \frac{1}{x^5} \right) + \left(x + \frac{1}{x} \right)$

Powers add Power ka diff

$x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) \left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right) - \left(x + \frac{1}{x} \right)$

$x^7 + \frac{1}{x^7} = \left(x^4 + \frac{1}{x^4} \right) \left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right) - \left(x + \frac{1}{x} \right)$

Q $x + \frac{1}{x} = 3$ है तो $x^5 + \frac{1}{x^5} = ?$

$$\begin{aligned} x^5 + \frac{1}{x^5} &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= (3^2 - 2) (3^3 - 3(3)) - 3 \\ &= 7 \times 18 - 3 \\ &= 126 - 3 = 123 \text{ Ans.} \end{aligned}$$

Qn:- $x + \frac{1}{x} = 5$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (5)^2 - 2 = 23$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = (5)^3 - 3(5) = 110$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 23^2 - 2 = 527$$

$$\begin{aligned} x^5 + \frac{1}{x^5} &= (23 \times 110) - 5 \\ &= 2530 - 5 = 2525 \end{aligned}$$

$$x^6 + \frac{1}{x^6} = (110)^2 - 2 = 12100 - 2 = 12098$$

$$x^7 + \frac{1}{x^7} = (110 \times 527) - 5$$

$$x^8 + \frac{1}{x^8} = (527)^2 - 2$$

$$x^9 + \frac{1}{x^9} = (110)^3 - 3(110)$$

$$x^{10} + \frac{1}{x^{10}} = (2525)^2 - 2$$

* $x + \frac{1}{x} = n$ है तो $x - \frac{1}{x} = \sqrt{n^2 - 4}$

$$\downarrow$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = n^2 - 2$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} - 2$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = n^2 - 2 - 2$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = n^2 - 4$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right) = \sqrt{n^2 - 4}$$

ex ① $x + \frac{1}{x} = 9$

$$\begin{aligned} x - \frac{1}{x} &= \sqrt{9^2 - 4} \\ &= \sqrt{77} \end{aligned}$$

ex ② $x^5 + \frac{1}{x^5} = 7$

$$\begin{aligned} x^5 - \frac{1}{x^5} &= \sqrt{7^2 - 4} = \sqrt{45} \\ &= 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

ex ① $x - \frac{1}{x} = 9$

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{x} &= \sqrt{9^2 + 4} \\ &= \sqrt{85} \end{aligned}$$

ex ② $x^3 + \frac{1}{x^3} = 3$

$$\begin{aligned} x^3 - \frac{1}{x^3} &= \sqrt{3^2 - 4} \\ &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

* यदि $x - \frac{1}{x} = n$ है तो $x + \frac{1}{x} = \sqrt{n^2 + 4}$

$$\downarrow$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = n^2 + 2$$

$$\downarrow$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = n^2 + 2 + 2 = n^2 + 4$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right) = \sqrt{n^2 + 4}$$

ex ① $x - \frac{1}{x} = 9$

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{x} &= \sqrt{9^2 + 4} \\ &= \sqrt{85} \end{aligned}$$

ex ② $x^3 + \frac{1}{x^3} = 3$

$$\begin{aligned} x^3 - \frac{1}{x^3} &= \sqrt{3^2 - 4} \\ &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

यदि $x - \frac{1}{x} = n$ हो तो $x^3 - \frac{1}{x^3} = n^3 + 3n$

(Cube) $x^3 - \frac{1}{x^3} - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x} = n\right)$

ex ① $x - \frac{1}{x} = 7, x^3 - \frac{1}{x^3} = ?$
 $= (7)^3 + 3(7) = 254$

$$* x^2 - \frac{1}{x^2} = (x)^2 - \left(\frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$* x^4 - \frac{1}{x^4} = \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$* x^5 - \frac{1}{x^5} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) - \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$* x^7 - \frac{1}{x^7} = \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^4 - \frac{1}{x^4}\right) - \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

Que:- यदि $x - \frac{1}{x} = 5$ हो तो $x^4 - \frac{1}{x^4} = ?$ $x + \frac{1}{x} = \sqrt{x^2 + 4}$
 $= \sqrt{29}$

$$x^4 - \frac{1}{x^4} = \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$= \sqrt{29+4} \times 5 \times (\sqrt{29})^2 - 2$$

$$= \sqrt{29} \times 5 \times 27$$

$$= 135\sqrt{29}$$

Que:- यदि $x - \frac{1}{x} = 3$ हो तो $x^5 - \frac{1}{x^5} = ?$

$$x - \frac{1}{x} = 3, \Rightarrow x + \frac{1}{x} = \sqrt{x^2 + 4} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} \quad \left\{ \begin{array}{l} x^3 - \frac{1}{x^3} = 3^3 + 3(1) \\ = 36 \end{array} \right.$$

$$x^5 - \frac{1}{x^5} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) - \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= 11 \times 36 - 3$$

$$= 396 - 3 = 393 \text{ Ans.}$$

Que:- यदि $x^4 + \frac{1}{x^4} = 121$ हो तो $x^3 - \frac{1}{x^3} = ?$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \sqrt{121} = 11$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{11+2} = \sqrt{13}$$

$$\text{तो } x - \frac{1}{x} = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - 4} = \sqrt{9} = 3$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = 27 + 9 = 36$$

Que:- यदि $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$ हो तो $x - \frac{1}{x} = ?$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) = \sqrt{322+2}$$

$$= \sqrt{324} = 18$$

$$\left(x + \frac{1}{x} \right) = \sqrt{18+2} = \sqrt{20}$$

$$\left(x - \frac{1}{x} \right) = \sqrt{20-4} = 4 \text{ Ans.}$$

Ques यदि $x + \frac{1}{x} = 5$ है तो $\frac{x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 3x + 1}{x^4 + 1}$

x^2 का भाग देने पर = $\frac{x^2 + 3x + 5 + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}}{x^2 + 1}$

$$= \frac{\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(3x + \frac{3}{x}\right) + 5}{\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)}$$

$$= \frac{23 + 15 + 5}{23} = \frac{43}{23}$$

Ques: (1) यदि $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} = \frac{2}{3}$ हो तो $x + \frac{1}{x} = ?$

Ques (2) यदि $a + \frac{1}{a} = 5$ हो तो

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 5^2 - 2 = 23$$

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = 5^3 - 3(5) = 110$$

$$a^4 + \frac{1}{a^4} = 23^2 - 2 = 527$$

$$a^5 + \frac{1}{a^5} = (23 \times 110) - 5$$

$$= 2525$$

$$a - \frac{1}{a} = \sqrt{5^2 - 4} = \sqrt{21}$$

$$a^2 - \frac{1}{a^2} = 5\sqrt{21}$$

$$a^3 - \frac{1}{a^3} = (\sqrt{21})^3 + 3\sqrt{21} = 24\sqrt{21}$$

$$a^4 - \frac{1}{a^4} = (\sqrt{21} \times 5) \times 23 = 115\sqrt{21}$$

$$a^5 - \frac{1}{a^5} = 23 \times 115\sqrt{21} - \sqrt{21}$$

Ques - (3) यदि $x^2 - 3x - 1 = 0$ हो तो $x^5 + \frac{1}{x^5} = ?$

Sol: (1) $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} = \frac{2}{3}$ (एवं व हर में x का भाग)

$$\frac{x - 1 + \frac{1}{x}}{x + 1 + \frac{1}{x}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\left(x + \frac{1}{x}\right) - 1}{\left(x + \frac{1}{x}\right) + 1} = \frac{2}{3}$$

$$3\left(x + \frac{1}{x}\right) - 3 = 2\left(x + \frac{1}{x}\right) + 2$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right) - 5 = 2 \quad \text{Ans}$$

Sol - (3) $x^2 - 3x - 1 = 0$ (नया भाग)

$$x - 3 - \frac{1}{x} = 0$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = \sqrt{3^2 + 4} = \sqrt{13} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 13 - 2 = 11$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 13\sqrt{13} - 3\sqrt{13} = 10\sqrt{13}$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 11 \times 10\sqrt{13} - \sqrt{13}$$

$$= 110\sqrt{13} - \sqrt{13} = 109\sqrt{13} \text{ Ans}$$

* यदि $a + \frac{1}{a} = 1$ हो तो $a^3 = -1$ होगा

यदि $a + \frac{1}{a} = -1$ हो तो $a^3 = 1$ होगा

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 + 1 = (a+1)(a^2 - a + 1)$$

$$a + \frac{1}{a} = 1$$

$$\frac{a^2 + 1}{a} = 1$$

$$a^2 + 1 = a$$

$$a^2 - a + 1 = 0$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a - 1 = (a-1)(a^2 + a + 1)$$

$$a + \frac{1}{a} = -1$$

$$\frac{a^2 + 1}{a} = -1$$

$$a^2 + 1 = -a$$

$$a^2 + a + 1 = 0$$

$$a^3 - 1 = 0$$

$$a^3 = 1$$

यदि $a^n + \frac{1}{a^n} = 1$ हो तो $a^{3n} = -1$ होगा

यदि $a^n + \frac{1}{a^n} = -1$ हो तो $a^{3n} = 1$ होगा

यदि $a^2 + \frac{1}{a^2} = 1$ हो तो $a^6 = -1$ होगा

यदि $x^5 + \frac{1}{x^5} = -1$ हो तो $x^{15} = 1$ होगा

यदि $x^6 + \frac{1}{x^6} = 1$ हो तो $x^{18} = -1$ होगा

Que:- $x^4 + \frac{1}{x^4} = 1$ हो तो $x^{84} + x^{72} + x^{60} + x^{48} + x^{12} + 1 = ?$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x^{12} &= -1 \\ &= (x^{12})^7 + (x^{12})^6 + (x^{12})^5 + (x^{12})^4 + x^{12} + 1 \\ &= -1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 \\ &= 0 \text{ Ans} \end{aligned}$$

Ques:- $x^2 + \frac{1}{x^2} = -1$ हो तो $x^{84} + x^{72} + x^{60} + x^{48} + x^{12} + 1$
 $(x^6)^{14} + (x^6)^{12} + (x^6)^{10} + (x^6)^8 + (x^6)^4 + 1$
 $= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6$

Ques:- यदि $x^2 + \frac{1}{x^2} = \sqrt{3}$ हो तो $x^{206} + x^{200} + x^{186} + x^{180} + x^{120} + x^{72}$
 $+ x^{54} + x^{24} + x^6 + 1 = ?$

Sol:- $(x^2 + \frac{1}{x^2})^2 = (\sqrt{3})^2 - 2$
 $= 1$
 $(x^6)^2 = -1$
 $x^6 = -1$
 $x^{200}(x^6 + 1) = 1 + 1 + 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1$
 $x^6 = -1$
 $= 2$ Ans

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

\Rightarrow यदि $a+b+c=0$ हो तो

(i) $a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ca)$

(ii) $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

* (iii) $a^4 + b^4 + c^4 = \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{2}$

$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$

$\frac{1}{2} (2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca)$

$\frac{1}{2} (a^2 - 2ab + b^2, b^2 - 2bc + c^2, c^2 - 2ca + a^2)$

$\frac{1}{2} [(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$

* $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
 $= \frac{1}{2} (a+b+c) [(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$

\Rightarrow यदि $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ हो तो

(i) $a+b+c=0$

या

(ii) $a=b=c$

Ques:- $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 0$ है तो $x+y+z = ?$

$x-1=0$

$x=1$

$y=2$

$z=3$

$1+2+3 = 6$ Ans

Ques:- यदि $a = b = 333$ हो तो तथा $c = 334$ हो तो $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

Sol:- $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
 $= \frac{1}{2}(a+b+c) [(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$
 $= \frac{1}{2}(1000)(0+1+1)$
 $= 1000$ Ans.

Ques: यदि $a = 1.21$, $b = 2.23$, $c = 3.44$ हो तो $a^3 + b^3 - c^3 + 3abc$

Sol:- $a+b-c = 0$
 $a^3 + b^3 - c^3 + 3abc = 0$ Ans.

यदि $a+b+c = 0$	यदि $a+b-c = 0$
$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$	$a^3 + b^3 - c^3 = -3abc$
$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$	$a^3 + b^3 - c^3 + 3abc = 0$

Ques:- यदि $a-b=3$, $b-c=5$, $c-a=1$ हो तो $\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a+b+c}$

Sol
 $= \frac{\frac{1}{2}(a+b+c) [(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]}{a+b+c}$
 $= \frac{1}{2} [3^2 + 5^2 + 1^2] = \frac{1}{2} \times 35 = 17.5$ Ans.

Ques:- यदि $a^2 + b^2 + c^2 = 2(a-b-c) - 3$ हो तो $a+b+c = ?$

Sol $\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 2a - 2b - 2c - 3$
 $a^2 - 2a + 1 + b^2 + 2b + 1 + c^2 + 2c + 1 = 0$
 $(a-1)^2 + (b+1)^2 + (c+1)^2 = 0$
 $a=1$
 $b=-1$
 $c=-1$ } $a+b+c = -1$ Ans.

Ques:- यदि $(a^2 + b^2)^3 = (a^3 + b^3)^2$ हो तो $(\frac{a}{b} + \frac{b}{a})^6 = ?$

$a^6 + b^6 + 3a^2b^2(a^2 + b^2) = a^6 + b^6 + 2a^3b^3$
 $3a^2b^2(a^2 + b^2) = 2a^3b^3$
 $\frac{a^2b^2(a^2 + b^2)}{a^3b^3} = \frac{2}{3}$

$\frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{a^2}{ab} + \frac{b^2}{ab} = \frac{2}{3} \Rightarrow (\frac{a}{b} + \frac{b}{a})^6 =$

Ques:- यदि $2x + \frac{1}{3x} = 5$ हो तो $3x + \frac{1}{2x} = ?$ | Ans $2x + \frac{1}{x} = 4$ $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

$\left(\times \frac{3}{2} \right)$
 $\rightarrow \frac{3}{2} \left(2x + \frac{1}{3x} \right) = 5 \times \frac{3}{2}$
 $3x + \frac{1}{2x} = \frac{15}{2}$

$\left(\times \frac{1}{2} \right)$
 $x + \frac{1}{2x} = 2$
 (square)
 $x^2 + \frac{1}{4x^2} + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2x} = 4$
 $x^2 + \frac{1}{4x^2} = 4 - 1 = 3$
Ans

Ques:- यदि $x + \frac{1}{4x} = \frac{3}{2}$ हो तो $8x^3 + \frac{1}{8x^3} = ?$

$\left(\times 2 \right)$
 $2x + \frac{1}{2x} = 3 \Rightarrow$ direct भी

(cube)
 $8x^3 + \frac{1}{8x^3} + 3 \cdot 2x \cdot \frac{1}{2x} (3) = 27$
 $8x^3 + \frac{1}{8x^3} = 27 - 9 = 18$

Ques:- यदि $x^{13} + \frac{1}{x^{13}} = 2$ हो तो $x^7 + \frac{1}{x^7} = ?$

$\rightarrow x = 1$

Ques:- यदि $3x + \frac{1}{2x} = 5$ हो तो $8x^3 + \frac{1}{27x^3} = ?$

$\left(\times \frac{2}{3} \right)$
 $2x + \frac{1}{3x} = \frac{5 \times \frac{2}{3}}{\frac{3}{3}} = \frac{10}{3}$

(cube)
 $8x^3 + \frac{1}{27x^3} + 3 \cdot 2x \cdot \frac{1}{3x} \left(\frac{10}{3} \right) = \frac{1000}{27}$

$8x^3 + \frac{1}{27x^3} + \frac{2 \times 10}{3} = \frac{1000}{27}$

$8x^3 + \frac{1}{27x^3} = \frac{1000 - 180}{27} = \frac{820}{27}$

Ques:- यदि $x + \frac{9}{x} = 6$ हो तो $x^2 + \frac{9}{x^2} = ?$

$\rightarrow x = 3$

\Downarrow
 $9 + \frac{9}{9} = 10$ Ans

Ques:- यदि $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 1$ हो तो $x^{40} + \frac{1}{x^{40}} = ?$

(square)
 $\rightarrow x + \frac{1}{x} = 1^2 = 2$

$$x + \frac{1}{x} = -1$$

$$\rightarrow x^3 = -1$$

$$x^{39} = 1$$

$$x^0 \cdot x^1 + \frac{1}{x^{39} \cdot x^1}$$

$$x + \frac{1}{x} = -1 \underline{\text{Ans}}$$

Ques :- $4b^2 + \frac{1}{b^2} = 2$ हो तो $8b^3 + \frac{1}{b^3} = ?$

$$\left(2b + \frac{1}{b}\right)^2 = 4b^2 + \frac{1}{b^2} + 2 \cdot 2b \cdot \frac{1}{b}$$

$$= 2 + 4 = 6$$

$$2b + \frac{1}{b} = \sqrt{6}$$

(cube)

$$8b^3 + \frac{1}{b^3} + 3 \cdot 2b \cdot \frac{1}{b} (\sqrt{6}) = 6\sqrt{6}$$

$$8b^3 + \frac{1}{b^3} = 0 \underline{\text{Ans}}$$

Ques :- यदि $x + \frac{1}{x} = 1$ हो तो $x^{16} + x^{13} = ?$

$$x^3 = -1$$

$$x^{13} [x^3 + 1] = 0 \underline{\text{Ans}}$$

Ques यदि $x + \frac{1}{x} = 49$ हो तो

$$\frac{100x}{2x^2 + 102x + 2}$$

↓

$$\frac{100}{2x + 102 + \frac{2}{x}}$$

x से divide

$$\frac{100}{2\left(x + \frac{1}{x}\right) + 102} = \frac{100}{2 \cdot 49 + 102} = \frac{100}{200} = \frac{1}{2} \underline{\text{Ans}}$$

Ques यदि $64a + \frac{1}{64a} = \frac{3}{2}$ हो तो $64a^2 + \frac{1}{64a^2} = ?$

$$\times 8$$

$$8a + \frac{1}{8a} = 12$$

(square)

$$64a^2 + \frac{1}{64a^2} = 144 - 2 = 142 \underline{\text{Ans}}$$

Ques :- $x + \frac{16}{x} = 10$ हो तो $x^2 + \frac{16}{x^2}$ का अधिकतम मान ज्ञात करें

$$x = 2, 8$$

दोनों पर Ans 8 प्राप्त होता है।

$$\downarrow$$

$$64 + \frac{16}{64}$$

$$64 + \frac{1}{4} = 64 \frac{1}{4} \underline{\text{Ans}}$$

- (i) 8
- (ii) $64 \frac{1}{4}$
- (iii) $32 \frac{1}{2}$
- (iv) $16 \frac{1}{2}$

Ques: $x^4 + 4y^4$ के गुणनखंड कीजिए ?

$$\begin{aligned} (x^2)^2 + (2y^2)^2 &= (x^2 + 2y^2)^2 - 2x^2 \cdot 2y^2 \quad [a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab] \\ &= (x^2 + 2y^2)^2 - (2xy)^2 \quad [a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)] \\ &= (x^2 + 2y^2 + 2xy)(x^2 + 2y^2 - 2xy) \end{aligned}$$

Ques: - यदि $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 8 = 0$ हों तो $2x + 3y = ?$

$$\begin{aligned} \underbrace{x^2 - 4x + 4}_{(x-2)^2} + \underbrace{y^2 - 4y + 4}_{(y-2)^2} &= 0 \\ (x-2)^2 + (y-2)^2 &= 0 \\ x=2 \quad \& \quad y=2 \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} \Downarrow \\ 2(2) + 3(2) \\ 4 + 6 \\ = 10 \text{ Ans.} \end{array} \right.$$

$x + \frac{1}{x}$

$x > 0$ न्यूनतम मान (minimum value) = 2

$x < 0$ अधिकतम मान (maximum value) = -2

$x + \frac{1}{x}$
-2 से 2 के बीच
व्यक्त मान संभव नहीं है

Ques: - यदि $x^3 - 4x^2 + 5x + 3$ हो $x-1$ से विभाजित किया जाये तो शेषफल = ?

Divisor (भाजक) = 0
 $x-1 = 0$
 $x = 1 \rightarrow$ भाज्य में रखने पर

$(1)^3 - 4(1)^2 + 5(1) + 3$
 $1 - 4 + 5 + 3 = 5$

$$\begin{array}{r} x-1 \overline{) x^3 - 4x^2 + 5x + 3} \\ \underline{x^3 - x^2} \\ -3x^2 + 5x + 3 \\ \underline{-3x^2 + 3x} \\ 2x + 3 \\ \underline{2x - 2} \\ 5 \text{ शेष} \end{array}$$

Ques: यदि $5x^2 - 9x + 11$ को $x+1$ से विभाजित करने पर शेषफल = ?

$x+1 = 0$
 $x = -1$
 $5(-1)^2 - 9(-1) + 11$
 $5 + 9 + 11 = 25$ शेषफल

Ques: यदि $x^2 - 5x + 6$ हो $x+2$ से विभाजित करने पर शेषफल = ?

$x+2 = 0$
 $x = -2$
 $(-2)^2 - 5(-2) + 6$
 $4 + 10 + 6 = 20$

Ques: यदि $x^{40} - 3x^{12} + 5$ को $(x^4 + 1)$ से विभाजित करने पर शेषफल = ?

$(x^4)^{10} - 3(x^4)^3 + 5$
 $(-1)^{10} - 3(-1)^3 + 5$
 $1 + 3 + 5 = 9$ Ans.

Ques:- यदि $x^2 - 5x + 6$ है $x-2$ का गुणखण्ड तो $x^2 - 5x + 6$ का

Sol:-

$$\begin{aligned} & \leftarrow x-2=0 \\ & \quad \quad \quad x=2 \\ 4-10+6 & \\ & = 0 \text{ Ans.} \end{aligned}$$

* शेषफल शून्य आने का मतलब यह है की $(x-2)$, $(x^2 - 5x + 6)$ का एक गुणखण्ड है।

Ques:- यदि $x^2 - 3px + 11$ का $x-1$ एक गुणखण्ड है तो $p = ?$

Sol:-

$$\begin{aligned} & \leftarrow x-1=0 \\ & \quad \quad \quad x=1 \\ (1)^2 - 3p(1) + 11 & = 0 \\ 1 - 3p + 11 & = 0 \\ 3p & = 12 \\ p & = 4 \text{ Ans.} \end{aligned}$$

Ques: यदि $(x-1)$ तथा $(x+1)$ एक व्यक्त $px^2 + x^2 - 2x - q$ के गुणखण्ड हैं तो p तथा q का मान ज्ञात कीजिए?

Sol:-

$$\begin{aligned} x-1=0 & \\ x=1 & \Rightarrow p+1-2-q=0 \\ & \quad \quad \quad p-q=1 \\ x+1=0 & \\ x=-1 & \Rightarrow -p+1+2-q=0 \\ & \quad \quad \quad p+q=3 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} p-q=1 \\ p+q=3 \end{array} \right\} p=2, q=1 \text{ Ans.}$$

AM
समांतर माध्य

$$a, b \Rightarrow \frac{a+b}{2}$$

$$a, b, c \Rightarrow \frac{a+b+c}{3}$$

GM
गुणोत्तर माध्य

$$(ab)^{1/2}$$

$$(abc)^{1/3}$$

$$\boxed{AM \geq GM}$$

Ques:- यदि $a+b+c+d=1$ हो तो $(a+b)(b+c)(c+d)(d+a)$ का अधिकतम मान ज्ञात करें? (A)

$$\begin{aligned} AM & \geq GM \\ \frac{(a+b)(b+c)(c+d)(d+a)}{4} & \geq [A]^{1/4} \end{aligned}$$

$$\frac{5}{4} \geq [A]^{1/4}$$

$$A \leq \left(\frac{5}{4}\right)^4 \text{ Ans.}$$

Ques:- यदि $a+b+c=13$ हो तो $(a-3)(b-2)(c+1)$ का अधिकतम मान = ?

Sol:-

AM \geq GM

(A)

$$\frac{(a-3)+(b-2)+(c+1)}{3} \geq [A]^{1/3}$$

$$\frac{9}{3} \geq (A)^{1/3}$$

$$A \leq 27 \text{ Ans.}$$

*

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$\rightarrow (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 2 + 3 + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$$

$$5 + 2\sqrt{6}$$

$$\rightarrow \sqrt{8 + 2\sqrt{15}} = \sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

$$2ab = 2\sqrt{15}$$

$$ab = \sqrt{15} = \sqrt{15} \times 1$$

$$= \sqrt{5} \times \sqrt{3}$$

$$\rightarrow \sqrt{16 + 2\sqrt{15}} = \sqrt{5} + 1$$

$$ab = \sqrt{15}$$

$$= \sqrt{15} \times 1$$

$$= \sqrt{5} \times \sqrt{3}$$

$$\rightarrow \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$2ab = 4\sqrt{3}$$

$$ab = 2\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{4} \times \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{4} \times \sqrt{3}$$

$$\rightarrow \sqrt{12 - 2\sqrt{35}} = \sqrt{7} - \sqrt{5}$$

$$ab = \sqrt{35}$$

$$\rightarrow \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

$$\frac{2ab = \sqrt{3}}{ab = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\text{इसे गुणा, भन्ना} = \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{14 + 5\sqrt{3}}$$

$$\frac{2ab = 5\sqrt{3}}{2 \text{ से गुणा, भन्ना} = \sqrt{\frac{28 + 2 \cdot 5\sqrt{3}}{2}} = \frac{5 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$(3) \sqrt{38+5\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{\frac{76+2 \cdot 5\sqrt{3}}{2}} = \frac{5\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}}$$

Ques यदि $1 < x < 2$ हो तो $\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x-4)^2} = ?$

- (A) 3 (B) $2x-5$ (C) $x-5$ (D) 2

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x-4)^2} \\ &= x-1 + \sqrt{(4-x)^2} \rightarrow (\text{भागों Positive वाली term ही आवेगी}) \\ &= x-1 + 4-x = 3 \text{ Ans.} \end{aligned}$$

Ques:- $\sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{3+8\sqrt{7+4\sqrt{3}}}}$

$$= \sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{3+8(2+\sqrt{3})}}$$

$$= \sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{19+8\sqrt{3}}}$$

$$= \sqrt{-\sqrt{3} + 4 + \sqrt{3}}$$

$$= 2 \text{ Ans.}$$

Ques:- यदि $x = 5 - \sqrt{21}$ हो तो $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{32-2x-\sqrt{21}}} = ?$

$$\sqrt{x} = \sqrt{5-\sqrt{21}} \quad \sqrt{\frac{10-2\sqrt{21}}{2}} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{32-2x} = \sqrt{32-2(5-\sqrt{21})} = \sqrt{22+2\sqrt{21}} = \sqrt{21}+1$$

value put $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}{\sqrt{21}+1-\sqrt{21}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{7}-\sqrt{3})$

Ques यदि $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ हो तो $\frac{\sqrt{1+x}}{1+\sqrt{1+x}} + \frac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{1-x}} = ?$

$$\sqrt{1+x} = \sqrt{1+\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

$$\sqrt{1-x} = \sqrt{1-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

value put

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\frac{\sqrt{3+1}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{3+1}}{2}} + \frac{\frac{\sqrt{3-1}}{2}}{1 - \frac{\sqrt{3-1}}{2}} \\
 &= \frac{\sqrt{3+1}}{3+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3-1}}{3-\sqrt{3}} \\
 &= \frac{\cancel{\sqrt{3+1}}}{\sqrt{3}(\cancel{\sqrt{3+1}})} + \frac{(\cancel{\sqrt{3-1}})}{\sqrt{3}(\cancel{\sqrt{3-1}})} = \frac{2}{\sqrt{3}} \underline{\underline{\text{Ans}}}
 \end{aligned}$$

Que:- यदि $x = \frac{2\sqrt{10}}{7}$ हो तो $\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$

Sol:- $\sqrt{1+x} = \sqrt{1 + \frac{2\sqrt{10}}{7}} = \sqrt{\frac{7+2\sqrt{10}}{7}} = \frac{\sqrt{5+\sqrt{2}}}{\sqrt{7}}$

$$\sqrt{1-x} = \frac{\sqrt{5-\sqrt{2}}}{\sqrt{7}}$$

Value put

$$\frac{\sqrt{5+\sqrt{2}}}{\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{5-\sqrt{2}}}{\sqrt{7}}$$

$$= \frac{\sqrt{5+\sqrt{2}} + \sqrt{5-\sqrt{2}}}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{5}{2}} \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

* C-D Rule (योगानुपात) :-

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{a}{b} &= \frac{c}{d} \\
 \frac{a+b}{a-b} &= \frac{c+d}{c-d} \\
 \frac{a+b}{b} &= \frac{c+d}{d} \\
 \frac{a}{a-b} &= \frac{c}{c-d}
 \end{aligned} \right\}$$

ex:- $\frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}} = \frac{3}{2}$

C-D Rule

$$\frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} - \sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}} = \frac{3+2}{3-2}$$

$$\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}} = \frac{5}{1}$$

square

$$\frac{x+2}{x-2} = \frac{25}{1}$$

(c-d rule)

$$\frac{x}{2} = \frac{25+1}{25-1} = \frac{26}{24}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{26}{24} \cdot \frac{13}{6} = 6x = 13 \text{ Ans.}$$

mind it

Que :- यदि $x = \frac{4ab}{a+b}$ हो तो $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = ?$

C-D Rule

$$\frac{x}{2a} = \frac{2b}{a+b} \quad \left| \quad \frac{x}{2b} = \frac{2a}{a+b} \right. \quad \left. \begin{aligned} x &= \frac{4ab}{a+b} \\ &= \textcircled{2} \frac{2ab}{a+b} \end{aligned} \right.$$

$$\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b} \quad \left| \quad \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{2a+a+b}{2a-a-b} \right.$$

$$\frac{a+3b}{b-a} \quad \leftarrow \text{add (+)} \quad \frac{3a+b}{a-b}$$

$$\frac{a+3b}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a} = \frac{2b-2a}{b-a} = \frac{2(b-a)}{b-a} = 2$$

एकेशा जरी अ.

Que :- यदि $x = \frac{4\sqrt{15}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ हो तो $\frac{x+\sqrt{20}}{x-\sqrt{20}} + \frac{x+\sqrt{12}}{x-\sqrt{12}} = ?$

$$x = \frac{2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = 2 \text{ Ans.}$$

Que यदि $x = \frac{6\sqrt{70}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ हो तो $\frac{x+\sqrt{28}}{x-\sqrt{28}} + \frac{x+\sqrt{20}}{x-\sqrt{20}} = ?$

$$x = \frac{(3 \cdot \sqrt{2}) \cdot 2 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} = 3\sqrt{2} \text{ Ans.}$$

Que: ① $a(a+b+c) = 9$
 $b(a+b+c) = 16$ हो तो $a = ?$
 $c(a+b+c) = 144$

Ques (2) यदि $x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}} = z^{\frac{1}{3}}$ हो तो $(x+y-z)^3 + 27xyz = ?$

Ques (3) यदि $a = 0.1039$ हो तो $\sqrt{4a^2 - 4a + 1} + 3a = ?$

Sol - (1) add $(a+b+c) [a+b+c] = 9+16+144 = 169$

$$\begin{array}{l|l} (a+b+c)^2 = 169 & a(a+b+c) = 9 \\ a+b+c = 13 & a = \frac{9}{13} \text{ Ans.} \end{array}$$

Sol - (2) $a = x^{\frac{1}{3}}, b = y^{\frac{1}{3}}, c = z^{\frac{1}{3}}$

$$a+b-c = 0$$

$$a^3 + b^3 - c^3 + 3abc = 0$$

$$x + y - z + 3(x^{\frac{1}{3}})(y^{\frac{1}{3}})(z^{\frac{1}{3}}) = 0$$

$$x + y - z = -3(xyz)^{\frac{1}{3}}$$

(cube)

$$(x+y-z)^3 = -27xyz$$

$$(x+y-z)^3 + 27xyz = 0$$

Sol - (3) $\sqrt{4a^2 - 4a + 1} + 3a = ?$

$$\sqrt{(2a-1)^2} + 3a$$

$$= \sqrt{(1-2a)^2} + 3a$$

$$= 1 - 2a + 3a = 1 + a = 1.1039 \text{ Ans.}$$

Ques - (1) यदि $x+y+z = 8$ और $xy+yz+zx = 24$ हो तो $x^3+y^3+z^3 - 3xyz = ?$

Ques - (2) यदि $p-2q = 4$ हो तो $p^3 - 8q^3 - 24pq - 64 = ?$

Ques - (3) यदि $a+b+1 = 0$ हो तो $a^3 + b^3 + 1 - 3ab = ?$

Ques - (4) यदि $a+b-c = 0$ हो तो $2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2 - a^4 - b^4 - c^4 = ?$

Ques - (5) यदि $a+b+c = 0$ हो तो $\frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc+ca} = ?$

Ques - (6) यदि $2s = a+b+c$ हो तो $\frac{s^2 + (s-a)^2 + (s-b)^2 + (s-c)^2}{a^2+b^2+c^2}$

Sol:- $s = 0$ put \downarrow
 $a+b+c = 0$
 $\Rightarrow \frac{a^2+b^2+c^2}{-1} = -1 \text{ Ans}$

सरलीकरण
SIMPLIFICATION

Sol - ① $z=0, x+y=8, xy=24$
 $x^3+y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$
 $= (8)^3 - 3 \times 24 (8)$
 $=$
 $=$

Sol :- ② $z=0, p=4$
 $p^3 - 64 = 0$ Ans.

Sol :- ③ $b=0, a=-1$
 $a^3+1 = 0$ Ans.

Sol - ④ $a=1, b=0, c=1$
 $0+0+2-1-0-1 = 0$ Ans.

Sol ⑤ $a+b+c=0$
 $\begin{matrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & -2 \end{matrix}$ $\frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc+ca} = \frac{1+4+9}{1+2-2} = \frac{14}{1} = 14$ Ans.

Ques :- यदि $x+y = 2z$ हो तो

(i) $\frac{x}{x-z} + \frac{y}{y-z}$ (ii) $\frac{x}{x-z} + \frac{z}{y-z}$

Sol :- $z=0$
 $x = -y$ $1+1=2$ $1+0=1$

OR

$$\begin{aligned} x+y &= z+z \\ x-z &= z-y \\ \frac{x}{x-z} &= \frac{y}{x-z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{x-y}{x-z} &= \frac{x-(2z-x)}{x-z} \\ &= \frac{2x-2z}{x-z} = 2 \text{ Ans.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-z} - \frac{z}{z-y} \\ \frac{x}{x-z} - \frac{z}{x-z} \end{aligned}$$

$$\frac{x-z}{x-z} = 1 \text{ Ans.}$$

eg: - ① $x = \sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\cdots}}}$
 $x = \sqrt{7x}$
 $x^2 = 7x$
 $x = 7$

② $\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\cdots}}}$
 $= 5$

* $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\cdots}}} = a$

$x = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \cdots}}}$
 $x = \sqrt{6+x}$
 $x^2 - x - 6 = 0$
 $x^2 - 3x + 2x - 6 = 0$
 $x(x-3) + 2(x-3) = 0$
 $x = 3, (-2)x$

6 $\begin{cases} 2 \\ 3 \end{cases}$
 दो लगातार factor करेंगे + वाली series में वही factor Ans.

$x = \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \cdots}}}$
 6 $\begin{cases} 2 \\ 3 \end{cases}$
 दो लगातार factor, or series वाली है, तो ही factor Ans. होगा।

Formula

$\sqrt{x + \sqrt{x + \cdots}} = \frac{\sqrt{4x+1} + 1}{2}$
 $\sqrt{x - \sqrt{x - \sqrt{x - \cdots}}} = \frac{\sqrt{4x+1} - 1}{2}$

① $x = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\cdots}}}$
 $x = \sqrt{2}^x$
 $x = (2^{\frac{1}{2}})^x$
 $x^{\frac{1}{x}} = 2^{\frac{1}{2}}$
 $x = 2$

② $\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3\cdots}}}$
 $= 3$

③ $\sqrt[5]{5\sqrt[5]{5\sqrt[5]{5\cdots}}}$
 $= 5$

Ques यदि $x = \sqrt{9 + \sqrt{9 + \sqrt{9 + \cdots}}}$ तथा $y = \sqrt{7 - \sqrt{7 - \sqrt{7 - \cdots}}}$ तो $\frac{x+y}{x-y} = ?$
 $9 \begin{cases} 8 \\ 9 \end{cases}$
 $x = 9$
 $y = 7$
 $\frac{x+y}{x-y} = \frac{9+7}{9-7} = 8$ Ans.

Ques: यदि $m = \sqrt{11 + \sqrt{11 + \cdots}}$ तथा $n = \sqrt{11 - \sqrt{11 - \sqrt{11 - \cdots}}}$ हो तो $m-n = ?$
Sol:-
 $11 \begin{cases} x \\ x+1 \end{cases}$
 $m = x+1$ $n = x$
 $m-n = 1$ Ans.

$$\frac{6}{1+6} = 0$$

$$\frac{1+6}{1+\dots\infty}$$

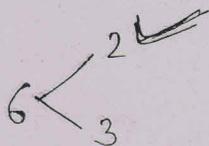
$$x = \frac{6}{1+x}$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x^2 + 3x - 2x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2)$$

$$x = -3, (2)$$



$$\frac{0}{1-6} = \text{does not exist}$$

$$1 - \dots$$

Formule:-

1. प्रथम n प्राकृत संख्याओं का योग = $\frac{n(n+1)}{2}$

2. प्रथम n प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग = $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3. प्रथम n प्राकृत संख्याओं के घनों का योग = $\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

4. प्रथम n विषम संख्याओं का योग = n^2

5. प्रथम n सम संख्याओं का योग = $n(n+1)$

Ques:- 1 से 50 तक की विषम संख्याओं का योग = ?

$$n=25 \quad n^2 = 625 \quad \text{Ans}$$

Ques:- प्रथम 50 विषम संख्याओं का योग = ?

$$n=50 \quad n^2 = 2500 \quad \text{Ans}$$

Ques:-

$$\frac{1}{3+\frac{1}{2+\frac{1}{4}}} = \frac{13}{4}$$

$$\text{Sol:-} \frac{1}{3+\frac{1}{2+\frac{4}{13}}} = \frac{1}{3+\frac{13}{30}} = \frac{30}{103} \quad \text{Ans}$$

Ques:- $\frac{1}{a+\frac{1}{b+\frac{1}{c+\frac{1}{d}}}} = \frac{17}{60}$ है तो $a+b+c+d = ?$

$$a+\frac{1}{b+\frac{1}{c+\frac{1}{d}}} = \frac{60}{17} = 3 + \frac{9}{17} \quad (a=3)$$

$$\frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{9}{17}$$

$$b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}} = \frac{17}{9} = 1 + \frac{8}{9} \quad (b=1)$$

$$\frac{1}{c + \frac{1}{d}} = \frac{8}{9}$$

$$c + \frac{1}{d} = \frac{9}{8} = 1 + \frac{1}{8} \quad (c=1 \text{ \& } d=8)$$

$$a+b+c+d = 3+1+1+8 = 13 \text{ Ans.}$$

Ques:- $17+18+\dots+57$

$$(1 \leftrightarrow 57) - (1 \leftrightarrow 16) = \left(\frac{57 \times 58}{2} - \frac{16 \times 17}{2} \right) = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$= 1517$$

Ques:- $11^2+12^2+\dots+19^2$

$$(1 \leftrightarrow 19)^2 - (1 \leftrightarrow 10)^2 = \frac{19 \times 20 \times 39}{6} - \frac{10 \times 11 \times 21}{6} = \left(\frac{n(n+1)(n+2)}{6} \right)$$

$$= 14820 - 2310 = 12510 \text{ Ans.}$$

Ques:- $1^3+2^3+3^3+\dots+25^3 = ?$

Sol $\left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 = \left(\frac{25 \times 26}{2} \right)^2$

Ques:- $2^2+4^2+6^2+\dots+20^2 = ?$

$$2^2 [1^2+2^2+3^2+\dots+10^2]$$

$$= 4^2 \times \frac{10 \times 11 \times 21}{6} = 1540$$

Ques:- $3^2+6^2+9^2+\dots+30^2 = ?$

$$= 3^2 [1^2+2^2+\dots+10^2]$$

$$= 3^2 \times \frac{10 \times 11 \times 21}{6}$$

$$= \frac{6930}{2} = 3465 \text{ Ans.}$$

① $(1 \times 2) + (2 \times 3) + (3 \times 4) + \dots + (19 \times 20) = \frac{19 \times 20 \times 21}{3}$

② $(1 \times 2 \times 3) + (2 \times 3 \times 4) + (3 \times 4 \times 5) + \dots + (19 \times 20 \times 21) = \frac{19 \times 20 \times 21 \times 22}{4}$

ex:- $(7 \times 8) + (8 \times 9) + \dots + (31 \times 32)$
 $= \frac{31 \times 32 \times 33}{3} - \frac{6 \times 7 \times 8}{3}$

Ques: यदि $x^{x^3} = 3$ हो तो $x = ?$

माना $x^3 = k \Rightarrow x = k^{1/3} \rightarrow x = 3^{1/3}$ Ans
 $x^k = 3$
 $x = 3^{1/k}$
 $k^{1/3} = 3^{1/k}$
 $k^k = 3^3$
 $k = 3$

* यदि $x^{x^{x^{\dots}}} = n$ हो तो $x = n^{1/n}$

ex:- $x^{x^5} = 5$ तो $x = 5^{1/5}$ Ans.

Ques:- यदि $(x\sqrt{x})^n = x^{n\sqrt{x}}$ है तो $x = ?$

$(x^{1/2})^n = x^{n\sqrt{x}}$
 $x^{n/2} = x^{n\sqrt{x}}$
 $\frac{3}{2}n = n\sqrt{x}$
 $x = \frac{9}{4} \& 1$

Ques: यदि $(x\sqrt{x})^n = x^{n\sqrt{x}}$ है तो $x = ?$

direct:- $1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ $(\frac{5}{4})^2 = \frac{25}{16}$
 $(\frac{25}{16})^2 = \frac{625}{256}$ Ans.

or
 $x^{5/4} = x^{n\sqrt{x}}$
 $\frac{5}{4}x = n\sqrt{x}$
 $\sqrt{x} = \frac{25}{16}$
 $x = \frac{625}{256}$ Ans

* पाकमथाकरो *

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\textcircled{1} \frac{1}{\sqrt{5} - 2} = \frac{\sqrt{5} + 2}{1} = \sqrt{5} + 2$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}} = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\textcircled{3} \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{3}$$

$$\textcircled{4} \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{7}}{-5} / \frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{5}$$

Ques $\textcircled{1} \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}{3 - 2} = 5 + 2\sqrt{6}$

Ques $\frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{1}{(1 + \sqrt{2}) + \sqrt{3}} \times \frac{(1 + \sqrt{2}) - \sqrt{3}}{(1 + \sqrt{2}) - \sqrt{3}} = \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{3 + 2\sqrt{2} - 3}$
 $= \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + 2 - \sqrt{6}}{4}$

Ques :- $\frac{\sqrt{80} - \sqrt{112}}{\sqrt{45} - \sqrt{63}} = ?$

sol :- $\frac{\sqrt{16 \times 5} - \sqrt{16 \times 7}}{\sqrt{9 \times 5} - \sqrt{9 \times 7}} = \frac{4\sqrt{5} - 4\sqrt{7}}{3\sqrt{5} - 3\sqrt{7}} = \frac{4(\sqrt{5} - \sqrt{7})}{3(\sqrt{5} - \sqrt{7})} = \frac{4}{3}$ Ans

Ques :- $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}} = ?$

$$\frac{1}{(\sqrt{2} + \sqrt{3}) + \sqrt{5}} - \frac{1}{(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - \sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{5}}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{-2\sqrt{5}}{8 + 2\sqrt{6} - 5} = \frac{-\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$$
 Ans

* $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{97 \times 99}$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \dots + \frac{2}{97 \times 99} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{99} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{99} \right] = \frac{1}{2} \times \frac{98}{99} = \frac{49}{99}$$
 Ans

7. $\left\{ \frac{1}{\text{diff.}} [I^{\text{st}} - \text{last}] \right\}$

Ques:- $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots + \frac{1}{22 \times 25}$
 $= \frac{1}{3} \left[1 - \frac{1}{25} \right] = \frac{1}{3} \times \frac{24}{25} = \frac{8}{25}$ Ans.

Ques:- $\frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{19 \times 20}$
 $= \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{20}$
 $= \frac{1}{3} - \frac{1}{20} = \frac{17}{60}$ Ans.

Ques:- $\frac{1}{9} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{72}$
(1x2) (2x3) (3x4) (4x5) (5x6)
 $= \frac{1}{9} + \left[\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{6} - \frac{1}{9} \right]$
 $= \frac{1}{9} + 1 - \frac{1}{9} = 1$ Ans.

Ques:- $(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{100}) = ?$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \dots \times \frac{99}{100}$
 $= \frac{1}{100} = 10^{-2}$ Ans.

Ques:- $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{79} + \sqrt{81}} = ?$
परिमेयकरण
 $\frac{\sqrt{1} - \sqrt{3}}{-2} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{-2} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{7}}{-2} + \dots + \frac{\sqrt{79} - \sqrt{81}}{-2}$
 $= -\frac{1}{2} [\sqrt{1} - \sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{5} + \dots + \sqrt{79} - \sqrt{81}]$
 $= -\frac{1}{2} [1 - 9] = -\frac{1}{2} \times -8 = 4$ Ans.

Ques:- $\frac{1}{1 \times 3 \times 5} + \frac{1}{3 \times 5 \times 7} + \frac{1}{5 \times 7 \times 9} + \dots + \frac{1}{17 \times 19 \times 21}$
 $= \frac{1}{4} \left[\frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{3 \times 5} - \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{5 \times 7} - \dots + \frac{1}{17 \times 19} - \frac{1}{19 \times 21} \right]$
 $= \frac{1}{4} \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{19 \times 21} \right] = \frac{1}{4} \left[\frac{19 \times 21 - 1}{19 \times 21} \right]$

* $A = \sqrt{12} + \sqrt{18}$, $B = \sqrt{11} + \sqrt{19}$, $C = \sqrt{13} + \sqrt{17}$, $D = \sqrt{20} + \sqrt{10}$

आरोही (ascending)

$A^2 = 30 + 2\sqrt{12 \times 18}$
 $B^2 = 30 + 2\sqrt{11 \times 19}$
 $C^2 = 30 + 2\sqrt{13 \times 17}$
 $D^2 = 30 + 2\sqrt{20 \times 10}$

* diff सबसे कम \Rightarrow बड़ा
 $[D < B < A < C]$

Ques:- $A = \sqrt{7} - \sqrt{5}$, $B = \sqrt{5} - \sqrt{3}$, $C = \sqrt{11} - \sqrt{9}$, $D = \sqrt{3} - \sqrt{1}$

आरोही क्रम:-

- वाकी condition में जो Number लिखने से सबसे छोटा है, वह सबसे बड़ा होगा।

$C < A < B < D$

कारण $\rightarrow A = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5} \times \sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$
 $B = \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$, $C = \frac{2}{\sqrt{11} + \sqrt{9}}$, $D = \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{1}}$

* $\sqrt{31 + \sqrt{31 - \sqrt{31 + \sqrt{31 - \dots}}}}$
 $31 \rightarrow 30 < \begin{matrix} 6 \\ 5 \end{matrix}$
 $31 \rightarrow 30 < \begin{matrix} 6 \\ 5 \end{matrix}$
 formula = $\frac{\sqrt{4x-3} \pm 1}{2}$

Ques:- यदि $f(x) = \frac{x}{1+x}$ हो तो $f(2) + f(6) + f(12) + f(20) + \dots$ 1000 पदों का योग ज्ञात कीजिए ?

Sol:- $\frac{2}{1+2} + \frac{6}{1+6} + \frac{12}{1+12} + \dots$

$\binom{2}{1} \rightarrow 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 1000$
 $\binom{24}{3}$ $\binom{34}{4}$
 $= \frac{1000(1000+1)}{2} = 50 \times 101 = 5050$

Ques: ① $(1+3)(1+3^2)(1+3^4)(1+3^8)$
 $\frac{(1-3^{16})}{(1-3)} = \frac{3^{16}-1}{2}$

Ques ② $(1+17)(1+17^2)(1+17^4)(1+17^8) \dots (1+17^{2^{101}})$

$$= \frac{1-17^{2^{101}}}{1-17} = \frac{17^{2^{101}}-1}{16}$$

Ques ③ $(1+2^2)(1+2^{2^2})(1+2^{2^3}) + \dots (1+2^{2^{50}})$

$$= \frac{1-2^{2^{51}}}{1-2^2} = \frac{2^{2^{51}}-1}{3} \text{ Ans.}$$

Ques:- $1 + (2+1)(2^2+1)(2^4+1) \dots (2^{32}+1) = ?$

$$= 1 + \left[\frac{2^{64}-1}{2-1} \right]$$

$$= 1 + 2^{64} - 1 = 2^{64} \text{ Ans.}$$

Ques ④ $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

$$\frac{1}{\sqrt{5}+(\sqrt{2}+\sqrt{3})} \times \frac{\sqrt{5}-(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{\sqrt{5}-(\sqrt{2}+\sqrt{3})} + \frac{1}{\sqrt{5}-(\sqrt{2}+\sqrt{3})} \times \frac{\sqrt{5}+(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{\sqrt{5}+(\sqrt{2}+\sqrt{3})}$$

$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}+\sqrt{3}}{5-(5-2\sqrt{6})} + \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{5-(5-2\sqrt{6})}$$

$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{-2\sqrt{6}}$$

$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{6}} = \frac{-2\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

or

$$\frac{1}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})+\sqrt{2}} + \frac{1}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})-\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{6-2\sqrt{15}}$$

$$\frac{8-2\sqrt{15}-2}{6-2\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{3-\sqrt{15}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{5})} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Ques ② $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

$= \frac{1}{(\sqrt{2}-\sqrt{5})+\sqrt{3}} + \frac{1}{(\sqrt{2}-\sqrt{5})-\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}{(\sqrt{2}-\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{4-2\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{2-\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{5})} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ Ans.

Ques - Find $x^5 - 17x^4 + 17x^3 - 17x^2 + 17x + 18$ at $x=16$

$x^5 - 16x^4 - x^4 + 16x^3 + x^3 - 16x^2 - x^2 + 16x + x + 18$
 $x + 18 = 16 + 18 = 34$ Ans.

Ques find $x^4 - 100x^3 + 100x^2 - 100x + 500$ at $x=99$

$x^4 - 99x^3 - x^3 + 99x^2 + x^2 - 99x - x + 500$
 $-x + 500 = -99 + 500 = 401$ Ans.

Ques:- find $x^4 - 8x^3 + 8x^2 - 8x + 7$ at $x=7$

$x^4 - 7x^3 - x^3 + 7x^2 + x^2 - 7x - 2x + 7$
 $-2x + 7 = -14 + 7 = -7$ Ans.

2016 mains

Ques:- यदि $x = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$ हो तो $2x^4 - 8x^3 - 5x^2 + 26x - 28 = ?$

$x-1 = \sqrt{2} + \sqrt{3}$
 (square)

$x^2 - 2x + 1 = 5 + 2\sqrt{6}$
 $(x^2 - 2x - 4 = 2\sqrt{6})$ — ①

(square)
 $x^4 + 4x^2 + 16 - 4x^3 + 16x - 8x^2 = 24$

$x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 16x = 8$

($\times 2$)
 $2x^4 - 8x^3 - 8x^2 + 32x = 16$

$2x^4 - 8x^3 - 5x^2 + 26x - 28 = 16 + 3x^2 - 6x - 28$

(Ans. mind it) $= 3x^2 - 6x - 12$
 $= 3(x^2 - 2x - 4)$

eq-① से value $= 3(2\sqrt{6})$
 $= 6\sqrt{6}$ Ans.

Ques:- यदि $x = 1 - 2 + 2$

$$x-1 = 2^{2/3} - 2^{1/3}$$

(Cube)

$$x^3 - 1 - 3x^2 + 3x = 2^2 - 2^1 - 3 \cdot 2^{2/3} \cdot 2^{1/3} (x-1)$$

$$= 2 - 6(x-1)$$

$$= 2 - 6x + 6$$

$$x^3 - 3x^2 + 9x = 9$$

($\times 2$)

$$2x^3 - 6x^2 + 18x + 18 = 18 + 18 = 36 \text{ Ans.}$$

Ques:- यदि $x = \sqrt{2} - 1$ हो तो $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 6 = ?$

$$x+1 = \sqrt{2}$$

(square)

$$x^2 + 1 + 2x = 2$$

$$x^2 + 2x = 1 \text{ --- (1)}$$

(square)

$$x^4 + 4x^2 + 4x^3 = 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 = 1$$

$$x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 6 = 1 - x^3 - 2x^2 + x + 6$$

$$= 7 - x(x^2 + 2x - 1)$$

$$= 7 \text{ Ans.} \quad \leftarrow \text{from eq- (1)}$$

Ques:-

2^{250}

3^{150}

5^{100}

4^{200}

सबसे बड़ा

$(2^5)^{50}$

$(3^3)^{50}$

$(5^2)^{50}$

$(4^4)^{50}$

32^{50}

27^{50}

25^{50}

256^{50}

Ques:-

2^{400}

3^{300}

4^{200}

5^{100}

$(2^4)^{100}$

$(3^3)^{100}$

$(4^2)^{100}$

5^{100}

16^{100}

27^{100}

16^{100}

5^{100}

largest

Ques:- $2^{1/2}, 3^{1/3}, 4^{1/4}, 5^{1/5}$

$2^{1/2}, 3^{1/3}$

$(2^3)^{1/6}, (3^2)^{1/6}$

$3^{1/3}, 5^{1/5}$

$(3^5)^{1/15}, (5^3)^{1/15}$

$243^{1/15} > 125^{1/15}$

$3^{1/3}$ largest

$n^{1/n}$ के format में $3^{1/3}$ सबसे बड़ा होता है।

आरोही क्रम में व्यवस्थित

Q. ① $3\sqrt{4}, 5\sqrt{6}, 2\sqrt{3}$
 $= 4^{\frac{1}{3}}, 6^{\frac{1}{5}}, 3^{\frac{1}{2}}$
 $= 4^{\frac{1}{3}}, 6^{\frac{1}{5}}$
 $(4^5)^{\frac{1}{15}}, (6^3)^{\frac{1}{15}} \mid 6^{\frac{1}{5}}, 3^{\frac{1}{2}}$
 $(924)^{\frac{1}{15}}, (216)^{\frac{1}{15}} \mid (6^2)^{\frac{1}{10}}, (3^5)^{\frac{1}{10}}$
 $(36)^{\frac{1}{10}}, (243)^{\frac{1}{10}}$

Q. ② $3\sqrt{2}, \sqrt{3}, 4\sqrt{5}, 6\sqrt{7}$
 $= 2^{\frac{1}{3}}, 3^{\frac{1}{2}}, 5^{\frac{1}{4}}, 7^{\frac{1}{6}}$
 $2^{\frac{1}{3}}, 3^{\frac{1}{2}}$
 $(2^2)^{\frac{1}{6}}, (3^3)^{\frac{1}{6}}$
 $(4)^{\frac{1}{6}}, (27)^{\frac{1}{6}}$

Ques:- यदि $a = \frac{xy}{x+y}$, $b = \frac{yz}{y+z}$ तथा $c = \frac{zx}{z+x}$ हो तो $x = ?$

- (A) $\frac{2abc}{ab+bc-ac}$ (B) $\frac{2abc}{ab+ac-bc}$ (C) $\frac{2abc}{bc+ac-ab}$ (D) $\frac{2abc}{ab+bc+ca}$

Sol:- $\frac{1}{a} = \frac{x+y}{xy} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{x}{xy} + \frac{y}{xy}$

$\frac{1}{a} = \frac{1}{y} + \frac{1}{x}$ (1)

$\frac{1}{b} = \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ (2)

$\frac{1}{c} = \frac{1}{z} + \frac{1}{x}$ (3)

(1) + (3) - (2)

$\frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c} - \frac{1}{b}$

$\frac{2}{x} = \frac{bc+ab-ac}{abc}$

$x = \frac{2abc}{bc+ab-ca}$ Ans

Ques:- यदि $x^2 = y+z$
 $y^2 = x+z$ हो तो $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1} = ?$
 $z^2 = x+y$

$x^2 + x = y+z+x$

$x(1+x) = y+z+x$

$\frac{x}{x+y+z} = \frac{1}{1+x}$

दूसरी गुंजार $\frac{y}{x+y+z} = \frac{1}{1+y}$

$\frac{z}{x+y+z} = \frac{1}{1+z}$

$\frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{x+y+z} + \frac{z}{x+y+z}$
 $\frac{x+y+z}{x+y+z} = 1$

(value $x=y=z=2$)

Ques:- यदि $\frac{x^2}{by+cz} = \frac{y^2}{ax+cz} = \frac{z^2}{ax+by} = 1$ हो तो $\frac{a}{a+x} + \frac{b}{b+y} + \frac{c}{c+z} = ?$

Sol:- $ax+x^2 = ax+by+cz$

$x(ax) = ax+by+cz$

$\frac{ax}{ax+by+cz} = \frac{1 \times a}{a+x}$

$\frac{by}{ax+by+cz} = \frac{b}{b+y}$

$\frac{cz}{ax+by+cz} = \frac{c}{c+z}$

add = 1 Ans.

Value:- $(a=b=c=1)$
 $x=y=z=2$

Ques:- यदि $a^x = b^y = c^z$ हो तथा $\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$ हो तो $\frac{2z}{x+z} = ?$

(A) $\frac{y}{x}$

(B) $\frac{x}{y}$

(C) $\frac{x}{z}$

(D) $\frac{z}{x}$

Sol:-

$a^x = b^y = c^z = k$

$b^2 = ac$

$a^x = k$

$a = k^{\frac{1}{x}}$

$b = k^{\frac{1}{y}}$

$c = k^{\frac{1}{z}}$

$k^{\frac{2}{y}} = k^{\frac{1}{x}} \cdot k^{\frac{1}{z}}$

$\frac{2}{y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{z}$

$\frac{2z}{y} = \frac{x+z}{xz}$

$\frac{2z}{x+z} = \frac{y}{x}$

Ques यदि $2^x = 4^y = 8^z$ तथा $xyz = 288$ हो तो $\frac{1}{2^x} + \frac{1}{4^y} + \frac{1}{8^z} = ?$

$2^x = 2^{2y} = 2^{3z}$
 $x = 2y = 3z = k$

$x = \frac{k}{1} \rightarrow 12$

$y = \frac{k}{2} \rightarrow 6$

$z = \frac{k}{3} \rightarrow 4$

$xyz = 288$

$k \times \frac{k}{2} \times \frac{k}{3} = 288 \times 2$

$k^3 = 12 \times 12 \times 12$

$k = 12$

$= \frac{1}{2^{12}} + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^4}$

$= \frac{4+4+3}{96} = \frac{11}{96}$ Ans.

Ques:- यदि $\frac{x}{6} = \frac{y-3}{8} = \frac{z-5}{12}$ तथा $x+y+z = 21$ हो तो $yz = ?$

Sol:-

$$\frac{x}{6} = \frac{y-3}{8} = \frac{z-5}{12} = k$$

$$x = 6k \quad \rightarrow 3$$

$$y = 8k + 3 \quad \rightarrow 7$$

$$z = 12k + 5 \quad \rightarrow 11$$

$$x+y+z = 21$$

$$6k + 8k + 3 + 12k + 5 = 21$$

$$26k + 8 = 21$$

$$26k = 13$$

$$k = \frac{1}{2}$$

$$yz = 7 \times 11$$

$$= 77 \text{ Ans.}$$

Ques:- यदि $x-y = \frac{x+y}{7} = \frac{xy}{4}$ हो तो $xy = ?$

$$x-y = \frac{x+y}{7} = \frac{xy}{4} = k$$

$$x-y = k$$

$$x+y = 7k$$

$$\frac{x-y = k}{x+y = 7k}$$

$$x = 4k$$

$$y = 3k$$

$$xy = 4k \times 3k = 12k^2$$

$$k = \frac{1}{3}$$

$$xy = \frac{4}{3} \text{ Ans.}$$

Ques:- यदि $\frac{a}{1-a} + \frac{b}{1-b} + \frac{c}{1-c} = 1$ हो तो $\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{1-c} = ?$

$$\frac{\frac{a}{1-a} + 1}{\frac{a+1-a}{1-a}} + \frac{\frac{b}{1-b} + 1}{\frac{b+1-b}{1-b}} + \frac{\frac{c}{1-c} + 1}{\frac{c+1-c}{1-c}} = 1+3$$

$$\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{1-c} = 4$$

Ques:- यदि $\frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+2} + \frac{z}{z+3} = 1$ हो तो $\frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+2} + \frac{z}{z+3} = ?$

$$\frac{\frac{x}{x+1} - 1}{\frac{x-x-x}{x+1}} + \frac{\frac{y}{y+2} - 1}{\frac{y-y-y}{y+2}} + \frac{\frac{z}{z+3} - 1}{\frac{z-z-z}{z+3}} = 1-3$$

$$\frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+2} + \frac{z}{z+3} = -2$$

$$\frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+2} + \frac{z}{z+3} = 2 \text{ Ans.}$$

Ques:- यदि $\frac{a^2-bc}{a^2+bc} + \frac{b^2-ac}{b^2+ac} + \frac{c^2-ab}{c^2+ab} = 1$ हो तो $\frac{a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2}{b^2+ac} + \frac{c^2}{c^2+ab} = ?$

Sol:-

$$\frac{\frac{a^2-bc}{a^2+bc} + 1}{\frac{a^2-bc+bc+a^2}{a^2+bc}} + \frac{\frac{b^2-ac}{b^2+ac} + 1}{\frac{b^2-ac+ac+b^2}{b^2+ac}} + \frac{\frac{c^2-ab}{c^2+ab} + 1}{\frac{c^2-ab+ab+c^2}{c^2+ab}} = 1+3$$

$$\frac{a^2-bc+bc+a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2-ac+ac+b^2}{b^2+ac} + \frac{c^2-ab+ab+c^2}{c^2+ab} = 4$$

$$\frac{2a}{a^2+bc} + \frac{2b}{b^2+ac} + \frac{2c}{c^2+ab} = \frac{4}{2} = 2 \text{ Ans.}$$

Ques:- यदि $\frac{a}{3-5a} + \frac{b}{3-5b} + \frac{c}{3-5c} = 1$ हो तो $\frac{1}{3-5a} + \frac{1}{3-5b} + \frac{1}{3-5c} = ?$

(x5) $\frac{5a}{3-5a} + 1 + \frac{5b}{3-5b} + 1 + \frac{5c}{3-5c} + 1 = 5 + 3 \left(\frac{5a+3-5a}{3-5a} \right)$
 $\frac{3}{3-5a} + \frac{3}{3-5b} + \frac{3}{3-5c} = 8$ ← सभी ऊपर
 $\frac{1}{3-5a} + \frac{1}{3-5b} + \frac{1}{3-5c} = \frac{8}{3}$ Ans

Ques:- यदि $\frac{4x-3}{x} + \frac{4y-3}{y} + \frac{4z-3}{z} = 0$ हो तो $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = ?$

$$\Rightarrow \frac{4x}{x} - \frac{3}{x} + \frac{4y}{y} - \frac{3}{y} + \frac{4z}{z} - \frac{3}{z} = 0$$

$$12 = 3 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$$

Ques:- यदि $\frac{3-5x}{x} + \frac{3-5y}{y} + \frac{3-5z}{z} = 0$ हो तो $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = ?$

$$\frac{3}{x} - \frac{5x}{x} + \frac{3}{y} - \frac{5y}{y} + \frac{3}{z} - \frac{5z}{z} = 0$$

$$3 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = 15$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 5 \text{ Ans.}$$

Ques:- $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{16+6\sqrt{7}} - \sqrt{16-6\sqrt{7}}} = ?$

$$\frac{\sqrt{16+6\sqrt{7}}}{2 \cdot 3\sqrt{7}} = \frac{3+\sqrt{7}}{2 \cdot 3\sqrt{7}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{7}}{3+\sqrt{7}-(3-\sqrt{7})} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = \frac{1}{2} \text{ Ans.}$$

Ques:- यदि $x = 5 + 2\sqrt{6}$ तथा $xy = 1$ हो तो $\frac{x^2 + 3xy + y^2}{x^2 - 3xy + y^2} = ?$

Sol:- $y = \frac{1}{x}$

$$y = \frac{1}{5+2\sqrt{6}} = 5-2\sqrt{6}$$

$$(x+y) = 5+5 = 10$$

$$\frac{(x+y)^2 + xy}{(x+y)^2 - 3xy} = \frac{100 + 1}{100 - 3} = \frac{101}{97}$$

Ques: ① यदि $x = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$ हो तो $x^4 + \frac{1}{x^4} = ?$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} + \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$$

$$= \frac{9 - 4\sqrt{5} + 9 + 4\sqrt{5}}{1} = 18$$

$$\hookrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = (18)^2 - 2 = 322$$

$$\hookrightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = (322)^2 - 2 \quad \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

Ques: - $(2 - \frac{1}{3})(2 - \frac{3}{5})(2 - \frac{5}{7}) \dots (2 - \frac{997}{999}) = ?$

Sol: - $= \frac{5}{3} \times \frac{7}{5} \times \frac{9}{7} \dots \frac{1001}{999}$

$$= \frac{1001}{3}$$

Ques: - $\frac{3}{1^2 \times 2^2} + \frac{5}{2^2 \times 3^2} + \frac{7}{3^2 \times 4^2} + \dots + \frac{19}{9^2 \times 10^2} = ?$

$$\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{9^2} - \frac{1}{10^2}$$

$$= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$$

Ques: ③ $(1 - \frac{1}{n+1}) + (1 - \frac{2}{n+1}) + (1 - \frac{3}{n+1}) + \dots + (1 - \frac{n}{n+1}) = ?$

$$n - \frac{1}{n+1} [1 + 2 + 3 + \dots + n]$$

$$n - \frac{1}{n+1} \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]$$

$$n - \frac{n}{2} = \frac{n}{2} \quad \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

10/16 mains

Ques: - यदि $x = \sqrt{a \sqrt[3]{b \sqrt{a \sqrt[3]{b \dots \infty}}}}$ हो तो $x = ?$

Sol: - $x = \sqrt{a \sqrt[3]{bx}}$

$$x^2 = a(bx)^{\frac{1}{3}}$$

$$x^6 = a^3 \cdot bx$$

$$x^5 = a^3 \cdot b$$

$$x = (a^3 b)^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{a^3 b} \quad \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

Ques:- यदि $x = \sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}}$ हो तो $x^3 + 3bx =$

(Cube)
 $\rightarrow x^3 = a + \sqrt{a^2 + b^3} + a - \sqrt{a^2 + b^3} + 3(a + \sqrt{a^2 + b^3})^{\frac{1}{3}}(a - \sqrt{a^2 + b^3})^{\frac{1}{3}}(x)$

$$x^3 = 2a + 3 \left[(a + \sqrt{a^2 + b^3})(a - \sqrt{a^2 + b^3}) \right]^{\frac{1}{3}} (x)$$

$$x^3 = 2a + 3 [a^2 - a^2 - b^3]^{\frac{1}{3}} (x)$$

$$x^3 = 2a - 3bx$$

$$x^3 + 3bx = 2a \text{ Ans.}$$

Ques:- यदि $(x-a)(x-2a)(x-3a)(x-4a) + K a^4$ एक पूर्ण वर्ग है तो $K = ?$

- (A) 1 (B) 27 (C) 16 (D) 81

Sol:- $\left\{ \begin{array}{l} x=0 \\ a=1 \end{array} \right\}$ $(1 \times 2 \times 3 \times 4) + K$
 $24 + K$ $K=1$ Ans.

Ques-① यदि $a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{c} = c + \frac{1}{a}$ हो तो $a \neq b \neq c$ हो तो $abc = ?$

Ques-② यदि $a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{c} = c + \frac{1}{a} = 1$ हो तो $abc = ?$

Ques-③ यदि $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 3$ & $\frac{x^2}{b} - \frac{y}{a} = 9$ हो तो $\frac{x}{y} = ?$
 (in form of a & b)

Ques-④ यदि $a^3 + 3a^2 + 9a \neq 1$ हो तो $a^3 + \frac{3}{a} = ?$

Ques-⑤ यदि $\left. \begin{array}{l} 3x + 5y + 7z = 49 \\ 9x + 8y + 21z = 126 \end{array} \right\}$ हो तो $y = ?$

Sol:- ⑤ $z = 0$ रखने पर

$$3x + 5y = 49 \text{ --- (1)}$$

$$9x + 8y = 126 \text{ --- (2)}$$

$$\times 3 \quad 9x + 15y = 147$$

$$9x + 8y = 126$$

$$7y = 21$$

$$y = \frac{21}{7} = 3 \text{ Ans.}$$

Sol-① $a - b = \frac{1}{c} - \frac{1}{b} = \frac{b-c}{bc}$ --- (1)

$b - c = \frac{a-c}{ab}$ --- (2), $c - a = \frac{a-b}{ab}$ --- (3)

1. $a^2 + b^2 + c^2$

$$1 = \frac{1}{a^2 b^2 c^2} \Rightarrow abc = \pm 1$$

Sol - (4) $a^2 + 3a^2 + 9a = 1$ — (1)

(divide by a

$$a^2 + 3a + 9 = \frac{1}{a}$$

($\times 3$)

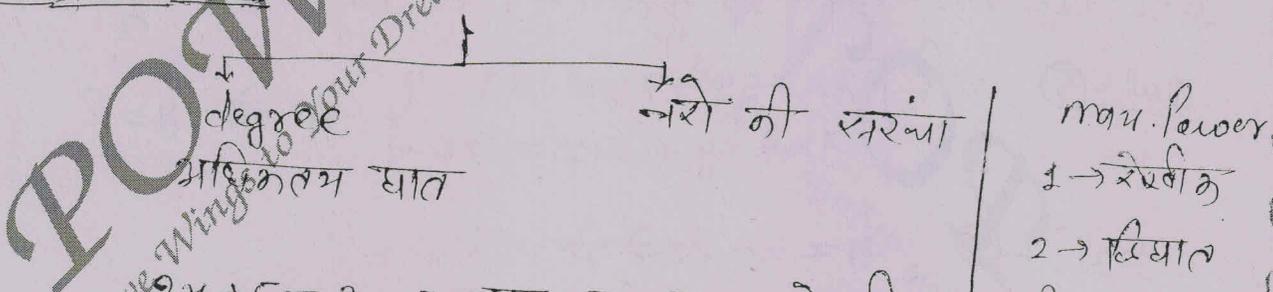
$$3a^2 + 9a + 27 = \frac{3}{a}$$
 — (2)

(1) - (2)

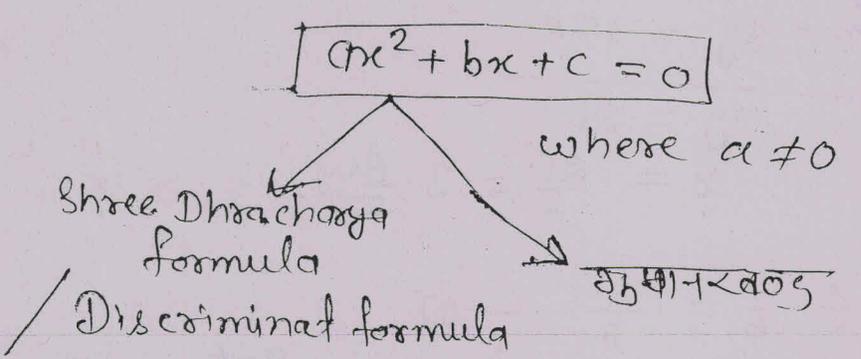
$$a^3 - 27 = 1 - \frac{3}{a}$$

$$a^3 + \frac{3}{a} = 28$$
 Ans.

* द्विघात समीकरण :-



- $2x + 5 = 3 \rightarrow$ एक चर वाला रेखीक समी.
- $3x + 2y = 5 \rightarrow$ दो " " " "
- $3x^2 + 9x + 7 = 0 \rightarrow$ एक चर वाला द्विघात समी.



- (1) पूर्ण वर्ग बनाना: - (i) x^2 के गुणांक को एक बनाएंगे।
 (ii) x के गुणांक के आधे का वर्ग दोनों पक्षों में जोड़ेंगे।

$$ax^2 + bx + c = 0$$

divide by a $\left\{ \begin{array}{l} \frac{b}{a} \\ \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \end{array} \right.$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = \frac{b^2}{4a^2}$$

$$x^2 + 2x \left(\frac{b}{2a}\right) + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b}{2a} + \frac{\pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$* \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{द्वारा चाय सूत्र}$$

(i) $x^2 + 5x + 6 = 0$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$$

$$= \frac{-5 \pm 1}{2}$$

$$\frac{-5 - 1}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \quad \left| \quad \frac{-5 + 1}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \right.$$

(ii) $x^2 - x + 6 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 24}}{2}$$

$$= \frac{1 \pm 5}{2}$$

$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \searrow \\ 3 \quad \quad -2 \end{array}$$

(iii) $x + 2 = 6x^2$

$$6x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$$

(iv) $8x - 2x^2 = 5$

$$2x^2 - 8x + 5 = 0 \quad x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4(2)(5)}}{2 \times 2} = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} \begin{array}{l} \swarrow \quad \searrow \\ \frac{4 + \sqrt{8}}{2} \\ \frac{4 - \sqrt{8}}{2} \end{array}$$

$$(1) x^2 + 5x + 6 = 0$$

गुणनखण्ड

$$x^2 + 2x + 3x + 6 = 0$$

$$x(x+2) + 3(x+2) = 0$$

$$(x+2)(x+3) = 0$$

$$x = -2, -3$$

$$(ii) x^2 - x - 6 = 0$$

$$x^2 + 2x - 3x - 6 = 0$$

$$x(x+2) - 3(x+2) = 0$$

$$(x+2)(x-3) = 0$$

$$x = 3, -2$$

$$(iii) 2x^2 - 8x + 5 = 0$$

$$\alpha + 10x^2$$

$$(10 \times 1)$$

$$(2 \times 5)$$

की धराचार्य से

(i) प्रत्येक द्विघात समीकरण गुणनखण्ड के तरीके से हल नहीं किया जा सकता, परन्तु श्री धराचार्य द्वारा सभी समीकरणों में लागू होगा।

(ii) दोनो तरीके से प्राप्त x के मान समीकरण के मूल कहलाते हैं।

(iii) द्विघात समीकरण के अधिकतम दो मूल हो सकते हैं।

(iv) यदि किसी समीकरण का एक मूल $a + \sqrt{b}$ है तो दूसरा मूल $a - \sqrt{b}$ होगा, जहाँ \sqrt{b} एक अपरिमित स्वरूपा है।

* मूलों की प्रकृति :-

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Discriminant (विवेक) $D = b^2 - 4ac$

- (i) $b^2 - 4ac > 0$ दो वास्तविक व भिन्न-भिन्न मूल
- (ii) $b^2 - 4ac = 0$ दो समान मूल [प्रत्येक मूल का मान = $\frac{-b}{2a}$]
- (iii) $b^2 - 4ac < 0$ काल्पनिक मूल

NOTE: (i) यदि किसी द्विघात समी. $ax^2 + bx + c = 0$ के दो मूल α व β हैं तो

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{मूलों का योग } (\alpha + \beta) = \frac{-b}{a} \\ \text{मूलों का गुणा } (\alpha\beta) = \frac{c}{a} \end{array} \right\}$$

Ex:- $x^2 + 5x + 6 = 0$
 SOR = $\frac{-5}{1} = -5$
 POR = $\frac{6}{1} = 6$

(ii) वह द्विघात समीकरण जिसके दो मूल α व β हैं $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

$x^2 - (-3+2)x + (-3 \times 2) = 0$
ex:- वह द्विघात समी. ज्ञात करे जिसके मूल -3 तथा -2 हैं।

$$x^2 - (-3+2)x + (-3 \times 2) = 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

* त्रिघात समी:-

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

तीन मूल $\Rightarrow \alpha, \beta, \gamma$

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a} \\ \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a} \\ \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a} \end{cases}$$

Que:- यदि किसी समी. $x^3 + 2x + 5x + 1 = 0$ के तीन मूल $a, b,$
 हैं तो $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ का मान ज्ञात करें?

Sol:- $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)^3 - (a^2+b^2+c^2 - ab - bc - ca)$

$$a+b+c = -2$$

$$ab+bc+ca = 5$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$4 - 10 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$\text{Value put } a^2 + b^2 + c^2 = -6$$

$$\rightarrow (-2)^3 - (-6 - 5) = -2 \times -11 = 22 \text{ Ans.}$$

$$\text{समी} \Rightarrow * x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x - (\alpha\beta\gamma) = 0$$

Que:- यदि किसी समी. $x^2 - 2x + 5 = 0$ के दो मूल α व β
 तो कौन समी. ज्ञात कीजिए जिसके दो मूल α^3 व
 β^3 हों?

Sol:- $x^2 - (\alpha^3 + \beta^3)x + (\alpha\beta)^3 = 0$

$$x^2 - 2x + 5$$

$$\alpha\beta = 5$$

$$\alpha + \beta = 2$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= (2)^3 - 3 \times 5 \times 2$$

$$= -22$$

$$x^2 + 22x + 125 = 0 \text{ Ans.}$$

$$\left\{ \begin{aligned} (\alpha + \beta)^3 &= \alpha^3 + \beta^3 + 3\alpha\beta \end{aligned} \right.$$

Ques:- एक द्विघात समीकरण $x^2 - x - 1 = 0$ के दो मूल α व β हैं, तो वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके दो मूल α^5 तथा β^5 हों?

Sol:-

$$\alpha + \beta = 1$$

$$\alpha\beta = -1$$

$$x^2 - (\alpha^5 + \beta^5)x + (\alpha\beta)^5 = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$\alpha^5 + \beta^5 = (\alpha^2 + \beta^2)(\alpha^3 + \beta^3) - \alpha^2\beta^2(\alpha + \beta) \quad \text{--- (2)}$$

Value put- (2) $(\alpha^2 + \beta^2)(\alpha^3 + \beta^3) = \alpha^5 + \alpha^2\beta^3 + \beta^2\alpha^3 + \beta^5$

$$= (8 \times 4) - 1$$

$$= 11$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= 1 - 2(-1) = 3$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= 1 + 3(-1)(1) = 4$$

एव- (1) में value put

$$x^2 - 11x - 1 = 0$$

* द्विघात व्यंजक का अधिकतम / न्यूनतम मान:-

$$\left. \begin{array}{l} (a > 0) \\ \downarrow \\ \text{min} \\ \frac{4ac - b^2}{4a} \\ \downarrow \\ \text{max} \end{array} \right\} \begin{array}{l} ax^2 + bx + c \\ (a < 0) \end{array}$$

(i) $x^2 + 3x + 1$

$$\text{min} = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$= \frac{4 \times 1 \times 1 - (3)^2}{4 \times (1)} = \frac{-5}{4}$$

(ii) $(x+9)(x+2) = x^2 + 11x + 18$

$$\text{min} = \frac{(4 \times 1 \times 18) - (11)^2}{4(1)} = -\frac{49}{4}$$

(iii) $(2-x)(x+3) = -x^2 - x + 6$

$$\text{max} = \frac{4(-1)(6) - (-1)^2}{4(-1)} = \frac{-25}{-4} = \frac{25}{4}$$

Ques: - यदि $x = \sqrt{-1 - \sqrt{-1 - \sqrt{-1 - \dots}}}$ है तो $x^4 + x^5 = ?$

$$x = \sqrt{-1 - x}$$

$$x^2 = -1 - x$$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

* $\alpha^2 = \beta$ या $\beta^2 = \alpha$

$$\alpha^4 + \alpha^5$$

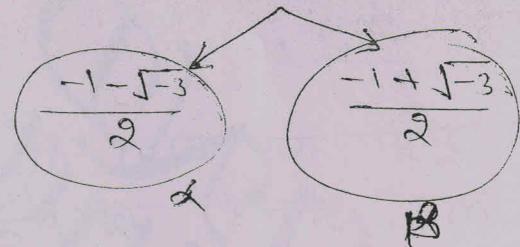
$$\alpha^2 \cdot \alpha^2 + \alpha^2 \cdot \alpha^2 \cdot \alpha$$

$$\beta^2 + \beta^2 \cdot \alpha$$

$$\alpha + \alpha \cdot \alpha$$

$$\alpha + \beta = \frac{-1}{1} = -1$$

Ans



Ques - (2) यदि $x^2 + x + 1 = 0$ के दो मूल α व β हैं तो $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = ?$

Sol: - $\frac{\beta}{\beta} + \frac{\alpha}{\alpha} = 2$

Ques: - यदि $x + \frac{1}{x} = 3$ है तो $(x-3)^7 + \frac{1}{x^7} = ?$

- (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

Sol: -

Ques: - ~~2~~ $2(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 9(x + \frac{1}{x}) + 14 = 0$, x के अलग-अलग मान ज्ञात करें?

Sol: माना $\Rightarrow \left. \begin{aligned} x + \frac{1}{x} &= A \\ x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 &= A^2 \\ x^2 + \frac{1}{x^2} &= A^2 - 2 \end{aligned} \right\}$

$$2(A^2 - 2) - 9(A) + 14 = 0$$

$$2A^2 - 4 - 9A + 14 = 0$$

$$2A^2 - 9A + 10 = 0$$

$$2A^2 - 4A - 5A + 10 = 0$$

$$2A(A-2) - 5(A-2) = 0$$

$$(A-2)(A-5) = 0 \quad A = 2, \frac{5}{2}$$

$$x + \frac{1}{x} = 2$$

$$\frac{x^2+1}{x} = 2$$

$$x^2+1 = 2x$$

$$x^2-2x+1=0$$

$$x^2-x-x+1=0$$

$$x(x-1)-1(x-1)=0$$

$$x=1, 1$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{x^2+1}{x} = \frac{5}{2}$$

$$2x^2+2 = 5x$$

$$2x^2-5x+2=0$$

$$2x^2-4x-x+2=0$$

$$2x(x-2)-1(x-2)=0$$

$$x = 2, \frac{1}{2}$$

तीन मान $\Rightarrow 1, 2, \frac{1}{2}$ Ans.

Que:- एक द्विघात समीकरण के मूलों का योग 10 है, तथा गुणनफल 20 है, तो उन मूलों का अंतर क्या होगा?

(A) $2\sqrt{5}$

(B) $-2\sqrt{5}$

(C) $\pm 2\sqrt{5}$

(D) None of these

$$\alpha + \beta = 10 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta = 100$$

$$\alpha\beta = 20$$

$$\alpha + \beta^2 = 60$$

$$(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta$$

$$= 60 - 2 \times 20$$

$$(\alpha - \beta)^2 = 20$$

{ अंतर लिखा
केवल तो + }

$$\alpha - \beta = \pm\sqrt{20} = \pm 2\sqrt{5}$$

Ans $\rightarrow 2\sqrt{5}$

Que:-

$$x = \sin \theta$$

$$y = \cos \theta$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = ?$$

(a) 1

(b) -1

$$\sqrt{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta} = \sqrt{1} = 1$$

(c) ± 1

(d) None of these

Que:-

$$x = \sqrt{4 + \sqrt{4 + \dots \infty}}$$

$$x = \sqrt{4 + x}$$

$$x^2 = 4 + x$$

$$x^2 - x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2} = \frac{1 + \sqrt{17}}{2} \text{ (Ans)}$$

Formula $\left\{ \frac{\sqrt{4x+1} \pm 1}{2} \right\}$

\leftarrow $\sqrt{}$ में value है स्थिति
Ans हमेशा + वाला

Ques: - यदि समी. $4x^2 - 3kx + 1 = 0$ के दो मूल α व β हों तो $k = ?$

मूल समान हैं $\rightarrow b^2 - 4ac = 0$
 $(-3k)^2 - 4(4)(1) = 0$
 $9k^2 = 16$
 $k^2 = \frac{16}{9}$
 $k = \pm \frac{4}{3}$ Ans.

Ques: यदि $x^2 - x - 4 = 0$ के दो मूल α व β हों तो $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} - \alpha\beta = ?$

$\alpha + \beta = 1$
 $\alpha\beta = -4$

$\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} - \alpha\beta$
 $= \frac{1}{-4} + 4 = \frac{-1 + 16}{-4}$
 $= \frac{15}{-4} = -\frac{15}{4}$ Ans.

Ques: - यदि $x + y = 10$ है तो xy का अधिकतम मान = ?

x \swarrow 10 \searrow y
 5 $1:1$ 5

$xy = 5 \times 5 = 25$

Ques: यदि $x + y = 20$ तो $x^3 y^2$ का अधिकतम मान = ?

$x^3 y^2 = (12)^3 \cdot (8)^2$

Ques: - यदि $x + y = 30$ है तो $x^4 y^2$ का अधिकतम मान = ?

$x^4 y^2 = 20^4 \cdot 10^2$ Ans.

x \swarrow 30 \searrow y
 20 $4:2$ 10

Ques: - दो लोगो ने एक स्थिर समी. हल किया पहले स्थिरांक में गलती की तथा उसे मूल 10 व 18 प्राप्त हुए, दूसरे व्यक्ति ने x के गुणांक में गलती की तथा उसे मूल 8 व 24 प्राप्त हुए, तो सही मूल क्या थे ?

- (A) 16, 12 (B) -16, 12 (C) 16, -12 (D) -16, -12

Q.1:-

$$ax^2 + bx + c = 0$$

1st person \rightarrow (C) α

sum of roots $(\alpha + \beta) = 10 + 18 = 28$

2nd person \rightarrow (b) α

product of roots $(\alpha\beta) = 8 \times 24 = 192$

Ans \rightarrow 16, 12 \checkmark

$$ax^2 + bx + c$$

$$b^2 - 4ac > 0$$

x के दो (2) value प्राप्त होंगे।

यदि a - अक्ष को 2-बार काटेगा

न तो हमेशा \oplus ve

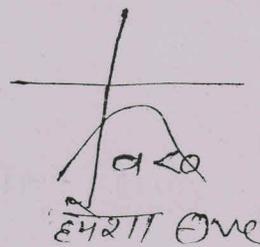
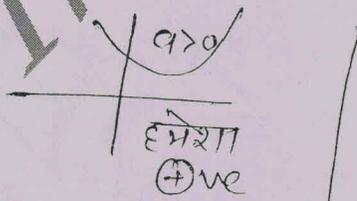
न हमेशा \ominus ve

$$b^2 - 4ac < 0$$

x के काल्पनिक मान

पहले a - अक्ष को छूने के लिए

नहीं करेगा।
यदि a तो हमेशा \oplus ve या
फिर हमेशा \ominus ve



Q.2:- विद्यमान व्यंजक $ax^2 + bx + c$ किस स्थिति में हमेशा धनात्मक होगा।

(A) $b^2 - 4ac > 0$ व $a > 0$

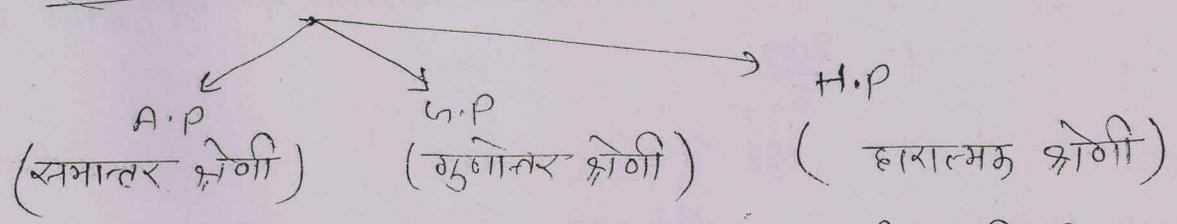
(B) $b^2 - 4ac > 0$ व $a < 0$

(C) $b^2 - 4ac < 0$ व $a > 0$

(D) $b^2 - 4ac < 0$ व $a < 0$

श्रेणीकरण
CLASSIFICATION

* श्रेणी *



समान अंतर श्रेणी (A.P.) समान अंतर से घटे या बढ़ने वाली श्रेणी को समान श्रेणी कहते हैं।

- ex:- ① 1, 5, 9, 13, 17 --- d = 4
- ② 11, 8, 5, 2, -1, -4 --- d = -3

समान अंतर की साव अंतर मही जता है (d)

nth वाँ पद a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d, ...

$$a_n = a + (n-1)d$$

- n → पदों की संख्या
- d → साव अंतर
- a → प्रथम पद

Ques:- 11, 7, 3, ... का 20वाँ पद ज्ञात करें?

$$\begin{aligned}
 &= 11 + (20-1)(-4) \\
 &= 11 + 19 \times (-4) \\
 &= 11 - 76 = -65 \text{ Ans.}
 \end{aligned}$$

Ques:- 5, 17, ... 89 में पदों की संख्या ज्ञात करें

$$\begin{aligned}
 89 &= 5 + (n-1)6 && \begin{array}{l} \text{or} \\ \frac{89-5}{6} + 1 \end{array} \\
 84 &= 6n - 6 \\
 90 &= 6n \\
 15 &= n && 14 + 1 = 15
 \end{aligned}$$

Ques:- 100 और 500 के मध्य 6 से विभाजित संख्याओं की संख्या ज्ञात करें?

$$\begin{aligned}
 &102, 108, \dots, 498 && \begin{array}{l} \text{or} \\ \frac{100}{6} \quad \frac{500}{6} \end{array} \\
 a_n &= a + (n-1)d && 16 \quad 83 \\
 498 &= 102 + (n-1)6 && 83 - 16 = 67 \\
 \frac{396}{6} &= n-1 \\
 n &= 67
 \end{aligned}$$

Ques:- 200 से 700 तक 6 से विभाजित सं. ज्ञात करें?

$$\frac{200}{6} \qquad \frac{700}{6}$$

33

116

$$116 - 33 = 83$$

Ques:- 200 से 1200 तक 6 से विभाजित सं. ?

Sol:-

$$\frac{199}{6} \qquad \frac{1201}{6}$$

33

200

$$200 - 33 = 167$$

Ques:- 200 और 400 के मध्य 2 या 3 से विभाजित सं. ज्ञात करें?

Sol:-

$$\frac{200}{2} \qquad \frac{400}{2} \qquad \frac{200}{3} \qquad \frac{400}{3} \qquad \frac{200}{6} \qquad \frac{400}{6}$$

100

200

66

133

33

66

$$200 - 100 = 100$$

$$200 - 66 = 133$$

33

66

$$66 - 33 = 33$$

$$(99 + 67 - 33)$$

Ques:- 300 और 800 के मध्य 3 या 4 से विभाजित सं. ज्ञात करें?

Sol:-

$$\frac{300}{3} \qquad \frac{800}{3} \qquad \frac{300}{4} \qquad \frac{800}{4} \qquad \frac{300}{12} \qquad \frac{800}{12}$$

100

266

75

199

25

66

166

124

41

$$166 + 124 - 41 = 249$$

Ques:- 300 से 400 तक 3 या 4 से विभाजित सं. ज्ञात करें?

Sol:-

$$\frac{299}{3} \qquad \frac{401}{3} \qquad \frac{299}{4} \qquad \frac{401}{4} \qquad \frac{299}{12} \qquad \frac{401}{12}$$

99

133

74

100

24

33

34

26

9

$$(34 + 26 - 9)$$

$$= 51 \text{ Ans.}$$

समान्तर श्रेणी के n पदों का योग :->

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$
$$= \frac{n}{2} [1^{st} + \text{last term}]$$

Ques:- 3, 7, 11, --- के 19 पदों का योग ज्ञात करें?

$$S_n = \frac{19}{2} [2 \times 3 + (19-1)4]$$
$$= \frac{19}{2} [6 + 18 \times 4]$$
$$= \frac{19}{2} [6 + 72]$$
$$= \frac{19}{2} \times 78 = 19 \times 39 = 741 \text{ Ans.}$$

Ques:- 5 + 11 + 17 + --- + 89 = ?

पदों की सं. $\Rightarrow 89 = 5 + (n-1)6$
 $n = 15$

$$S_{15} = \frac{15}{2} [5 + 89] = 15 \times 47 = 705$$

mind it

Ques:- एक समान्तर श्रेणी का m वॉ पद $\frac{1}{n}$ है, तथा उसी श्रेणी का n वॉ पद $\frac{1}{m}$ है, तो समान्तर श्रेणी के 'mn' पदों का योग ज्ञात करें?

Sol:-

$$a + (m-1)d = \frac{1}{n} \text{ --- (1)}$$

$$a + (n-1)d = \frac{1}{m} \text{ --- (2)}$$

$$\text{(1) - (2)} \quad (m-n)d = \frac{1}{n} - \frac{1}{m} = \frac{m-n}{mn}$$

$$d = \frac{1}{mn}$$

from eq-1

$$a + \frac{m-1}{mn} = \frac{1}{n}$$

$$a = \frac{1}{n} - \frac{m-1}{mn}$$

$$a = \frac{m-m+1}{nm} = \frac{1}{mn}$$

$$S_{mn} = \frac{mn}{2} \left[\frac{1}{mn} + \frac{(mn-1)}{mn} \right]$$

$$= \frac{1}{2} [2 + mn - 1] = \frac{1}{2} (mn + 1) \text{ Ans}$$

Ques:- एक समांतर श्रेणी का 25 वाँ पद 216 है, तथा उसी समांतर श्रेणी का 19 वाँ पद 180 है तो समांतर श्रेणी का 5 वाँ पद ज्ञात करें?

Sol:-

$$\begin{aligned} a + 24d &= 216 \\ a + 18d &= 180 \\ \hline 6d &= 36 \\ d &= 6 \\ a + 108 &= 180 \\ a &= 72 \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} a + 4d \\ = 72 + 4 \times 6 \\ = 96 \end{aligned} \right.$$

NOTE (1) किसी भी समांतर श्रेणी का n वाँ पद हमेशा एक रेखीय व्यंजक होता है।

यदि $a_n = An + B$ (यदि किसी AP का n वाँ पद $3n + 5$ है तो $d = A$)

(2) किसी भी AP के n पदों का योग हमेशा एक द्विघात व्यंजक है।

$$S_n = An^2 + Bn$$

$$d = 2A$$

या किसी AP के n पदों का योग $3n^2 + 7n$ है तो $d = ?$

$$S_n = 3n^2 + 7n$$

$$(a_1) S_1 = 10$$

$$(a_1 + a_2) S_2 = 26$$

$$S_2 - S_1 = a_2 = 16$$

$$d = a_2 - a_1$$

$$= 16 - 10 = 6$$

$$\begin{aligned} d &= 2A \\ &= 2 \times 3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

* समांतर माध्य (AM) :-

}	सख्याएँ	AM
	a, b	$\frac{a+b}{2}$
	a, b, c	$\frac{a+b+c}{3}$
	a, b, c, d	$\frac{a+b+c+d}{4}$

1) यदि a, b, c AP में हैं, तो b, a व c का समांतर माध्य होगा।

$$* \left| b = \frac{a+c}{2} \right|$$

(2) किन्हीं दो संख्याओं a व b के मध्य n समांतर माध्य निकालने के लिए सार्वअंतर

$$d = \frac{b-a}{n+1} \text{ होगा}$$

Ques:- 3 और 31 के मध्य छः समांतर माध्य ज्ञात करें?

$$3 \quad \overset{7}{\underset{d}{\updownarrow}} \quad \overset{11}{\underset{d}{\updownarrow}} \quad \overset{15}{\underset{d}{\updownarrow}} \quad \overset{19}{\underset{d}{\updownarrow}} \quad \overset{23}{\underset{d}{\updownarrow}} \quad \overset{27}{\underset{d}{\updownarrow}} \quad 31$$

$$n = 31 - 3$$

$$d = \frac{28}{7} = 4$$

$$\left\{ d = \frac{b-a}{n-1} \right\}$$

Ques ① 7 से विभाजित 3 अंकों की सभी संख्याओं का योग ज्ञात करें?

Ques-② 50 और 248 के मध्य 4 से विभाजित संख्याओं का योग ज्ञात करें?

Ques-③ एक आदमी, 3 महिलाएँ और 4 बच्चे किसी काम को 96 घण्टे में पूरा करते हैं, 2 आदमी व 8 बच्चे उसका 80 घण्टे में करते हैं, और 2 आदमी व 3 महिला उसी काम को 120 घण्टे में करते हैं, तो ज्ञात कीजिए की 10 आदमी और 5 महिलाएँ मिलकर काम को कितने घण्टे में करेंगे?

Sol:- ①

$$\begin{array}{r} 100 \quad \quad \quad 999 \\ \hline 1000 \\ \hline 14 \quad \quad \quad 1499 \end{array}$$

$$n = 1499 - 100 = 1400$$

$$\text{श्रेणी} \rightarrow 100, 104, \dots, 994$$

$$\text{योग} = \frac{n}{2} [I^{st} + \text{last}]$$

$$= \frac{1400}{2} [100 + 994] = 700 \times 1094 = 765800$$

Sol - ②

$$\begin{array}{r} 51 \quad \quad \quad 247 \\ \hline 4 \quad \quad \quad 4 \\ \hline 12 \quad \quad \quad 61 \end{array}$$

$$n = 61 - 12 = 49$$

$$\text{श्रेणी} \rightarrow 52, 56, \dots, 244$$

$$\text{योग} = \frac{49}{2} [52 + 244]$$

$$= 49 \times 296 = 14504$$

* गुणोत्तर श्रेणी :-> G.P

इस श्रेणी में प्रत्येक अगला पद पिछले पद का r गुणा होगा। r शार्वभुपात कहलाता है।

ex:- 2, 4, 8, 16, ...

8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$

a, ar, ar^2, ar^3, \dots

n वाँ पद

$$a_n = ar^{n-1}$$

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3}$$

Que:- 2, 4, 8, ... का 10 वाँ पद ज्ञात करें?

$$a_{10} = 2 \cdot 2^{10-1}$$

$$= 2 \cdot 2^9 = 2^{10} = 1024$$

Que:- 3, 6, 12, ... का कौनसा पद 384 होगा?

Sol:- $384 = 3 \cdot 2^{n-1}$

$$128 = 2^{n-1}$$

$$2^7 = 2^{n-1}$$

$$n-1 = 7$$

$$n = 8 \text{ Ans.}$$

* G.P के अनन्त पदों का योग :->

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} \quad ; \text{ where } -1 < r < 1$$

Que ① $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = ?$

$$S_{\infty} = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 1$$

Q. (ii) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$

$$S_{\infty} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$

Ques - (3) $1 - \frac{3}{4} + \frac{9}{16} - \frac{27}{64} + \dots \infty = ?$

$$S_{\infty} = \frac{1}{1 - (-\frac{3}{4})} \quad r = \frac{-3/4}{1} = \frac{-3}{4}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{4}{7} \text{ Ans.}$$

Ques:- एक मोड़ को 40m की ऊँचाई से गिराया जाता है, जब यह सतह से टकराती है, तो आधी ऊँचाई तक वापस उछलती है, इसके द्वारा रुकने से पहले तय की कुल दूरी ज्ञात करें?

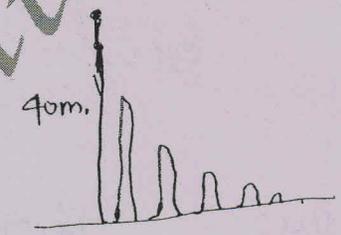
Sol:-

$$40 + 20 + 20 + 10 + 10 + 5 + 5 + \dots \infty$$

$$= 40 + 2 \left[20 + 10 + 5 + \frac{5}{2} + \dots \infty \right]$$

$$= 40 + 2 \left[\frac{20}{1 - 1/2} \right]$$

$$= 40 + 80 = 120 \text{ m.}$$



* GP के n पदों का योग \rightarrow

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad ; \text{ if } r > 1$$

$$= \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \quad ; \text{ if } r < 1$$

Ques:- $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ 10th term = ?

$$r = \frac{1}{2}$$

$$S_{10} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} = \frac{\frac{1}{2} [1 - (\frac{1}{2})^{10}]}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^{10}}$$

$$= \frac{2^{10} - 1}{2^{10}} = \frac{1023}{1024}$$

Q. ① $\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\cdots\infty}}} = 7$

$$7^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{\frac{1}{4}} \cdot 7^{\frac{1}{8}} \cdots \infty$$

$$7^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cdots \infty}$$

$$= 7^1 = 7$$

② $\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\cdots 10^{\text{th}} \text{ term}}}}$

$$7^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots 10 \text{ terms}}$$

$$7^{\frac{2^{10} - 1}{2^{10}}} = 7^{\frac{1023}{1024}}$$

Q. ③ $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\cdots 79 \text{ terms}}}} = 3^{\frac{2^7 - 1}{2^7}} = 3^{\frac{127}{128}}$

Q. :- * $\sqrt{A\sqrt{A\sqrt{A\cdots n \text{ terms}}}} = A^{\frac{2^n - 1}{2^n}}$

ex :- $\sqrt{8\sqrt{8\sqrt{8\sqrt{8\sqrt{8}}}}} = 8^{\frac{2^5 - 1}{2^5}} = 8^{\frac{31}{32}}$

Q. :- $7 + 77 + 777 + 7777 + \cdots n \text{ terms} = ?$

$$= 7 [1 + 11 + 111 + 1111 + \cdots n \text{ terms}]$$

$$= \frac{7}{9} [9 + 99 + 999 + \cdots n \text{ terms}]$$

$$= \frac{7}{9} [10 - 1 + 100 - 1 + 1000 - 1 + \cdots n \text{ terms}]$$

$$= \frac{7}{9} [10 + 100 + 1000 + \cdots n \text{ terms} - n]$$

$$= \frac{7}{9} \left[\frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} - n \right]$$

* गुणोत्तर माध्य :- \rightarrow

संख्याएँ

a, b $GM = (ab)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{ab}$

a, b, c $GM = (abc)^{\frac{1}{3}}$

a, b, c, d $GM = (abcd)^{\frac{1}{4}}$

1) यदि a, b, c गुणोत्तर क्रोणी में हैं, तो 'b' a व c का गुणोत्तर माध्य होगा।

$$b = \sqrt{ac}$$

(2) यदि दो संख्याओं a व b के मध्य n गुणोत्तर माध्य ज्ञात करने हों तो सार्वभूमिपात $x = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}}$

ए०:- $\sqrt{3}$ तथा 27 के मध्य 4 गुणोत्तर माध्य ज्ञात करें?

$$\sqrt{3}, \frac{3}{\sqrt{3}}, \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}, \frac{9}{\sqrt{3}}, \frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{3}}, 27$$

$$a = \sqrt{3}$$

$$ax^5 = 27$$

$$x^5 = \frac{27}{\sqrt{3}} = 9\sqrt{3} = (\sqrt{3})^5$$

$$x = \sqrt{3}$$

$$x = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}}$$

* हारात्मक श्रेणी :- (H.P) Harmonic

यदि $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ H.P में हों तो

$\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \dots$ A.P में होंगे

* हारात्मक माध्य :- if a, b, c are in H.P

$$\text{then } b = \frac{2ac}{a+c}$$

*

$$A_m = \frac{a+b}{2}$$

$$G_m = (ab)^{\frac{1}{2}}$$

$$H_m = \frac{2ab}{a+b}$$

$$A_m \geq G_m \geq H_m$$

* पदों की मानना :-

	A.P	G.P
3 terms	$a-d, a, a+d$	$\frac{a}{x}, a, ax$
4 terms	$a-3d, a-d, a+d, a+3d$	$\frac{a}{x^3}, \frac{a}{x}, ax, ax^3$

Ques - एक AP के 3 पदों का योग 15 तथा उनके वर्गों का योग 93 है, सबसे बड़ा पद ज्ञात करें?

Sol:- $a-d, a, a+d$

$$\begin{aligned} \text{योग} \Rightarrow 3a &= 15 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow 2, 5, 8 \\ &\rightarrow 8, 5, 3 \end{aligned}$$

$$(5-d)^2 + (5)^2 + (5+d)^2 = 93$$

$$25 + d^2 - 10d + 25 + 25 + d^2 + 10d = 93$$

$$2d^2 = 18$$

$$d^2 = 9$$

$$d = \pm 3$$

Ques:- एक GP के पाँच लगातार पदों का गुणनफल 1024 है, तो तीसरा पद क्या होगा?

Sol:- माना 5 लगातार पद $\rightarrow \frac{a}{r^2}, \frac{a}{r}, a, ar, ar^2$

$$\begin{aligned} \text{Product } a^5 &= 1024 = (2^2)^5 \\ a &= 4 \quad \text{Ans.} \end{aligned}$$

Ques:- $1+3+7+15+31+\dots$ - n terms = ?

(A) $(2^n - 1) - n$

(B) $(2^n - 1) + n$

(C) $2(2^n - 1)$ \rightarrow (by option) $n=2$ पर $\frac{1+3}{2} = 4$

(D) $2(2^{n-1}) + n$

Ques:- एक A.P के n पदों का योग $3n^2 + 5n$ है, तो 164 इसका कौनसा वॉ पद होगा।

(a) 24

(b) 25

(c) 26

(d) 27

Sol

$$\begin{aligned} d &= 2A \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$a = 8$$

$$a_n = 164$$

$$164 = 8 + (n-1)6$$

$$\frac{156}{6} = n-1$$

$$26 = n-1 \Rightarrow n = 27 \quad \text{Ans}$$

Ques:- $61 + 57 + 53 + 49 + \dots$ का n वाँ अंश का योग ज्ञात करें?

माना $a_n = 0$

$$a_n = a + (n-1)d$$
$$= 61 + (n-1)(-4)$$

$$+61 = -4(n-1)$$

$$15.25 = n-1$$

$$n = 16.25$$

$$\boxed{n=16}$$

$$S_{16} = \frac{16}{2} [(2 \times 61) + (16-1)(-4)]$$
$$= \frac{16}{2} [122 - 60]$$
$$= \frac{16}{2} \times 62$$
$$= 496 \text{ Ans.}$$

Ques:- $0.7 + 0.77 + 0.777 + \dots$ n terms = ?

(A) $\frac{70}{81} \{0.9n - 0.1 + (0.1)^n\}$

(B) $\frac{7}{9} \{0.9n - 0.1 + (0.1)^n\}$ $n=1$ रखने पर Value = 0.7

(C) $\frac{70}{81} \{0.9n - 0.1 + (0.1)^{n+1}\}$

(D) $\frac{70}{81} \{0.9n + 0.1 + (0.1)^{n+1}\}$

POWER MIND
Give Wings to Your Dreams with us

निर्देशांक ज्यामिती

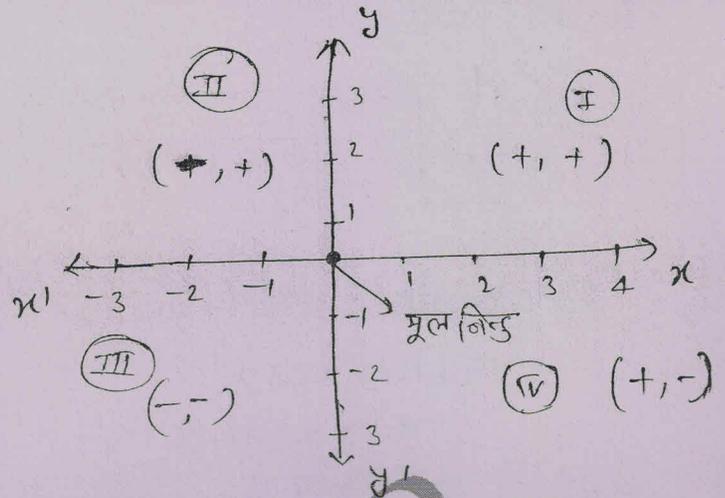
Co-ORDINATE

GEOMETRY

POW
Give Wings to Your Dreams

* Co-ordinate Geometry (निदेशांक ज्यामिति) *

Point (बिन्दु)
 (x, y)
 ↙ ↘
 abscissa (अक्ष) ordinate (कोटी)



Q. निम्नलिखित बिन्दु किस चतुर्थांश में हैं?

- (A) $(2, 1) \rightarrow$ I
- (B) $(3, -2) \rightarrow$ IV
- (C) $(-2, -3) \rightarrow$ III
- (D) $(-2, 1) \rightarrow$ II

* बिन्दु $(4, 3)$ की x-अक्ष से दूरी = 4
 " $(4, 3)$ " y-अक्ष से दूरी = 3

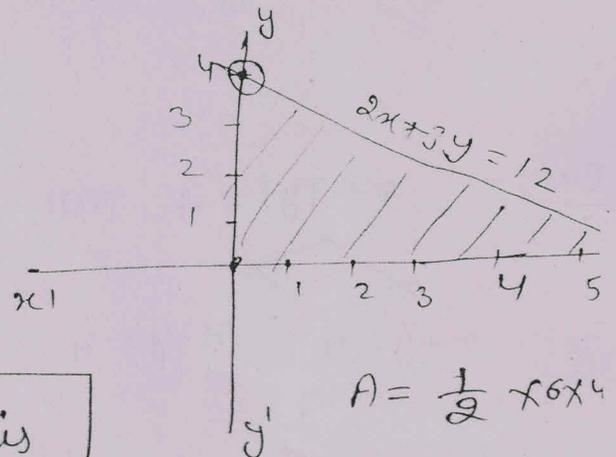
* x-अक्ष पर कोई बिन्दु तो $y=0$
 y-अक्ष पर कोई बिन्दु तो $x=0$

* यदि $x=a$ है तो यह y-axis के parallel एक line होगी।
 यदि $y=b$ है तो यह x-axis के parallel एक line होगी।

Ques: $2x+3y=12$ तथा अक्षों द्वारा मिलकर बने Δ का क्षेत्रफल =

x	0	6
y	4	0

$(0, 4)$
 $(6, 0)$



$$A = \frac{1}{2} \times 6 \times 4$$

* $ax+by+c=0$ तथा x-axis & y-axis द्वारा बने Δ का क्षेत्रफल = $\frac{c^2}{2ab}$

Ques:- $2x+3y=12$, $3x+2y=12$ तथा x -axis द्वारा मिलकर बने Δ का क्षेत्रफल = ?

x	0	6
y	4	0

x	0	4
y	6	0

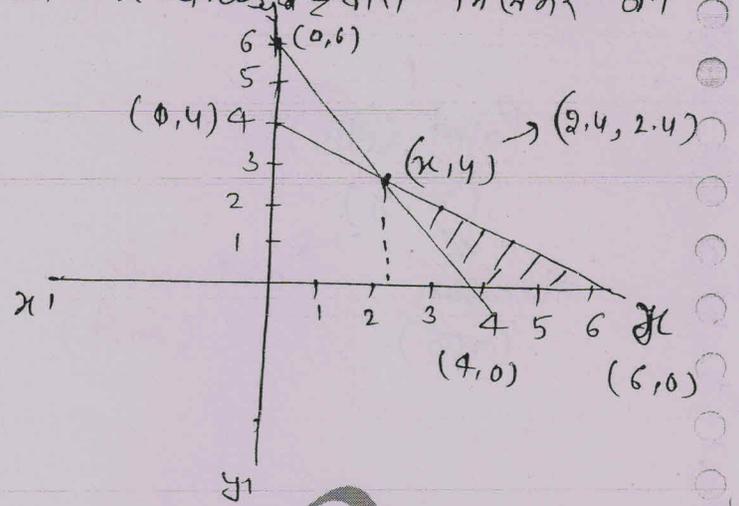
$$2x+3y=12 \quad 3x+2y=12$$

$$5(x+y)=12$$

$$x+y=4.8$$

$$x=y$$

$$x=2.4, \quad y=2.4$$



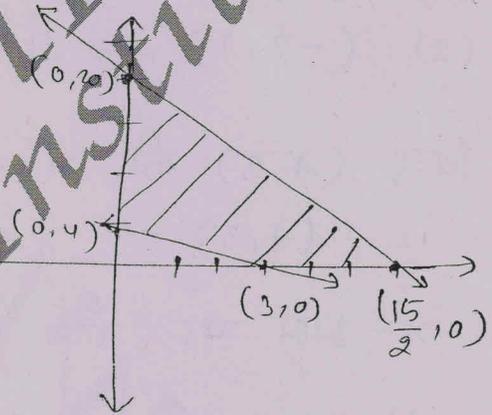
$$A = \frac{1}{2} \times 4 \times 2.4 = 2.4 \text{ Ans.}$$

Ques:- $8x+3y=60$, $4x+3y=12$, x -axis तथा y -axis से बने समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल = ?

$$= \frac{1}{2} \times 15 \times 5 - \frac{1}{2} \times 3 \times 4$$

$$= 75 - 6$$

$$= 69 \text{ Ans.}$$

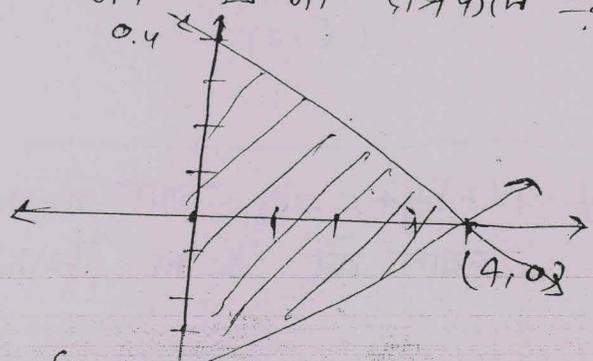


Ques:- $8x+6y=60$, y -axis तथा x -axis से बने Δ का क्षेत्रफल = ?
Ans - $\frac{160}{13}$

Ques:- $x+|y|=4$ तथा y -axis द्वारा बने Δ का क्षेत्रफल = ?

$$\begin{cases} x+y=4 \\ x-y=4 \end{cases}$$

$$A = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$$



① यदि $x+y=k$ या $|x|+y=k$ है तो Area = k^2

② यदि $|x|+|y|=k$ है तो Area = $2k^2$

Ans:

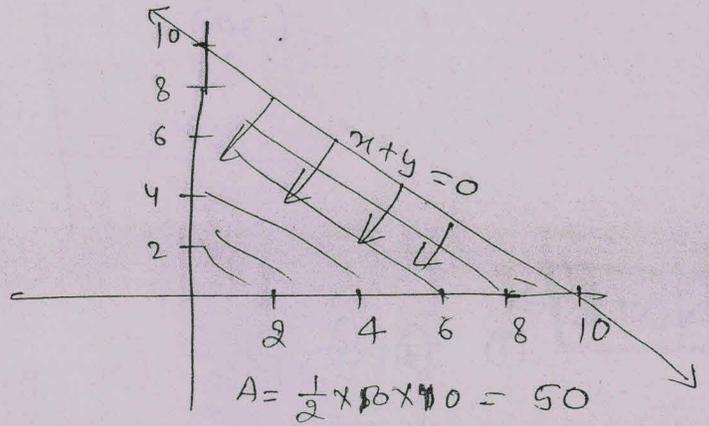
$$x+y \leq 10$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

द्वारा घिरा क्षेत्रफल

inequality



→ $x=0$ & $y=0$ एक साथ रखनें यदि satisfy करता है तो origin की तरफ का Area यदि satisfy नहीं करता है तो दूसरी तरफ का area.

* किसी दो बिन्दुओं (x_1, y_1) तथा (x_2, y_2) के मध्य दूरी :-

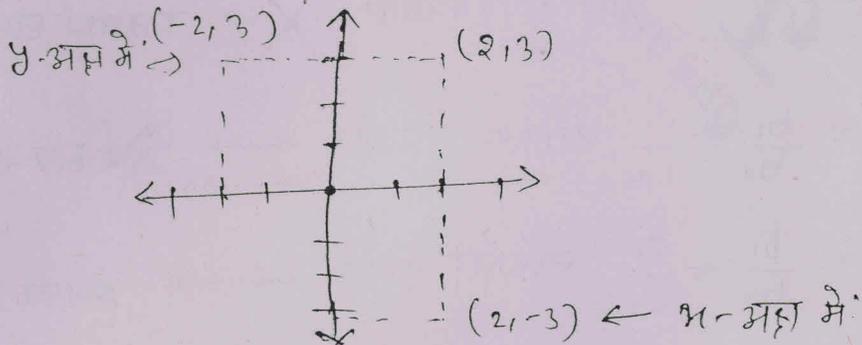
$$D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

ex: - $(2, -7)$ $(7, -5)$

$$D = \sqrt{(7-2)^2 + (-5+7)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29} \text{ Ans.}$$

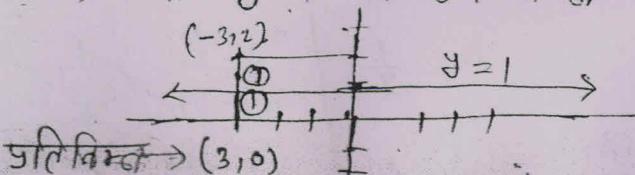
* प्रतिबिम्ब :-

Q. बिन्दु $(2, 3)$ का y-अक्ष में प्रतिबिम्ब ज्ञात करें।

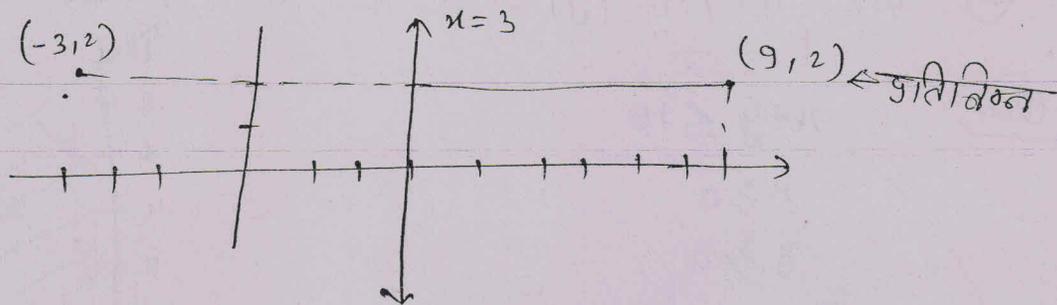


* किसी बिन्दु (x, y) का मूल बिन्दु में प्रतिबिम्ब = $(-x, -y)$

Ans: - बिन्दु $(-3, 2)$ का $y=1$ में प्रतिबिम्ब ज्ञात करें।



Ques - बिन्दु $(-3, 2)$ का $x=3$ में प्रतिबिम्ब ज्ञात करें?



NOTE →

① किसी बिन्दु (x_1, y_1) की रेखा $ax+by+c=0$ से दूरी

$$D = \frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

② मूल बिन्दु की रेखा $ax+by+c=0$ से दूरी = $\frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

ex: - $3x+4y=11$ का बिन्दु $(-3, 2)$ से दूरी?

$$D = \frac{|3(-3)+(4 \times 2)-11|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{12}{5}$$

③ दो समांतर रेखाओं $ax+by+c_1=0$ तथा $ax+by+c_2=0$ के मध्य दूरी = $\frac{|c_1-c_2|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

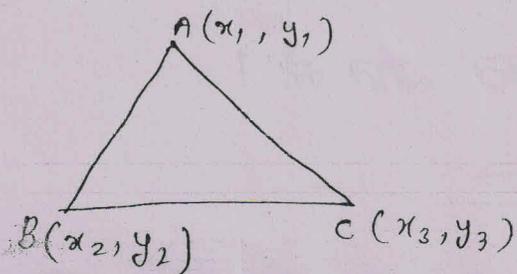
* यदि $a_1x+b_1y+c_1=0$ तथा $a_2x+b_2y+c_2=0$ दो रेखाएँ हैं तो

(i) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ~~समांतर रेखाएँ~~ ✗ एकमात्र हल $2x+3y=11$
 $3x+4y=7$

(ii) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ समांतर रेखाएँ \longleftrightarrow कोई हल नहीं $2x+3y=11$
 $4x+6y=13$

(iii) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ संपाती रेखाएँ \longleftrightarrow अनन्त हल $3x+4y=7$
 $9x+12y=21$

* Δ का क्षेत्रफल :-



$$A = \frac{1}{2} [x_1(y_2-y_3) + x_2(y_3-y_1) + x_3(y_1-y_2)]$$

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2} | () - () |$$

Ques A (6, -6)

B (3, -7)

C (3, 3)

find area of ΔABC

\Rightarrow

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 6 & -6 & 1 & 6 & -6 \\ 3 & -7 & 1 & 3 & -7 \\ 3 & 3 & 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(-42 - 18 + 9) - (-18 + 18 - 21)]$$

$$= \frac{1}{2} | -51 + 21 |$$

$$= \frac{1}{2} \times 30 = 15$$

Ques: - P (4, 5)

Q (-3, 8)

R (3, -4)

find ar $[\Delta PQR = ?]$

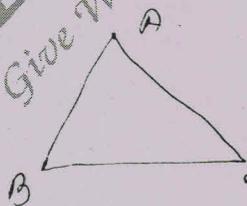
\Rightarrow

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & 5 & 1 & 4 & 5 \\ -3 & 8 & 1 & -3 & 8 \\ 3 & -4 & 1 & 3 & -4 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} | (32 + 15 - 12) - ($$

Ques: - यदि तीन बिंदु A, B व C एक Δ बनाते हैं, A (2, 2), B (6, 3) व C (4, 11) हैं तो Δ का जाग बताए ?

Sol: -



$$AB = \sqrt{(2-6)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{17}$$

$$BC = \sqrt{(6-4)^2 + (3-11)^2} = \sqrt{68}$$

$$CA = \sqrt{(2-4)^2 + (2-11)^2} = \sqrt{85}$$

$$AB^2 + BC^2 = CA^2$$

समकोण Δ है, Right angled at B

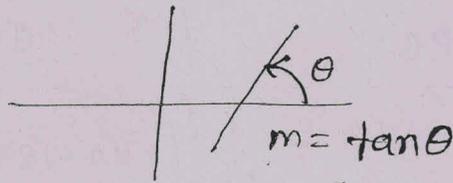
$$\angle B = 90^\circ$$

NOTE

① यदि (x_1, y_1) , (x_2, y_2) व (x_3, y_3) किसी Δ के शीर्ष हैं तो केंद्रक के निर्देशांक: - $(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3})$

* रेखा की ढाल (slope)/उवणता (m) :-

x-अक्ष के साथ घड़ी की विपरीत दिशा में किसी रेखा का मुकाबल उवणता कहलाता है।



(i) दो बिन्दुओं x_1, y_1 तथा x_2, y_2 को मिलाने वाली रेखा की उवणता :-

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

* Slope of x-axis (m) = $\tan 0 = \tan 0 = 0$

* Slope of y-axis (m) = $\tan 90^\circ = \text{Not define}$

* रेखा का समीकरण :-

(i) one-point form

slope = m
point = (x_1, y_1)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

ex: - $(2, -3)$ से होकर गुजरने वाली उस रेखा का समीकरण ज्ञात करें जिसकी उवणता $-\frac{1}{3}$ है?

$$m = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow y - (-3) = -\frac{1}{3}(x - 2)$$

$$\Rightarrow 3y + 9 = -x + 2$$

$$x + 3y + 7 = 0$$

(ii) Two-point form:-

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$$\text{Slope (m)} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

ex: बिन्दुओं $(1, 2)$ तथा $(5, 6)$ को मिलाने वाली रेखा का समीकरण :-

$$m = \frac{6 - 2}{5 - 1} = 1$$

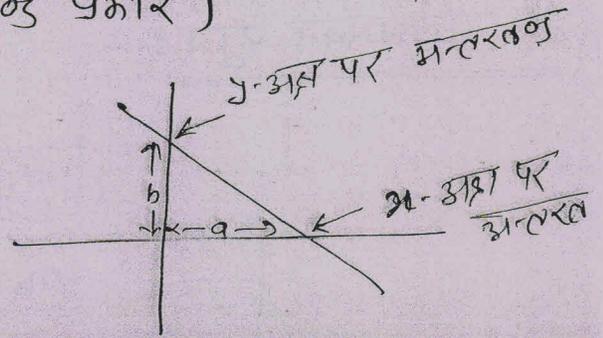
$$y - 2 = 1(x - 1)$$

$$y - 2 = x - 1$$

$$x - y + 1 = 0$$

(iii) Intercept form :- (अन्तखण्ड प्रकार)

$$\boxed{\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1}$$



ex :- रेखा $3x + 8y = 24$ का x-अक्ष तथा y-अक्ष पर अन्तखण्ड ज्ञात करें ?

$$3x + 8y = 24$$

$$\frac{x}{8} + \frac{y}{3} = 1$$

$$a = 8 \rightarrow x \text{ पर}$$

$$b = 3 \rightarrow y \text{ पर}$$

x-अक्ष पर अन्तखण्ड $x = 8$

y-अक्ष पर अन्तखण्ड $y = 3$

NOTE -

① यदि किसी रेखा का समीकरण $ax + by + c = 0$ है, तो उसका ढाल :-

$$\boxed{m = \frac{-a}{b}}$$

② जब दो रेखाएँ एक दूसरे के समांतर हों, तो $\boxed{m_1 = m_2}$

③ जब दो रेखाएँ एक दूसरे के लम्बवत् हों तो $\boxed{m_1 \cdot m_2 = -1}$

④ किसी रेखा $ax + by + c = 0$ की लम्बवत् रेखा का समीकरण $\boxed{bx - ay + k = 0}$

ex: $2x + 5y = 9$

लम्बवत्

$$\rightarrow 5x - 2y = 27$$

← कुछ भी लिख सकते हैं।

*** संरेखीयता :-**

यदि तीन बिन्दु या उसके अधिक बिन्दु एक ही रेखा स्थित हों, तो वे संरेखीय बिन्दु कहलाते हैं।



$$\left\{ \text{Slope } AB = \text{Slope } BC = \text{Slope } AC \right\}$$

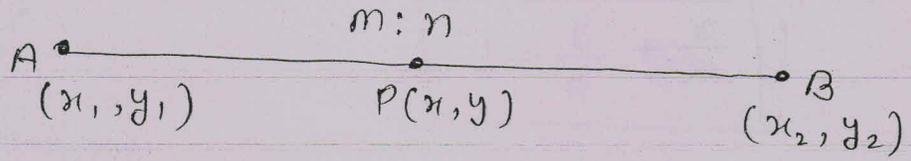
Ques यदि तीन बिन्दु A (-3, 12), B (7, 6) तथा C (x, 9) संरेखीय हैं तो x का मान ज्ञात करें ?

Ans :-

$$\text{Slope } AB = \text{Slope } BC$$

$$\frac{6-12}{7-(-3)} = \frac{9-6}{x-7} \Rightarrow -\frac{1}{5} = \frac{1}{x-7} \Rightarrow x = 2$$

* विभाजन सूत्र :-



$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{m x_2 + n x_1}{m+n} \\ y = \frac{m y_2 + n y_1}{m+n} \end{array} \right\} \rightarrow \text{अन्तः विभाजन}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{m x_2 - n x_1}{m-n} \\ y = \frac{m y_2 - n y_1}{m-n} \end{array} \right\} \rightarrow \text{बाह्य विभाजन}$$

Que उस बिन्दु के निर्देशांक का होंगे जो बिन्दुओं (4, 5) तथा (3, -7) को मिलाने वाली रेखा को 2:3 में विभाजित करता है ?

Sol

$$x = \frac{2 \times 4 + 3 \times 3}{2+3} = \frac{8+9}{5} = \frac{17}{5}$$

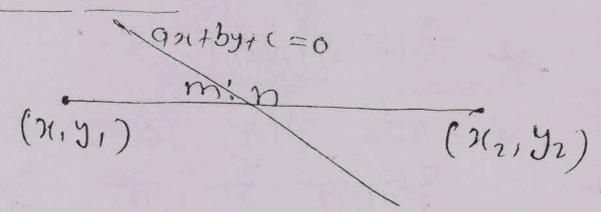
$$y = \frac{2 \times 5 + 3 \times -7}{2+3} = \frac{10-21}{5} = -\frac{11}{5}$$

\Rightarrow दो बिन्दुओं (x_1, y_1) तथा (x_2, y_2) को मिलाने वाली रेखा का विभाजन :-

Value + में तो अन्त और - में तो बाह्य

उस रेखा $ax+by+c=0$ द्वारा

$$\frac{(ax_1+by_1+c)}{(ax_2+by_2+c)}$$



(ii) x-अक्ष द्वारा = $\frac{-y_1}{y_2}$

(iii) y-अक्ष द्वारा = $\frac{-x_1}{x_2}$

Que :- दो बिन्दुओं (1, 3) तथा (2, 7) को मिलाने वाली रेखा दूसरी रेखा $3x+y=9$ द्वारा किस अनुपात में विभाजित होगी ?

Sol :-
$$= \frac{(3 \times 1 + 1 \times 3 + -9)}{(3 \times 2 + 1 \times 7 - 9)} = \frac{3}{4} \text{ (अन्तः विभाजन)}$$

Ques:- K का मान ज्ञात कीजिए यदि निम्नलिखित रेखाएँ

समान्तर हैं?

$$2x + 3y - 4 = 0$$

$$Kx + 6y + 5 = 0$$

Sol:- $m_1 = m_2$

$$\frac{-2}{3} = \frac{-K}{6} \Rightarrow K = 4 \text{ Ans.}$$

Ques:- K का मान ज्ञात कीजिए यदि निम्नलिखित रेखाएँ लम्बवत् हैं?

$$5x + 3y + 2 = 0$$

$$3x + Ky + 6 = 0$$

Sol:- $m_1 \cdot m_2 = -1$

$$\frac{-5}{3} \cdot \frac{-3}{K} = -1$$

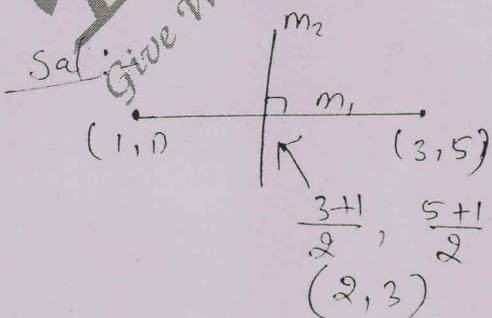
$$5 = K \text{ Ans.}$$

Ques:- y-अक्ष के समान्तर तथा बिन्दु (4, -2) से गुजरने वाली रेखा का समी. = ?

Sol:- $x = 4 \text{ Ans.}$

Ques:- (1, 1) व (3, 5) को मिलाने पर बनने वाली रेखा के लम्ब समलम्बिकाय का समीकरण?

NOTE \rightarrow दो बिन्दुओं (x_1, y_1) तथा (x_2, y_2) को मिलाने वाले रेखा का मध्य बिन्दु :- $\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}$



$$m_1 = \frac{5-1}{3-1} = 2$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$m_2 = \frac{-1}{2}$$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 2)$$

$$2y - 6 = -x + 2$$

$$x + 2y - 8 = 0 \text{ Ans.}$$

Ques:- बिन्दु P(a, 0), Q(0, b) तथा R(1, 1) समरेखीय हैं $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} =$

$$\text{Slope } PQ = \text{Slope } QR$$

$$\frac{b-0}{-a} = \frac{1-b}{1-0}$$

$$\frac{b}{-a} = \frac{1-b}{1}$$

$$b = -a + ab$$

$$a + b = ab$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1 \text{ Ans.}$$

NOTE:- दो रेखाओं के मध्य बनने वाला कोण:-

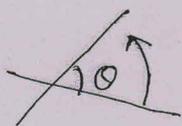
$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$

POWER MIND
Give Wings to Your Dreams with us
Institute

त्रिकोणमिति
TRIGONOMETRY

86copy * TRIGONOMETRY (त्रिकोणमिति) *

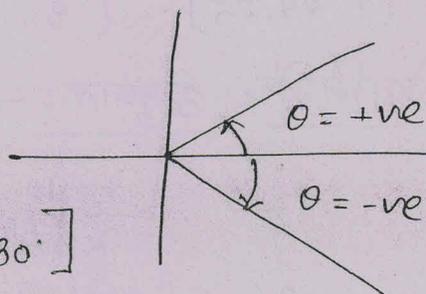
कोण :-



(i) Degree

(ii) Radian

(iii) Grade



$$[\pi R = 180^\circ]$$

$$1R = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$$

$$1^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\right) R$$

$$\left\{ \begin{array}{l} * 1R \approx 57^\circ \\ 1R = 57^\circ 17' 44.8'' \\ \text{यदि } \pi = \frac{22}{7} \text{ तो } 1R = 57^\circ 16' 22'' \end{array} \right.$$

1 Right angle =

$$1^\circ = 60'$$

$$1' = 60''$$

$$\textcircled{1} 75^\circ = 75 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{12} R$$

$$\textcircled{2} 60^\circ = 60 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{3} R$$

$$\textcircled{3} 30^\circ 15' = 30^\circ + \left(\frac{15}{60}\right)^\circ$$

$$= 30 + \frac{1}{4} = \frac{121}{4} \times \frac{\pi}{180} = \frac{121\pi}{720} R$$

$$\textcircled{4} \frac{3\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \times \frac{180}{\pi} = 135^\circ$$

$$\textcircled{5} \frac{2\pi}{5} = \frac{2}{5} \times 180 = 72^\circ$$

Ques :-

(i) $15^\circ 18'' + 25^\circ 13' 15''$

$$= 40^\circ 30' 33''$$

(ii) $27^\circ 21' 39'' + 25^\circ 38' 21''$

$$= 52^\circ 59' 60'' = 52^\circ 60' = 53^\circ$$

(iii) $57^\circ 21' 58'' - 27^\circ 14' 45''$

$$= 30^\circ 7' 13''$$

(iv)

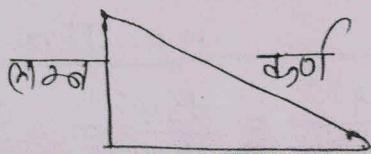
$$15^\circ 13' 11'' - 9^\circ 27' 1''$$

$$15^\circ 12' 11'' - 9^\circ 27' 1''$$

$$14^\circ 72' 71'' - 9^\circ 27' 1''$$

$$= 5^\circ 45' 53''$$

* पाश्चात्तोरस प्रमेय :-



$$(\text{कर्ण})^2 = (\text{आध})^2 + (\text{लम्ब})^2$$

कुछ Right Angle Δ:- (3, 4, 5) (5, 12, 13) (6, 8, 10)
 (7, 24, 25) (8, 15, 17) (15, 36, 39) (9, 40, 41)

* त्रिकोणमिति अनुपात:-

$$\frac{LAL}{KKA} \text{ or } \frac{PBP}{HHB}$$

$\rightarrow \sin = \frac{P}{H} = \frac{L}{K}$
 $\rightarrow \cos = \frac{B}{H} = \frac{A}{K}$
 $\rightarrow \tan = \frac{P}{B} = \frac{L}{A}$
 $\rightarrow \cot = \frac{B}{P} = \frac{A}{L}$
 $\rightarrow \sec = \frac{H}{B} = \frac{K}{A}$
 $\rightarrow \text{cosec} = \frac{H}{P} = \frac{K}{L}$

$$\frac{\sin}{\cos} = \tan$$

$$\frac{\cos}{\sin} = \cot$$

$$\sin = \frac{1}{\text{cosec}}$$

$$\cos = \frac{1}{\sec}$$

$$\tan = \frac{1}{\cot}$$

$$\text{cosec} = \frac{1}{\sin}$$

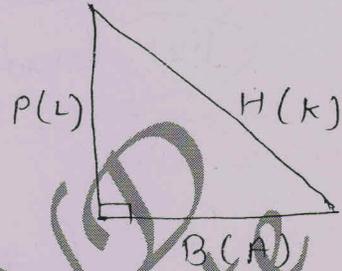
$$\sec = \frac{1}{\cos}$$

$$\cot = \frac{1}{\tan}$$

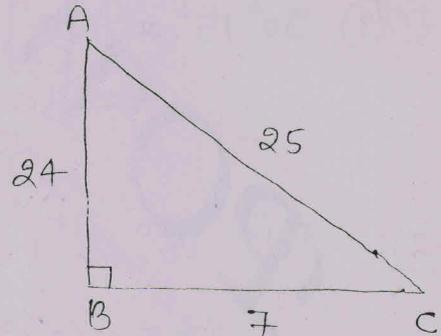
$$\sin \times \text{cosec} = 1$$

$$\cos \times \sec = 1$$

$$\tan \times \cot = 1$$



Ques:- ΔABC , $\angle B = 90^\circ$
 $AB = 24$
 $AC = 25$
 $\sin C$, $\cos A$, $\text{cosec} A = ?$



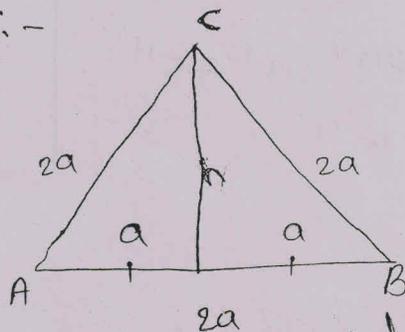
$$\sin C = \frac{24}{25}$$

$$\cos A = \frac{24}{25}$$

$$\text{cosec} A = \frac{25}{7}$$

* समबाहु Δ :-

$\frac{\text{height}}{\text{side}} = ?$



$$h^2 + a^2 = (2a)^2$$

$$h^2 + a^2 = 4a^2$$

$$h^2 = 3a^2$$

$$h = \sqrt{3}a$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}a}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

mixed it $\left| \frac{\text{height}}{\text{side}} = \frac{\sqrt{3}a}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \right|$

	0	30°	45	60	90
sin θ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos θ	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan θ	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Not defn
cot θ	N.d	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
sec θ	1	$2/\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	2	N.d
cosec θ	N.d	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

* Sum of difference formula: →

$$\begin{cases} \sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B \\ \sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B \\ \cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B \end{cases}$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B}$$

$$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$$

* sin 15° = ?

mind it

$$\begin{aligned} \sin 15^\circ &= \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} \end{aligned}$$

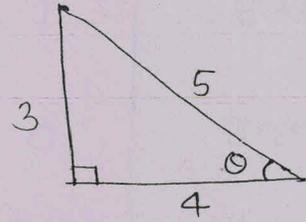
$$\begin{aligned} \sin 15^\circ &= \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \\ \cos 15^\circ &= \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\tan 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = 2-\sqrt{3}$$

$$\cot 15^\circ = 2+\sqrt{3}$$

Q. ④ $\cot \theta = \frac{4}{3}$ तथा θ चौथे-चतुर्थांश में हो तो $\sin \theta + \cos \theta = ?$

$$\begin{aligned} & \sin \theta + \cos \theta \\ &= -\frac{3}{5} + \frac{4}{5} \\ &= -\frac{3+4}{5} = \frac{1}{5} \text{ Ans. } \end{aligned}$$



Que:- यदि $\sec^2 \theta + \tan^2 \theta = 7$ हो तो $\theta = ?$

Sol:- $1 + \tan^2 \theta + \tan^2 \theta = 7$

$$1 + 2\tan^2 \theta = 7$$

$$2\tan^2 \theta = 6$$

$$\tan^2 \theta = 3$$

$$\tan \theta = \sqrt{3} = 60^\circ \text{ Ans. }$$

Que:- यदि $\tan \theta - \cot \theta = a$ तथा $\cos \theta + \sin \theta = b$ हो तो $(a^2+4)(b^2-1) = ?$ options (0, 1, 2, 4)

Sol:- $\theta = 45^\circ$ $a = 0$ $b = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$
 $\rightarrow (0+4)(2-1)^2 = 4 \text{ Ans. }$

Que:- $(\sec 40^\circ + \tan 40^\circ)(\tan 40^\circ - \sec 40^\circ) = ?$ { 0, -1, 2, -2 }

Sol:- $\tan^2 40^\circ - \sec^2 40^\circ$ { $\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$ }
 $\tan^2 \theta - \sec^2 \theta = -1 \text{ Ans. }$

Que:- यदि $\sec^4 \theta - \tan^4 \theta = \frac{7}{12}$ हो तो $\sec^2 \theta + \tan^2 \theta = ?$

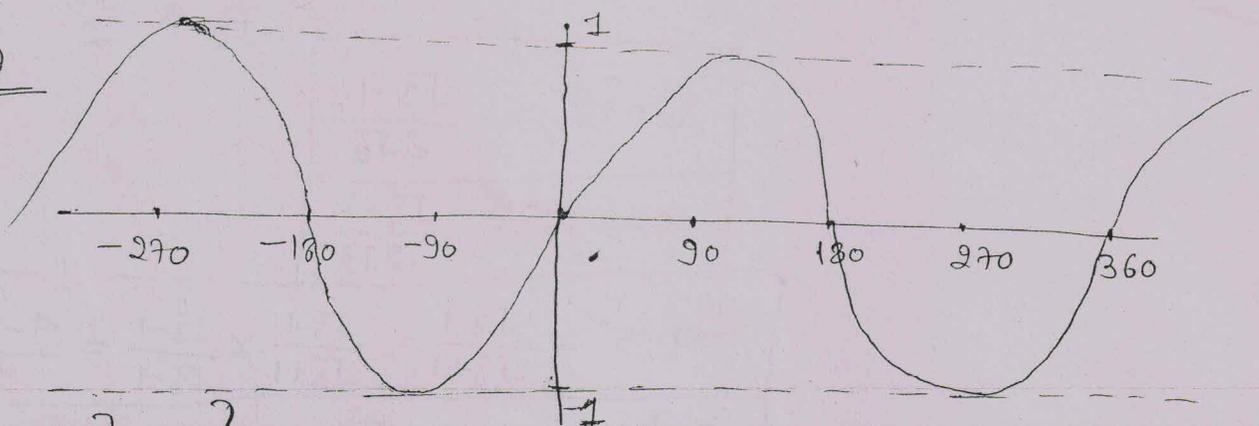
$$\frac{(\sec^2 \theta - \tan^2 \theta)(\sec^2 \theta + \tan^2 \theta)}{= 1} = \frac{7}{12}$$

$$\sec^2 \theta + \tan^2 \theta = \frac{7}{12} \text{ Ans. }$$

* ग्राफ:-

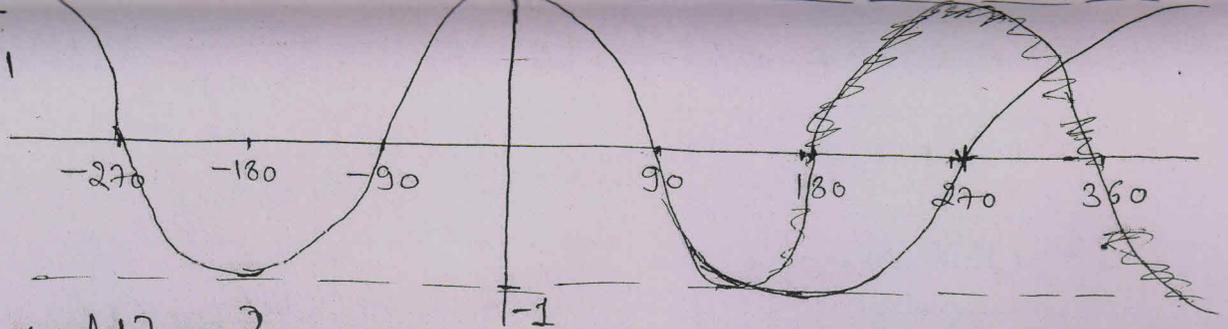
① $\sin \theta$

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1$$



$$\{ \sin [90 \times \text{even}] = 0 \}$$

$$-1 \leq \cos \theta \leq 1$$



$$\{ \cos [90 \times \text{odd}] = 0 \}$$

$$\sin (630^\circ) = \sin [(90 \times 6) + 90^\circ] = -\sin 90^\circ = -1$$

$$\cos (630^\circ) = \cos (90^\circ \times 7) = 0$$

$$\cos (1080^\circ) = \cos [(90 \times 11) + 90^\circ] = \sin 90^\circ = 1$$

* Angle - Half - formula : \rightarrow

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$$

$$\left. \begin{aligned} \cos 2\theta &= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \\ &= 2 \cos^2 \theta - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 \theta \end{aligned} \right\} = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

* 22.5° $\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$

mind it $\theta = 22.5^\circ$ $\cos 45^\circ = 1 - 2 \sin^2 22.5$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 1 - 2 \sin^2 22.5$$

$$2 \sin^2 22.5 = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin^2 22.5 = \frac{\sqrt{2} - 1}{2\sqrt{2}}$$

$$\sin 22.5^\circ = \sqrt{\frac{\sqrt{2} - 1}{2\sqrt{2}}}$$

$$\cos 22.5^\circ = \sqrt{\frac{\sqrt{2} + 1}{2\sqrt{2}}}$$

$$\tan 22.5^\circ = \sqrt{\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1}} = \sqrt{2} - 1$$

$$\cot 22.5^\circ = \sqrt{2} + 1$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \sqrt{2+2\cos 2A} &=? \\ &= \sqrt{2+(1+\cos 2A)} \\ &= \sqrt{2+(1+2\cos^2 A-1)} \\ &= \sqrt{2+2\cos^2 A} \\ &= 2\cos A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad \sqrt{2+\sqrt{2+2\cos 4A}} &=? \\ &= \sqrt{2+\sqrt{2+(1+\cos 4A)}} \\ &= \sqrt{2+\sqrt{2+(1+2\cos^2 2A-1)}} \\ &= \sqrt{2+2\cos 2A} \\ &= 2\cos A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2\cos 8A}}} &=? \\ &= 2\cos A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+2\cos 4A}}} &=? \\ &= 2\cos \frac{A}{2} \text{ Ans.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad \sqrt{2+\sqrt{2+2\cos 8A}} &=? \\ &= 2\cos 2A \text{ Ans.} \end{aligned}$$

* पूरक कोण :- ऐसे दो कोण जिनका योग 90° होता है पूरक कोण कहलाते हैं।

यदि $A+B=90^\circ$ हैं तो

$$\begin{cases} \sin A = \sin(90-B) = \cos B \\ \cos A = \sin B \end{cases} \text{ Ex:-}$$

$$\sin 13^\circ = \cos 77^\circ$$

$$\tan 57^\circ = \cot 33^\circ$$

$$\begin{cases} \tan A = \cot B \\ \cot A = \tan B \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sec A = \csc B \\ \csc A = \sec B \end{cases}$$

Ques:-

$$\textcircled{1} \quad \frac{\cos 59^\circ}{\sin 31^\circ} = ?$$

$$\frac{\cos(90-31^\circ)}{\sin 31^\circ} = \frac{\sin 31^\circ}{\sin 31^\circ} = 1$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad \tan 39^\circ - \cot 51^\circ &=? \\ &= \tan(90-51^\circ) - \cot 51^\circ \\ &= \cot 51^\circ - \cot 51^\circ = 0 \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{3 \sin 62^\circ}{\cos 28^\circ} - \frac{\sec 42^\circ}{\csc 48^\circ}$$

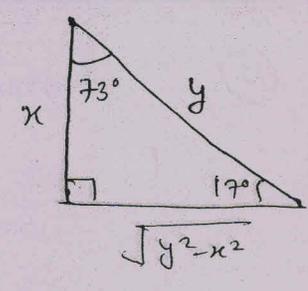
$$= 3-1$$

$$= 2 \text{ Ans.}$$

Sol - (3)

$$\frac{y}{\sqrt{y^2-x^2}} - \frac{\sqrt{y^2-x^2}}{y}$$

$$\frac{y^2 - y^2 + x^2}{y(\sqrt{y^2-x^2})} = \frac{x^2}{y\sqrt{y^2-x^2}} \underline{\text{Ans}}$$



Sol (5)

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$= \frac{-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{-\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = -1$$

$$\tan(A+B) = -1 \Rightarrow 135^\circ \underline{\text{Ans}} \quad \frac{3\pi}{4}$$

Sol - (6)

$$\sin^2 5 + \sin^2 6 + \dots + \sin^2 85$$

$$\text{terms} = \frac{85-5}{1} + 1 = 81$$

$$\frac{81}{2} = 40\frac{1}{2} \underline{\text{Ans}}$$

Sol - (7)

$$\cos 0 + \cos 1 + \cos 2 + \dots + \cos 180 = ?$$

\downarrow
 1
 $A+B = 180$
 $\cos A = -\cos B$
 $\cos A + \cos B = 0$

\downarrow
 -1
 $\Rightarrow 0 \underline{\text{Ans}}$

Sol - (8)

$$\tan 1 \tan 43 \tan 47 \tan 86 = ?$$

\downarrow
 $\cot 43$
 \downarrow
 $\cot 47$

$$= 1 \underline{\text{Ans}}$$

Sol - (9)

$$\sin^2 0 + \sin^2 1 + \sin^2 5 + \dots + \sin^2 85 + \sin^2 89 + \sin^2 90$$

\downarrow
 \downarrow
 \downarrow
 \downarrow
 \downarrow

$$\text{No. of terms} = \frac{89-1}{4} + 1 = 23$$

$$\frac{23}{2} = 11\frac{1}{2} + 1 = 12\frac{1}{2} \underline{\text{Ans}}$$

Sol - (10)

$$\cot 9 \cot 27 \cot 45 \cot 63 \cot 81$$

\downarrow
 $1 \underline{\text{Ans}}$

Sol - (11)

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\sin \theta = \cos 90$$

$$\sin^2 \theta = \cos^2 90$$

$$\cos^2 \theta + \cos^2 90$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \underline{\text{Ans}}$$

Sol: - (12)

$$\tan 2\theta \cdot \tan 3\theta = 1$$

$$\tan 3\theta = \frac{1}{\tan 2\theta} = \cot 2\theta$$

$$5\theta = 90^\circ$$

$$\downarrow \frac{90^\circ}{5} = 18^\circ$$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 \frac{5\theta}{2} - 1$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} - 1 = 0 \quad \underline{\text{Ans}}$$

Sol: - (1)

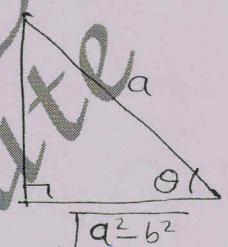
$$\sin \theta = \frac{b}{a}$$

$$\sqrt{\frac{a-b}{a+b}} + \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} = ?$$

$$= \frac{(\sqrt{a-b})^2 + (\sqrt{a+b})^2}{(\sqrt{a+b})(\sqrt{a-b})}$$

$$= \frac{a-b+a+b}{\sqrt{a^2-b^2}}$$

$$= \frac{2a}{\sqrt{a^2-b^2}} = \frac{2}{\cos \theta} \quad \underline{\text{Ans}}$$



Sol - (2)

$$\frac{\sin(x+y)}{\sin(x-y)} = \frac{a+b}{a-b}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{\sin(x+y) - \sin(x-y)} = \frac{2a}{2b}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x \cos y + \cos x \sin y + \sin x \cos y - \cos x \sin y}{\sin x \cos y + \cos x \sin y - \sin x \cos y + \cos x \sin y} = \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{2 \sin x \cos y}{2 \cos x \sin y} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{\tan x}{\tan y} = \frac{a}{b} \quad \underline{\text{Ans}}$$

NOTE \Rightarrow

$$\left. \begin{aligned} \tan 70^\circ - \tan 20^\circ &= 2 \tan 50^\circ \\ \tan 50^\circ - \tan 40^\circ &= 2 \tan 10^\circ \\ \tan 55^\circ - \tan 35^\circ &= 2 \tan 20^\circ \end{aligned} \right\}$$

$$70 - 20 = 50$$

$$\tan(70-20) = \tan 50$$

$$\frac{\tan 70 - \tan 20}{1 - \tan 70 \tan 20} = \tan 50$$

$$\tan 70^\circ - \tan 20^\circ = 2 \tan 50^\circ$$

वैक लीके
से भी रूख सकते
हैं।

$$\frac{2 \tan 50 + \tan 20}{\tan 70} = 1$$

Ques: - $414 \sin 3\theta = \cos(\theta - 6)$ हल कर $\theta = ?$

Sol: - $3\theta + (\theta - 6) = 90^\circ$
 $4\theta - 6 = 90^\circ$

$4\theta = 96 \Rightarrow \theta = 24^\circ$ Ans.

Ques: - $\frac{\cot 30^\circ - \cot 75^\circ}{\tan 15^\circ - \tan 60^\circ} = ?$
 $= \frac{-(\cot 75^\circ - \cot 30^\circ)}{(\tan 15^\circ - \tan 60^\circ)} = -1$

Ques: - यदि $\tan \theta, \tan 2\theta = 1$ हो तो $\sin^2 2\theta + \tan^2 2\theta = ?$
 $\tan 2\theta = \frac{1}{\tan \theta} = \cot \theta$
 $2\theta + \theta = 90^\circ$
 $3\theta = 90^\circ$
 $\theta = 30^\circ$
 $\sin^2 60^\circ + \tan^2 60^\circ$
 $\frac{3}{4} + 3$
 $= 3\frac{3}{4}$ Ans.

Ques: - यदि $\sec(7\theta + 28) = \operatorname{cosec}(3\theta - 3\theta)$ हो तो $\theta = ?$
 $(7\theta + 28) + (3\theta - 3\theta) = 90^\circ$
 $4\theta = 90 - 58$
 $4\theta = 32$
 $\theta = 8^\circ$ Ans.

* सम्पूरक कोण: ऐसे दो कोण जिनका योग 180° होता सम्पूरक कोण कहलाते हैं।

यदि $A + B = 180^\circ$ हैं तो

$\sin A = \sin(180 - B) = \sin B$		$\sin 10^\circ = \sin 170^\circ$
$\cos A = \cos(180 - B) = -\cos B$		$\sin 60^\circ = \sin 120^\circ$
		$\cos 10^\circ = -\cos 170^\circ$

① $\cot 41^\circ, \cot 42^\circ, \cot 43^\circ, \dots, \frac{\tan 45^\circ}{1}, \dots, \cot 49^\circ = ?$
 $= 1$ Ans.

② $\cos 1^\circ, \cos 2^\circ, \cos 3^\circ, \dots, \frac{\cos 90^\circ}{0}, \dots, \cos 179^\circ = ?$
 $= 0$ Ans.

③ $\tan 1^\circ, \tan 2^\circ, \dots, \frac{\tan 45^\circ}{1}, \dots, \tan 89^\circ = ?$
 $= 1$ Ans.

① $\sin^2 1 + \sin^2 5 + \sin^2 9 + \dots + \sin^2 89 = ?$

No. of terms = $\frac{89-1}{4} + 1 = 23$ terms

\downarrow
 $\cos^2 1$
 $\frac{23}{2} = 11\frac{1}{2}$ Ans.

② $\sin^2 1 + \sin^2 3 + \sin^2 5 + \dots + \sin^2 87 + \sin^2 89 = ?$

No. of terms = $\frac{89-1}{2} + 1$
 $= 45$

$\frac{45}{2} = 22\frac{1}{2}$ Ans.

③ $\sin 10^\circ + \sin 20^\circ + \sin 30^\circ + \dots + \sin 350^\circ + \sin 360^\circ$

$= 0$ Ans.

\downarrow
 $\sin(360^\circ - 10^\circ)$
 $= -\sin 10^\circ$

Questions: -

① यदि $\sin \theta = \frac{b}{a}$ हो तो $\sqrt{\frac{a-b}{a+b}} + \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} = ?$ $\left\{ 0, 1, \frac{\sqrt{2}}{\cos \theta}, \frac{2}{\sin \theta} \right\}$

② यदि $\frac{\sin(x+y)}{\sin(x-y)} = \frac{a+b}{a-b}$ हो तो $\frac{\tan x}{\tan y} = ?$ $\left\{ \frac{a}{b}, \frac{b}{a}, ab, \frac{a-b}{a+b} \right\}$

③ यदि $\sin 17^\circ = \frac{x}{y}$ हो तो $\sin^* 17^\circ - \sin 73^\circ = ?$

④ यदि $\sin \theta = 0$ हो तो $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = ?$

⑤ यदि $\tan A = -\frac{1}{3}$ और $\tan B = -\frac{1}{2}$ हो तो $A+B = ?$

⑥ $\sin^2 5 + \sin^2 6 + \sin^2 7 + \dots + \sin^2 85 = ?$

⑦ $\cos 0 + \cos 1 + \cos 2 + \dots + \cos 180^\circ = ?$

⑧ $\tan 4 \tan 43 \tan 47 \tan 86 = ?$

⑨ $\sin^2 0 + \sin^2 1 + \sin^2 5 + \sin^2 9 + \dots + \sin^2 85 + \sin^2 89 + \sin^2 90$

⑩ $\cot \frac{\pi}{20} \cot \frac{3\pi}{20} \cot \frac{5\pi}{20} \cot \frac{7\pi}{20} \cot \frac{9\pi}{20} = ?$

⑪ यदि $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$ हो तो $\cos^2 \theta + \cos^4 \theta = ?$

⑫ यदि $\tan 2\theta \cdot \tan 3\theta = 1$ हो तो $\left(2 \cos^2 \frac{5\theta}{2} - 1 \right) = ?$

Ques :- $\sin^2 \theta + \sin^4 \theta = 1$ ET AT $\tan^2 \theta + \tan^4 \theta = ?$

$$\sin^2 \theta = \cos^2 \theta$$

$$\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \cos^2 \theta$$

$$\tan^2 \theta = \cos^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta + \cos^4 \theta$$

$$\Rightarrow \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \quad \underline{\text{Ans}}$$

* $\cos 2^1 \theta \cos 2^2 \theta \cos 2^3 \theta \cos 2^4 \theta$

$$\frac{\overset{2 \times}{\sin^2 2\theta} \overset{2 \times}{\sin^2 2\theta} \overset{2 \times}{\sin^2 2\theta}}{2 \sin 2\theta \cos 2\theta \cos 2^2 \theta \cos 2^3 \theta \cos 2^4 \theta}$$

$$= \frac{\sin^5 2\theta}{2^4 \sin 2\theta}$$

Ques - ① $\cos 2^1 \theta \cos 2^2 \theta \cos 2^3 \theta \dots \cos 2^n \theta$

$$= \frac{\sin 2^{n+1} \theta}{2^n \sin 2\theta}$$

② $\frac{\cos \theta}{2^n} \cos 2^1 \theta \cos 2^2 \theta \dots \cos 2^n \theta$

$$= \frac{\sin 2^{n+1} \theta}{2^{n+1} \sin \theta}$$

③ $\cos 2^3 \theta \cos 2^4 \theta \cos 2^5 \theta \cos 2^6 \theta$

$$= \frac{\sin 2^7 \theta}{2^4 \sin 2^3 \theta}$$

Ques - ① $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ = ?$

$$\theta = 10^\circ$$

$$\frac{\sin 160^\circ}{2 \times \sin 20^\circ} = \frac{\sin(180^\circ - 20^\circ)}{8 \cdot \sin 20^\circ} = \frac{\sin 20^\circ}{8 \cdot \sin 20^\circ}$$

$$= \frac{1}{8} \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$* \begin{cases} \sin \theta \cdot \sin(60-\theta) \sin(60+\theta) = \frac{\sin 3\theta}{4} \\ \cos \theta \cdot \cos(60-\theta) \cos(60+\theta) = \frac{\cos 3\theta}{4} \\ \tan \theta \cdot \tan(60-\theta) \tan(60+\theta) = \tan 3\theta \end{cases}$$

ex :- $\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ = \frac{\cos 30^\circ}{4} = \frac{\cos 60^\circ}{4} = \frac{1}{2 \times 4} = \frac{1}{8}$

Ques:- ① $\tan 10^\circ \tan 50^\circ \tan 70^\circ = ?$

$$\tan \theta \tan(60-\theta) \tan(60+\theta) = \tan 3\theta = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

② $\sin 12^\circ \sin 48^\circ \sin 54^\circ$

$$\frac{\sin 12^\circ \sin 48^\circ \sin 72^\circ}{\sin 72^\circ} \times \sin 54^\circ$$

$$\frac{\sin 3(12)}{4 \times \sin 72} \times \sin 54^\circ \quad \left\{ \begin{array}{l} \sin 72^\circ = \sin(36 \times 2) \\ = 2 \sin 36^\circ \cos 36^\circ \end{array} \right.$$

$$\frac{\sin 36^\circ}{4 \times 2 \sin 36^\circ \cos 36^\circ} \times \sin 54^\circ = \frac{1}{8}$$

③ $\sin 6^\circ \sin 42^\circ \sin 66^\circ \sin 78^\circ = ?$

$$\frac{\sin 6^\circ \sin 42^\circ \sin 66^\circ \sin 54^\circ}{\sin 54^\circ} \times \frac{\sin 78^\circ \sin 42^\circ \sin 18^\circ}{\sin 18^\circ}$$

$$\frac{\sin 3(6)}{4 \times \sin 54} \times \frac{\sin 54}{4 \times \sin 18}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16} \text{ Ans.}$$

* यदि $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ ($= 45^\circ$) हो तो
 $(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta) = 2$ होगा

ex:- $(1 + \tan 1^\circ)(1 + \tan 44^\circ) = 2$ Ans.

$$= 1 + \frac{\tan 45^\circ - \tan 1^\circ}{1 + \tan 1^\circ \tan 45^\circ}$$

$$= 1 + \frac{1 - \tan 1^\circ}{1 + \tan 1^\circ}$$

$$= \frac{1 + \tan 1^\circ + 1 - \tan 1^\circ}{1 + \tan 1^\circ}$$

$$(1 + \tan 44^\circ)(1 + \tan 1^\circ) = 2$$

ex:- $(1 + \tan 33^\circ)(1 + \tan 12^\circ) = 2$ Ans.

Ques:- $(1 + \tan 4^\circ)(1 + \tan 5^\circ)(1 + \tan 6^\circ) \dots (1 + \tan 41^\circ) = ?$

No of terms = $\frac{41-4}{1} + 1 = 38$

$\frac{38}{2} = 19$

2^{19} Ans.

Ques:- $\left\{1 + \tan\left(22\frac{1}{2}^\circ + x + y\right)\right\} \left\{1 + \tan\left(22\frac{1}{2}^\circ - x + y\right)\right\} = 2$

$= 2$ Ans. ($x + y = 45^\circ$)

or $x = y = 0 \Rightarrow (1 + \tan 22\frac{1}{2}^\circ)^2$

$(1 + \sqrt{2} - 1)^2 = 2$ Ans.

Formula

*
$$\left. \begin{aligned} \sin 3\theta &= 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta \\ \cos 3\theta &= 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta \\ \tan 3\theta &= \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta} \end{aligned} \right\}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sin 18^\circ &= \frac{\sqrt{5}-1}{4} = \cos 72^\circ \\ \sin 54^\circ &= \frac{\sqrt{5}+1}{4} = \cos 36^\circ \end{aligned} \right\}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \cos 18^\circ &= \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4} = \sin 72^\circ, \quad \cos 54^\circ = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4} = \sin 36^\circ \end{aligned} \right\}$$

Ques:- $\tan 9^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 81^\circ$
 $(\tan 9^\circ + \cot 9^\circ) - (\tan 27^\circ + \cot 27^\circ)$

$$\left(\frac{\sin 9^\circ}{\cos 9^\circ} + \frac{\cos 9^\circ}{\sin 9^\circ} \right) - \left(\frac{\sin 27^\circ}{\cos 27^\circ} + \frac{\cos 27^\circ}{\sin 27^\circ} \right)$$

$$\frac{1 \times 2}{2 \times \sin 9^\circ \cos 9^\circ} - \frac{1 \times 2}{2 \times \sin 27^\circ \cos 27^\circ}$$

$$\frac{2}{\sin 18^\circ} - \frac{2}{\sin 54^\circ}$$

$$\frac{2 \times 4}{\sqrt{5}-1} - \frac{2 \times 4}{\sqrt{5}+1}$$

$$\frac{8\sqrt{5}+8 - 8\sqrt{5}+8}{4} = \frac{16}{4} = 4 \text{ Ans}$$

* Formula

$$\sin C + \sin D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$$

$$\sin C - \sin D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}$$

$$\cos C + \cos D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$$

$$\cos C - \cos D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \sin \frac{D-C}{2}$$

Ques - ① $\sin 10^\circ + \sin 50^\circ - \sin 70^\circ$

$$= \sin 10^\circ + \left[2 \cos 60^\circ \sin \left(\frac{-20^\circ}{2} \right) \right]$$

$$= \sin 10^\circ + \left[2 \times \frac{1}{2} \times -\sin 10^\circ \right]$$

$$= \sin 10^\circ - \sin 10^\circ = 0 \text{ Ans}$$

Ques:- $\frac{\sin 5A - \sin 3A}{\cos 3A + \cos 5A} = ?$

$$= \frac{2 \cos 4A \sin A}{2 \cos 4A \cos A}$$

$$= \frac{\sin A}{\cos A} = \tan A$$

$$\frac{(\cos 50^\circ - \cos 30^\circ)(\sin 80^\circ + \sin 20^\circ)}{(\sin 50^\circ - \sin 10^\circ)(\cos 40^\circ - \cos 60^\circ)}$$

$$=$$

- ① यदि $\tan \theta + \cot \theta = 2$ हो तो $\cot^{100} \theta + \tan^{100} \theta = ?$
- ② यदि $\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta = 2$ हो तो $\sin^5 \theta + \operatorname{cosec}^{10} \theta = ?$
- ③ यदि $\cos x + \cos^2 x = 1$ हो तो $\sin^{12} x + 3 \sin^{10} x + 3 \sin^8 x + \sin^6 x = ?$
- ④ यदि $T_n = \sin^n \theta + \cos^n \theta$ हो तो $\frac{T_3 - T_5}{T_1} = ?$
 $\sin \theta \cos \theta, \sin^2 \theta \cos^2 \theta, \sin^4 \theta \cos^4 \theta, \sin^6 \theta \cos^6 \theta$
- ⑤ यदि $x = a \sec \theta + b \tan \theta$ तथा $y = a \tan \theta + b \sec \theta$ हो तो $x^2 - y^2 = ?$
 $\{ a^2 - b^2, 2a^2, 2b^2, a^2 + b^2 \}$
- ⑥ यदि $\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta = l$ तथा $\sec \theta - \cos \theta = m$ हो तो $l^2 m^2 [l^2 + m^2 + 3] = ?$
- ⑦ यदि $x = a \sec^n \theta$ तथा $y = b \tan^4 \theta$ हो तो
 (A) $\left(\frac{x}{a}\right)^{1/n} - \left(\frac{y}{b}\right)^{1/4} = 1$ (B) $\left(\frac{x}{a}\right)^{2/n} - \left(\frac{y}{b}\right)^{2/n} = 1$
 (C) $\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$ (D) None.
- ⑧ यदि $\frac{1}{\cos \theta} = a + \frac{1}{4a}$ हो तो $\tan \theta + \sec \theta = ?$
- ⑨ यदि $\sin^2 \theta - 3 \cos \theta - 2 = 0$ हो तो $\cos^3 \theta + \sec^3 \theta = ?$
- ⑩ $\frac{\tan 57^\circ + \cot 37^\circ}{\tan 33^\circ + \cot 53^\circ} = ?$
 (A) $\tan 33^\circ \cot 57^\circ$ (B) $\tan 57^\circ \cot 37^\circ$
 (C) $\tan 33^\circ \cot 53^\circ$ (D) $\tan 53^\circ \cot 37^\circ$

Sol - ① $\tan \theta + \cot \theta = 2$

$$\theta = 45^\circ$$

$$\cot^{100} \theta + \tan^{100} \theta$$

$$1 + 1 = 2 \text{ Ans.}$$

Sol: - (2)

$$\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta = 2$$

$$\theta = 90^\circ$$

$$\sin^5 \theta + \operatorname{cosec}^5 \theta \\ \Rightarrow 1 + 1 = 2 \quad \underline{\text{Ans}}$$

Sol: - (3)

$$\cos x + \cos^2 x = 1$$

$$\cos x = \sin^2 x$$

$$\frac{\sin^{12} x + 3 \sin^{10} x + 3 \sin^8 x + \sin^6 x - 1}{(\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 1}$$

$$1 - 1 = 0$$

Sol - (4)

$$T_n = \sin^n \theta + \cos^n \theta$$

$$\frac{T_3 - T_5}{T_1}$$

$$= \frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta - \sin^5 \theta - \cos^5 \theta}{\sin \theta + \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin^3 \theta \cdot \cos^2 \theta + \cos^3 \theta \cdot \sin^2 \theta}{\sin \theta + \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta [\sin \theta + \cos \theta]}{(\sin \theta + \cos \theta)}$$

$$= \sin^2 x \cdot \cos^2 x$$

Sol - (5)

$$x^2 = a^2 \sec^2 \theta + b^2 \tan^2 \theta \quad y^2 = a^2 \tan^2 \theta + b^2 \sec^2 \theta$$

$$x^2 y^2 = a^2 \sec^2 \theta + b^2 \tan^2 \theta - a^2 \tan^2 \theta - b^2 \sec^2 \theta$$

$$= a^2 (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta) + b^2 (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta)$$

$$= a^2 - b^2 \quad \underline{\text{Ans}}$$

Sol - (6)

$$\theta = 45^\circ$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = l$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = m$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = l$$

$$l^2 m^2 [l^2 + m^2 + 3]$$

$$= \frac{1}{4} \times \left[\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 3 \right] = 1 \quad \underline{\text{Ans}}$$

Sol: - (7)

$$\frac{x}{a} = \sec^n \theta \quad (1) \quad \frac{y}{b} = \tan^n \theta \quad (2)$$

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 = \sec^{2n} \theta \quad (3) \quad \left(\frac{y}{b}\right)^2 = \tan^{2n} \theta \quad (4)$$

$$n=1 \text{ व } (3) - (4)$$

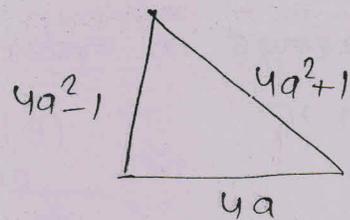
$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 = \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1 \quad \underline{\text{Ans}}$$

sol - $\sec \theta = \frac{4a+1}{4a}$

$\tan \theta + \sec \theta = ?$

$\Rightarrow \frac{4a^2-1}{4a} + \frac{4a^2+1}{4a}$

$\Rightarrow \frac{8a^2}{4a} = 2a$



sol - (9)

$\sin^2 \theta - 3 \cos \theta - 2 = 0$

$1 - \cos^2 \theta - 3 \cos \theta - 2 = 0$

$\cos^2 \theta + 3 \cos \theta + 1 = 0$

$\cos \theta + 3 + \frac{1}{\cos \theta} = 0$

$\cos \theta + \frac{1}{\cos \theta} = -3$ (m²-3m)

$\xrightarrow{\text{cube}} \cos^3 \theta + \frac{1}{\cos^3 \theta} = (-3)^3 - 3(-3)$

$= -27 + 9 = -18$ Ans.

Sol: - (10)

$\frac{\tan 57^\circ + \cot 37^\circ}{\tan 33^\circ + \cot 53^\circ} = ?$

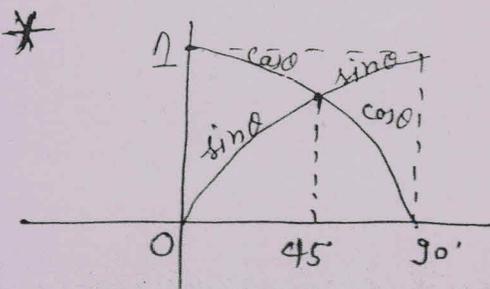
$= \frac{\tan 57^\circ + \frac{1}{\tan 37^\circ}}{\frac{1}{\tan 53^\circ} + \tan 37^\circ}$

$\Rightarrow \frac{\tan 57^\circ \cdot \tan 37^\circ + 1}{\tan 37^\circ}$

$\frac{1 + \tan 57^\circ \cdot \tan 37^\circ}{\tan 57^\circ}$

$\Rightarrow \frac{\tan 57^\circ}{\tan 37^\circ}$

$\Rightarrow \tan 57^\circ \cdot \cot 37^\circ$ Ans.



$0 \leftrightarrow 90^\circ$ $\sin \theta$ \uparrow $\sin \theta$

$0 \leftrightarrow 90^\circ$ $\cos \theta$ \downarrow $\sin \theta$

Ques:- Arrange in order = ?

(A) $\sin 15^\circ$

(B) $\cos 15^\circ$

(C) $\frac{1}{\cos 15^\circ} = \frac{1}{0.2} = 5$ (D) $\frac{1}{\sin 15^\circ} = \frac{1}{0.1} = 10$

$\sin 15^\circ < \cos 15^\circ$

$D > C > B > A$ Ans

Ques:- which of the followings are correct = ?

(i) $\sin 1 > \sin 1^\circ \Rightarrow \sin 57^\circ > \sin 1^\circ$

(ii) $\sin 1 > \cos 1^\circ \Rightarrow \sin 57^\circ > \cos 1^\circ \Rightarrow \cos 33^\circ > \cos 1^\circ$

(iii) $\sin 1 > \cos 1 \Rightarrow \sin 57^\circ > \cos 57^\circ$

(iv) $\cos 1 > \cos 1^\circ \Rightarrow \cos 57^\circ > \cos 1^\circ$

NOTE:- $\left\{ \begin{array}{l} \text{यदि } a \sin \theta + b \cos \theta = c \text{ है तो} \\ a \cos \theta - b \sin \theta = \sqrt{a^2 + b^2 - c^2} \text{ होगा} \end{array} \right\}$

ex:- $3 \sin \theta + 4 \cos \theta = 5$

$4 \sin \theta - 3 \cos \theta = ?$

$= \sqrt{3^2 + 4^2 - 5^2} = 0$
 $\Rightarrow \tan \theta = \frac{3}{4}$ $\left\{ \begin{array}{l} 4 \sin \theta = 3 \cos \theta \end{array} \right\}$

ex:- $\left\{ \begin{array}{l} \sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \cos \theta \text{ हो तो} \\ \sin \theta - \cos \theta = \sqrt{2} \sin \theta \text{ होगा} \end{array} \right\}$

* अधिकतम व न्यूनतम मान :-

	Max.	Min.
$\sin \theta / \cos \theta$	-1	1
$\sin^2 \theta / \cos^2 \theta$	0	1
$\sin^3 \theta / \cos^3 \theta$	-1	1
$\tan \theta / \cot \theta$	$-\infty$	∞
$\tan^2 \theta / \cot^2 \theta$	0	∞
$\sec \theta / \csc \theta$	$-\infty$	∞
$\sec^2 \theta / \csc^2 \theta$	1	∞

$\sec \theta / \operatorname{cosec} \theta$ का मान -1 से 1 के बीच सम्भव नहीं है, क्योंकि $\sin \theta / \cos \theta$ का value -1 से 1 के बीच होता परन्तु $\sec \theta / \operatorname{cosec} \theta$ की value -1 तथा 1 सम्भव है।

ex:- which of the following is incorrect

(A) $\sin \theta = \frac{9}{10}$

✓ (B) $\sec \theta = \frac{1}{9}$

(C) $\tan \theta = 995$

(D) $\operatorname{cosec} \theta = 2$

Type # ①

$a \sin \theta + b \cos \theta + c$ / eg ① $3 \sin \theta + 4 \cos \theta + 5$
 $\max = c + \sqrt{a^2 + b^2}$ / $\max = 5 + \sqrt{3^2 + 4^2}$
 $\min = c - \sqrt{a^2 + b^2}$ / $\min = 5 - \sqrt{3^2 + 4^2}$
 $= 5 - 5 = 0$

② $\sin \theta + \cos \theta$

$\max = 0 + \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$\min = 0 - \sqrt{1^2 + 1^2} = -\sqrt{2}$

Questions :-

① यदि $\tan^2 x + \operatorname{cosec}^2 x - 1 = \tan^2 y$ हो तो

(A) $x = y$ (B) $x = 2y$ (C) $y = 2x$ (D) $x - y = 1$

② $\frac{(\sin A \cos A)(\sin^2 A - \cos^2 A)}{\cos A (\sec A - \operatorname{cosec} A)(\sin^3 A + \cos^3 A)} = ?$

③ $\tan A + 2 \tan 2A + 4 \tan 4A + 8 \cot 8A = ?$
 $\{ \tan 2A, \cot 2A, \cot A, \tan A \}$

④ यदि $\frac{\sin \theta}{x} = \frac{\cos \theta}{y}$ हो तो $\sin \theta - \cos \theta = ?$

$\left\{ (x-y), (x+y), \frac{x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}, \frac{y-x}{\sqrt{x^2+y^2}} \right\}$

$$(5) 152 [\sin 30^\circ + 2 \cos^2 45^\circ + 3 \sin 30^\circ + 4 \cos^2 45^\circ + \dots + 17 \sin 30^\circ + 18 \cos^2 45^\circ] = ?$$

$$(6) \sin\left(\frac{\pi}{10}\right) \sin\left(\frac{3\pi}{10}\right) = ? \quad \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8} \right\}$$

$$(7) 16 \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{8\pi}{15} \cos \frac{16\pi}{15} = ? \quad \{0, 1, 2, \sqrt{2}\}$$

$$(8) (1 + \cos \frac{\pi}{10}) (1 + \cos \frac{3\pi}{10}) (1 + \cos \frac{7\pi}{10}) (1 + \cos \frac{9\pi}{10}) = ?$$

$$\left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16} \right\}$$

$$(9) \text{ यदि } \sin(A+B) = \frac{1}{2} \text{ तथा } \cos(A-B) = 1 \text{ हो तो } \frac{A}{B} = ?$$

$$(10) \text{ यदि } 2 \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} \text{ हो तो } x = \frac{1}{x} = ? \quad \{0, 1, 2, 3\}$$

$$(11) \cos \theta \cdot \operatorname{cosec} 23^\circ = 1 \text{ हो तो } \theta = ?$$

Sol - (6) $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right) \sin\left(\frac{3\pi}{10}\right)$
 $= \sin\left(\frac{18^\circ}{10}\right) \sin\left(\frac{3 \times 18^\circ}{10}\right)$
 $= \sin 18^\circ \cdot \sin 54^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \cdot \frac{\sqrt{5}+1}{4}$
 $= \frac{5-1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$

Sol - (1) $\tan^2 x \operatorname{cosec}^2 x - 1 = \tan^2 y$
 $\tan^2 x \operatorname{cosec}^2 x - \tan^2 x = 1$
 $\tan^2 x (\cot^2 x) = 1$
 $\cot^2 x = \cot^2 y$
 $x = y$

Sol - (7) $\frac{\sin \frac{32\pi}{15}}{24 \times \sin \frac{2\pi}{15}} = \frac{\sin\left(2\pi + \frac{2\pi}{15}\right)}{\sin \frac{2\pi}{15}} = 1 \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$

Sol - (3) $\tan A + 2 \tan 2A + 4 \tan 4A + 8 \cot 8A$
 $A = 15^\circ$
 $2 - \sqrt{3} + 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + 4(\sqrt{3}) + 8 \times \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
 $2 + 2\sqrt{3} - \frac{8}{\sqrt{3}} = 2 + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$
 $= 2 + \sqrt{3} \leftarrow \cot 15^\circ \Rightarrow \cot A \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$

$$\text{Sol (8)} \quad (1 + \cos \frac{\pi}{10}) (1 + \cos \frac{3\pi}{10}) (1 + \cos \frac{5\pi}{10}) (1 + \cos \frac{7\pi}{10})$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & \downarrow & & \downarrow \\ & & & & & & 1 + \cos (\pi - \frac{\pi}{10}) \\ & & & & & & \downarrow \\ & & & & & & 1 - \cos \frac{\pi}{10} \\ & & & & \downarrow & & \\ (1 + \cos \frac{\pi}{10}) & (1 + \cos \frac{3\pi}{10}) & (1 - \cos \frac{3\pi}{10}) & (1 - \cos \frac{\pi}{10}) & & & \end{array}$$

$$\Rightarrow (1 - \cos^2 \frac{\pi}{10}) (1 - \cos^2 \frac{3\pi}{10})$$

$$\Rightarrow \left(\sin \frac{\pi}{10} \times \sin \frac{3\pi}{10} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{4} \times \frac{\sqrt{5}+1}{4} \right)^2 = \left(\frac{1}{4} \right)^2 = \frac{1}{16}$$

Sol - (10)

$$2 \sin \left(\frac{\pi x}{2} \right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$\begin{array}{l} x=1 \quad 2 \sin 90^\circ = 2 \\ \sin 90^\circ = 1 \\ \underline{1=1} \end{array}$$

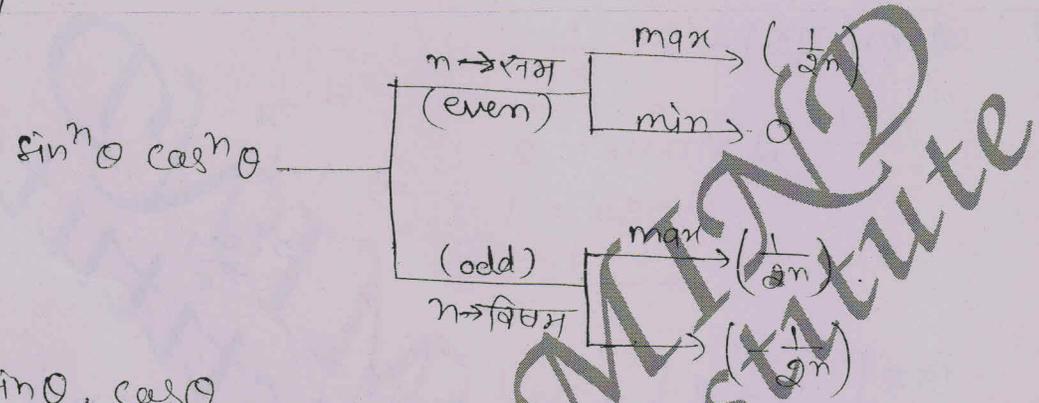
$$\begin{array}{l} x = \frac{1}{x} \\ \Rightarrow 1 - \frac{1}{x} \\ = 0 \text{ only} \end{array}$$

Sol - (5)

$$\begin{aligned} & 152 \left[\frac{1}{2} + 2 \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{2} + 4 \frac{1}{2} + \dots + 17 \times \frac{1}{2} + 8 \times \frac{1}{2} \right] \\ & = 152 \times \frac{1}{2} [1 + 2 + 3 + \dots + 17 + 18] \\ & = 152 \times \frac{1}{2} \times \frac{18 \times 19}{2} \end{aligned}$$

POWER MIND
Give Wings to Your Dreams with us
INSTITUTE

Type # 2



eg ① $\sin \theta \cdot \cos \theta$

$$= \frac{2 \times \sin \theta \cdot \cos \theta}{2}$$

$$= \frac{\sin 2\theta}{2}$$

$\begin{cases} \text{max} = \frac{1}{2} \\ \text{min} = -\frac{1}{2} \end{cases}$

ex ② $\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$

$$= \frac{4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{4} = \frac{(2 \sin \theta \cos \theta)^2}{4}$$

$$= \frac{(\sin 2\theta)^2}{4}$$

$\begin{cases} \text{max} = \frac{1}{4} \\ \text{min} = \frac{0}{4} = 0 \end{cases}$

Type # 3

$a \sin^2 \theta + b \cos^2 \theta$

$\begin{cases} a > b \text{ में जो बड़ा है वो max value } \\ \text{तथा जो छोटा है, min value होगा।} \end{cases}$

eg ① $2 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta$

$$2(1 - \cos^2 \theta) + 3 \cos^2 \theta$$

$$2 - 2 \cos^2 \theta + 3 \cos^2 \theta$$

$$2 + \cos^2 \theta$$

$\begin{cases} \text{max} = 2 + 1 = 3 \\ \text{min} = 2 + 0 = 2 \end{cases}$

ex ② $15 \sin^2 \theta - 23 \cos^2 \theta$

$\text{max} = 15$
 $\text{min} = -23$

Ans में a, b की value ही है तो $a > b$ min/max मान होंगे।

Type # 4

(Lower even होनी चाहिए. \sin व \cos में) तथा \sin में + का \sin

max value = 1
min value $\theta = 45^\circ$

$$\frac{1}{2} \leq \sin^4 \theta + \cos^4 \theta \leq 1$$

$$\frac{1}{4} \leq \sin^6 \theta + \cos^6 \theta \leq 1$$

$$\frac{1}{8} \leq \sin^8 \theta + \cos^8 \theta \leq 1$$

$$\frac{3}{4} \leq \sin^2 \theta + \cos^4 \theta \leq 1$$

ex:- $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$

$$\Rightarrow (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$= 1 - \frac{2 \times 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{2}$$

$$= 1 - \frac{(\sin 2\theta)^2}{2}$$

$$\text{max} = 1 - \frac{0}{2} = 1$$

$$\text{min} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a+b)^2 - 2ab \\ a^4 + b^4 &= (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 \end{aligned} \right\}$$

Type # 5

$$x^2 + \frac{1}{x^2} \geq 2$$

POWER MIND Institute

$$\sin^2 \theta + \csc^2 \theta \geq 2$$

$$\cos^2 \theta + \sec^2 \theta \geq 2$$

$$\tan^2 \theta + \cot^2 \theta \geq 2$$

न्यूनतम मान

ex:- $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta + \sec^2 \theta + \csc^2 \theta$ का न्यूनतम मान

mind it

$$= 1 + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta + 1 + \tan^2 \theta + 1 + \cot^2 \theta$$

$$= 3 + 2(\tan^2 \theta + \cot^2 \theta)$$

$$= 3 + (2 \times 2) = \underline{\underline{7}} \text{ An.}$$

Type # 6

$$a \sin^2 \theta + b \csc^2 \theta$$

$$a \cos^2 \theta + b \sec^2 \theta$$

$$a \tan^2 \theta + b \cot^2 \theta$$

न्यूनतम मान = $2\sqrt{ab}$

$$\frac{a \sin^2 \theta + b \csc^2 \theta}{2} \geq (a \sin^2 \theta \times b \csc^2 \theta)^{1/2}$$

$$a \sin^2 \theta + b \csc^2 \theta \geq 2 \sqrt{ab} \quad \text{H.P.}$$

Ques:- Find minimum value = ?

① $32 \sin^2 \theta + 2 \csc^2 \theta$

$$\begin{aligned} \text{min value} &= 2 \sqrt{32 \times 2} \\ &= \sqrt{128} \times 2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

② $4 \sec^2 \theta + 9 \csc^2 \theta$

$$\begin{aligned} &= 4(1 + \tan^2 \theta) + 9(1 + \cot^2 \theta) \\ &= 4 + 4 \tan^2 \theta + 9 + 9 \cot^2 \theta \\ &= 13 + 4 \tan^2 \theta + 9 \cot^2 \theta \\ &= 13 + 2 \sqrt{4 \times 9} \\ &= 13 + 12 = 25 \quad \underline{\text{Ans.}} \end{aligned}$$

Type # 7

Quadratic expression
(square)

ex - ① $\sin^2 \theta - 2 \sin \theta + 6$

$$\begin{aligned} &\sin^2 \theta - 2 \sin \theta + 1 + 1 + 4 \\ &= (\sin \theta - 1)^2 + 5 \end{aligned}$$

$$\text{max} = (-1 - 1)^2 + 5 = 7$$

$$\text{min} = (1 - 1)^2 + 5 = 5$$

ex ② $\sin^2 \theta - 4 \sin \theta + 13$

$$\begin{aligned} &\sin^2 \theta - 4 \sin \theta + 4 - 4 + 13 \\ &= (\sin \theta - 2)^2 + 9 \end{aligned}$$

$$\text{max} = (-1 - 2)^2 + 9 = 18$$

$$\text{min} = (1 - 2)^2 + 9 = 10$$

Ques min/max = ?

① $\cos \theta + \sin \theta$

② $2 \sin \theta + 3 \csc \theta$

③ $7 \sin \theta + 24 \cos \theta + 5$

④ $\sin^2 \theta - 2 \sin \theta + 4$

⑤ $\cos^2 \theta - \cos \theta + 5$

Imp.

⑥ $11 - \sin^2 \theta - 4 \cos \theta$

⑦ $\csc^2 \theta - \cot \theta$

$$\frac{\csc^2 \theta - \cot \theta}{\csc^2 \theta + \cot \theta}$$

Ques:- min value := ?

① $\left(\frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} \right)^2 + \cot^2 2\theta$

② $\cos^2 x - \sin^2 x + \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$

$$\begin{aligned}
 & 3 \cos 15^\circ - 4 \cos^3 15^\circ = ? \\
 & = - [4 \cos^3 15^\circ - 3 \cos 15^\circ] \\
 & = - [\cos (3 \times 15^\circ)] \\
 & = - \cos 45^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\
 & \{ \cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta \}
 \end{aligned}$$

यदि $\cos \alpha + \sin \beta = 2$ है तो

$$\tan \left(\frac{2\beta + \alpha}{2} \right) = 2$$

$\alpha = 0, \beta = 90$

$$\Rightarrow \tan = \frac{2 \times 90 + 0}{2}$$

$\tan 90^\circ = \text{N.D.}$

Questions

- यदि $\sin \alpha + \sin \beta = 2$ है तो $\sin \left(\frac{2\alpha + \beta}{2} \right) = ?$
 $\left\{ \sin \frac{\alpha}{2}, \cos \frac{\alpha}{2}, \sin \frac{\alpha}{3}, \cos \frac{2\alpha}{3} \right\}$
- $2 \cos \theta - \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ है तो $2 \sin \theta + \cos \theta = ?$
- $\cos \theta + \sin \theta = a$ है तो $\cos \theta - \sin \theta = ?$
- यदि $\cos^2 \theta = \frac{(x+y)^2}{4xy}$ है तो
 (A) $x = -y$ (B) $x > y$ (C) $x = y$ (D) $x < y$
- यदि $x \cos \theta - y \sin \theta = \sqrt{x^2 + y^2}$ तथा $\frac{\cos^2 \theta}{a^2} + \frac{\sin^2 \theta}{b^2} = \frac{1}{x^2 + y^2}$
 तो (A) $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ (B) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
 (C) $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ (D) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
- यदि $1 + \sin x + \sin^2 x + \dots = 4 + 2\sqrt{3}$ हो तथा $0 < x < \pi$
 हो तो $x = ?$
 (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ or $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{3}$ or $\frac{2\pi}{3}$
- $\sqrt{3} \operatorname{cosec} 20^\circ - \sec 20^\circ = ?$ { 3, 4, -4, -2 }
- $\tan^6 \theta + 3 \tan^2 \theta \sec^4 \theta + 1 = ?$
 $\sec^6 \theta, \cot^4 \theta, \sec^4 \theta, \sec \theta$
- $\cot^6 \theta + 3 \cot^2 \theta \operatorname{cosec}^4 \theta + 1 = ?$
 $\operatorname{cosec}^6 \theta, \operatorname{cosec}^4 \theta, \operatorname{cosec} \theta, \cot^6 \theta$

- (10) $\sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} = ?$ (A) $\sin A + \cos A$ (B) $\sec A + \cot A$
 (C) $\sec A + \tan A$ (D) $\sec A + \cos A$

(11) यदि $\sin \theta = \frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}$ हो तो $\tan \theta = ?$

(12) यदि $\cos A = \frac{4}{5}$ हो तो $\sin \frac{A}{2} = ?$

(13) $\frac{\sin \theta - 2 \sin^3 \theta}{2 \cos^3 \theta - \cos \theta} = ?$

(14) $\frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A}$ (A) $\sin A + \tan A$ (B) $\sin A + \cos A$
 (C) $\sin 2A + \cos A$ (D) $\cot A + \tan A$

(15) $\frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A - 1} + \frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A + 1}$

- (A) $\sec^2 A$ (B) $2 \sec^2 A$
 (C) $2 \cot^2 A$ (D) $2 \tan^2 A$

Sol - (1)

$\sin \alpha + \sin \beta = 2$

$\alpha = \beta = 90^\circ$

$\sin 90^\circ + \sin 90^\circ = 2$

$\sin\left(\frac{2\alpha + \beta}{2}\right) = ?$

$\sin\left(\frac{2 \times 90 + 90}{2}\right)$

$\sin\left(\frac{270}{2}\right)$

$= \sin 135^\circ$

$\Rightarrow \sin(90 + 45) = \cos 45^\circ = \cos \frac{\alpha}{2}$

Sol - (10)

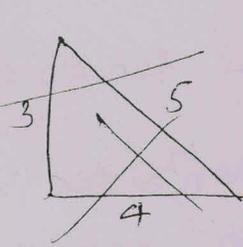
$\sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} \times \frac{1+\sin A}{\sin A}$
 $= \sqrt{\frac{(1+\sin A)^2}{(1-\sin^2 A)}} = \frac{1+\sin A}{\cos A} = \sec A + \tan A$ Ans

Sol: - (12)

~~$\cos A = \frac{4}{5}$~~

~~$\sin A = \frac{3}{5}$~~

~~$\frac{\sin A}{2} = \frac{3}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$ Ans~~



$\cos 2A = 1 - 2 \sin^2 A$
 $\cos A = 1 - 2 \sin^2 \frac{A}{2}$
 $2 \sin^2 \frac{A}{2} = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$
 $\sin^2 \frac{A}{2} = \frac{1}{10}$
 $\sin \frac{A}{2} = \pm \frac{1}{\sqrt{10}}$ Ans

Sol: - (15)

$\frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A - 1} + \frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A + 1}$

$A = 45^\circ$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1) + \sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{1} = \frac{2 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2}}{1} = 4$

option $2 \sec^2 A$
 $= 2(\sqrt{2})^2$
 $= 2 \times 2$
 $= 4$ Ans

sol: (2) $2 \cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2}$

$\theta = 45^\circ$
 $\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{2-1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \frac{2+1}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$ Ans.

sol: (3) $\cos \theta + \sin \theta = a$

$\cos \theta - \sin \theta = ?$

sol: (4) $\cos^2 \theta = \frac{(x^2 + y^2)^2}{4xy}$

sol: (5) $x \cos \theta - y \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
 $= \frac{x \cos \theta}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{y \sin \theta}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

Compare $\boxed{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1}$

$\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $\sin \theta = \frac{-y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

$\frac{\cos^2 \theta}{a^2} + \frac{\sin^2 \theta}{b^2} = \frac{1}{x^2 + y^2}$

Part: $\frac{x^2}{a^2(x^2 + y^2)} + \frac{y^2}{b^2(x^2 + y^2)} = \frac{1}{x^2 + y^2}$
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ Ans.

sol: (6) $1 + \sin x + \sin^2 x + \dots \infty = 4 + 2\sqrt{3}$

~~Sol~~
 $S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$

$\frac{1}{1-\sin x} = 4 + 2\sqrt{3}$
 $1 - \sin x = \frac{1}{4 + 2\sqrt{3}} \times \frac{4 - 2\sqrt{3}}{4 - 2\sqrt{3}}$

$1 - \sin x = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} = 60^\circ, 120^\circ$

$x = ?$

$\sin \theta = \sin(180 - \theta)$

① $\frac{\pi}{3}$ or $\frac{2\pi}{3}$ Ans.

sol: (7) $\sqrt{3} \operatorname{cosec} 20^\circ - \sec 20^\circ = ?$

$= \frac{\sqrt{3}}{\sin 20^\circ} - \frac{1}{\cos 20^\circ}$

$= \frac{2x \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \cos 20^\circ - \frac{1}{2} \sin 20^\circ \right]}{\sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}$

$\frac{2 \times 2 \times \left[\sin 60^\circ \cos 20^\circ - \cos 60^\circ \sin 20^\circ \right]}{2 \times \sin 20^\circ \cos 20^\circ}$
 $= \frac{4 \times \sin(60 - 20)}{\sin 40^\circ} = 4$ Ans.

Sol - (8) $\tan^6 \theta + 3 \tan^2 \theta \sec^4 \theta + 1 = ?$

Sol - (9) $\cot^6 \theta + 3 \cot^2 \theta + \operatorname{cosec} \theta + 1 = ?$

Sol - (11) $\sin \theta = \frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}$

$\tan \theta = ?$

Sol - (13) $\frac{\sin \theta - 2 \sin^3 \theta}{2 \cos^3 \theta - \cos \theta} = ?$

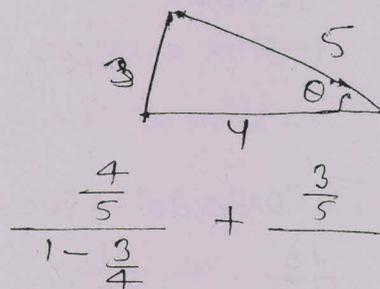
$\Rightarrow \frac{\sin \theta (1 - 2 \sin^2 \theta)}{\cos \theta (2 \cos^2 \theta - 1)}$

$\Rightarrow \tan \theta \cdot \frac{\cos 2\theta}{\cos 2\theta}$

$\Rightarrow \tan \theta = \underline{\underline{\tan \theta}}$

Sol - (14) $\frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A}$

Sol:- $\frac{\cos A}{1 - \frac{\sin A}{\cos A}} + \frac{\sin A}{1 - \frac{\cos A}{\sin A}}$
 $\frac{\cos^2 A}{\cos A - \sin A} - \frac{\sin^2 A}{\cos A - \sin A}$
 $\frac{(\cos A - \sin A)(\cos A + \sin A)}{(\cos A - \sin A)}$
 $\cos A + \sin A$ Ans.



Sol - ① $\cos \theta - \sin \theta$

Sol - ② $2 \sin \theta + 3 \cos \theta$

Sol - ③ $7 \sin \theta + 24 \cos \theta + 5$

$$\begin{aligned} \max &= 5 + \sqrt{49 + 576} \\ &= 5 + \sqrt{625} = 5 + 25 = 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min &= 5 - \sqrt{49 + 576} \\ &= 5 - \sqrt{625} = 5 - 25 = -20 \end{aligned}$$

Sol - ④ $\sin^2 \theta - 2 \sin \theta + 4$

$$\Rightarrow \sin^2 \theta - 2 \sin \theta + 1 - 1 + 4$$

$$(\sin \theta - 1)^2 + 3$$

$$\max = (-1 - 1)^2 + 3 = 7$$

$$\min = (1 - 1)^2 + 3 = 3$$

Sol - ⑤ $\cos^2 \theta - \cos \theta + 5$

Sol - ⑥ $\sin^2 \theta - 4 \cos \theta$

$$= 11 - (1 - \cos^2 \theta) - 4 \cos \theta$$

$$= 11 - 1 + \cos^2 \theta - 4 \cos \theta$$

$$\cos^2 \theta - 4 \cos \theta + 10$$

$$\cos^2 \theta - 4 \cos \theta + 4 - 4 + 10$$

$$(\cos \theta - 2)^2 + 6$$

$$\min = (1 - 2)^2 + 6 = 7$$

$$\max = (-1 - 2)^2 + 6 = 7$$

Sol - ⑦ $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \cot \theta}$

$$= \frac{1}{\sin^2 \theta} - \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{1 - \sin \theta \cos \theta}{1 + \sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{2 - 2 \sin \theta \cos \theta}{2 + 2 \sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{2 - \sin 2\theta}{2 + \sin 2\theta}$$

$$\max = \frac{2 - (-1)}{2 + 1} = 3 \quad \min = \frac{2 - 1}{2 + 1} = \frac{1}{3}$$

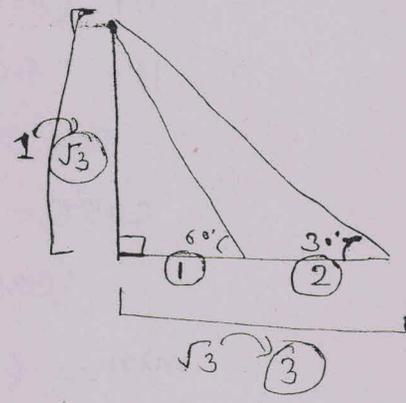
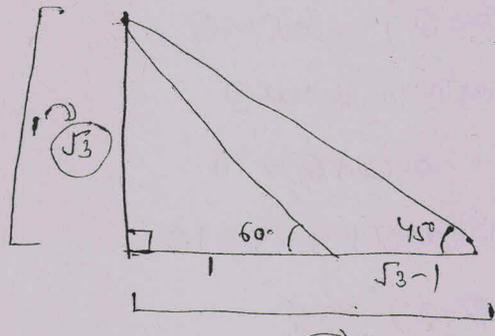
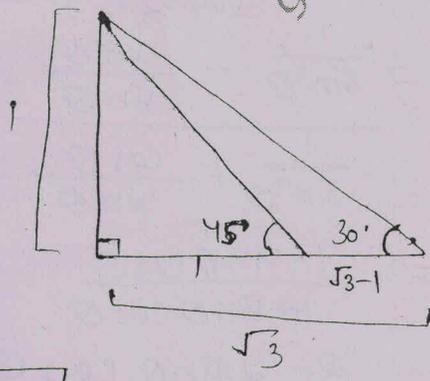
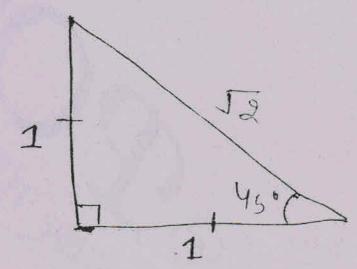
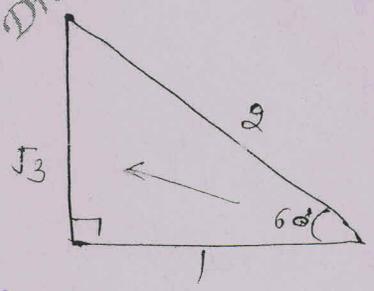
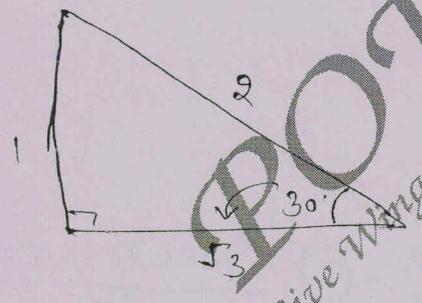
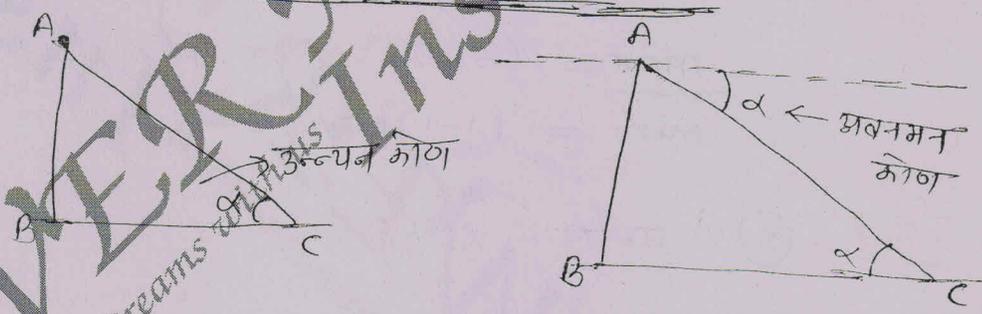
Sol ② $\frac{\cos^2 x - \sin^2 x + \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}}{\cos 2x + \sin 2x}$

$\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ Ans.

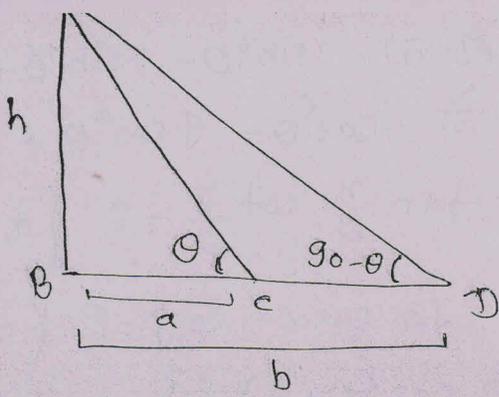
Sol ① $\left(\frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}\right)^2 + \cot^2 2\theta$

* अचर & दूरी (Height Distance) *

- ① उन्नयन कोण
- ② अवनमन कोण



NOTE: यदि किसी टॉवर के तल से क्रमशः दो बिन्दुओं तथा से मीटर स्थित बिन्दु से टॉवर के शिखर का अवनमन कोण एक दूरो का पूरक हो तो टॉवर की ऊँचाई - $\sqrt{3}$



$$\Delta ABC \quad \frac{h}{a} = \tan \theta \quad \text{--- (1)}$$

$$\Delta ABD \quad \frac{h}{b} = \tan(90 - \theta)$$

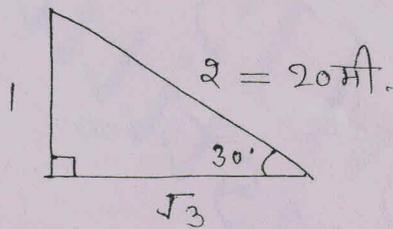
$$\frac{h}{b} = \cot \theta \quad \text{--- (2)}$$

$$\frac{(1) \times (2)}{ab} = 1$$

$$h = \sqrt{ab} \quad \text{H.P.}$$

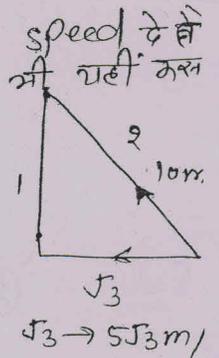
Ques ① एक सर्किल कलाकार खंभे से तन कर बंधी 20 मी लम्बी रस्सी पर चल रहा है यदि रस्सी जमीन की सतह के साथ 30° का कोण बनाती है तो खंभे की ऊँचाई ज्ञात करें?

Sol.



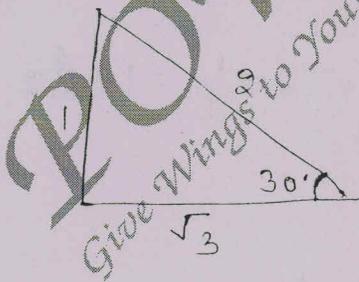
$$2 = 20 \text{ m.}$$

$$1 = 10 \text{ m. } \underline{\text{Ans}}$$



Ques :- एक पेड़ तूफान के कारण टूट जाता है तथा रसक ऊपरी हिस्सा गिरकर जमीन के साथ 30° का कोण बनाता है, तथा रसक ऊपरी हिस्सा पेड़ के तल से 8: दूर स्पर्श करता है पेड़ की जमीन से ऊँचाई ज्ञात करें?

Sol.



$$\sqrt{3} = 8 \text{ मी.}$$

$$1 = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$$\text{ऊँचाई} = 2 + 1 = 3 \rightarrow \frac{8}{\sqrt{3}} \times 3 = 8\sqrt{3} \text{ m.}$$

Questions :-

① A, B, c \rightarrow angle of a Δ If $\tan(A+B-C) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ then

$$\text{find } A^2 + B^2 - C^2 + 2AB = ?$$

② If $a^3 = \operatorname{cosec} \theta - \sin \theta$ and $b^3 = \sec \theta - \cos \theta$ then $a^2 b^2 (a^2 + b^2) = ?$ $\{0, 1, -1, 2\}$

③ यदि $p = \sec \theta + \tan \theta$ है तो $\frac{p^2 - 1}{p^2 + 1} = ?$

$$\{ \sin \theta, \cos \theta, \tan \theta, \cot \theta \}$$

(4) यदि $\cos \theta + \cos^2 \theta + \cos^3 \theta = 1$ हो तो $\sin^6 \theta - 4 \sin^4 \theta + 8 \sin^2 \theta = ?$

(5) यदि $\sin \theta + \sin^2 \theta + \sin^3 \theta = 1$ हो तो $\cos^6 \theta - 4 \cos^4 \theta + 8 \cos^2 \theta = ?$

(6) यदि $\frac{2 \cos y - 1}{\cos y} = \cos x$ हो तो $\tan \frac{x}{2} \cot \frac{y}{2} = ?$ $\{0, \sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}, 1\}$

(7) यदि $\tan^2 \alpha = 1 + 2 \tan^2 \beta$ हो तो $\sqrt{2} \cos \alpha - \cos \beta = ?$ $\{0, 1, -1, 2\}$

(8) $\cos^2 \theta + \cos^2 (\alpha + \theta) - 2 \cos \alpha \cos \theta \cos (\theta + \alpha) = ?$
 $\{ \sin^2 \alpha, \cos^2 \alpha, \tan^2 \alpha, \sec^2 \alpha \}$

(9) $2 \sin^2 \beta + 4 \cos (\alpha + \beta) \sin \alpha \sin \beta + \cos 2 (\alpha + \beta) = ?$
 $\{ \sin 2 \alpha, \sin 2 \beta, \cos 2 \alpha, \cos 2 \beta \}$

Sol: - ①

$$A + B + C = 180^\circ$$

$$A + B - C = 30^\circ$$

$$(A + B)^2 - C^2 = ?$$

$$(A + B + C)(A + B - C) = 180 \times 30 = 5400$$

Sol: - ②

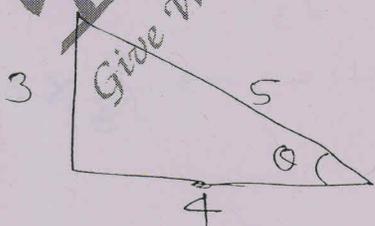
$$a^3 = \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \theta = 45^\circ$$

$$b^3 = \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{a^2 b^2 (a^2 + b^2)}{a^4 \times \frac{1}{a^2}} = 2a^6$$

$$= 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \text{ Ans.}$$

Sol: - ③



$$P = \sec \theta + \tan \theta$$

$$= \frac{5}{4} + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\frac{P^2 - 1}{P^2 + 1} = \frac{4 - 1}{4 + 1} = \frac{3}{5} = \sin \theta \text{ Ans.}$$

Sol: - ④

$$\cos \theta + \cos^2 \theta + \cos^3 \theta = 1$$

$$\cos \theta + \cos^3 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\cos \theta (1 + \cos^2 \theta) = \sin^2 \theta$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 \theta} (1 + 1 - \sin^2 \theta) = \sin^2 \theta$$

$$\sqrt{1-\sin^2\theta} (1-\sin^2\theta) = \sin^4\theta$$

$$\Rightarrow (1-\sin^2\theta) [4 + \sin^4\theta - 4\sin^2\theta] = \sin^4\theta$$

$$\Rightarrow 4 + \sin^4\theta - 4\sin^2\theta - 4\sin^2\theta - \sin^6\theta + 4\sin^4\theta = \sin^4\theta$$

$$\Rightarrow \sin^6\theta - 4\sin^4\theta + 8\sin^2\theta = 4 \quad \underline{\text{Ans}}$$

Sol :- (5) $\sin\theta + \sin^2\theta + \sin^3\theta = 1$

$$\sin\theta + \sin^3\theta = 1 - \sin^2\theta$$

$$\Rightarrow \sin\theta (1 + \sin^2\theta) = \cos^2\theta$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \cos^2\theta} (1 + 1 - \cos^2\theta) = \cos^2\theta$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \cos^2\theta} (2 - \cos^2\theta) = \cos^2\theta$$

$$\Rightarrow (1 - \cos^2\theta) [4 + \cos^4\theta - 4\cos^2\theta] = \cos^4\theta$$

$$\Rightarrow (1 - \cos^2\theta) [4 + \cos^4\theta - 4\cos^2\theta - 4\cos^2\theta - \cos^6\theta + 4\cos^4\theta] = \cos^4\theta$$

$$\Rightarrow \cos^6\theta - 4\cos^4\theta + 8\cos^2\theta = 4 \quad \underline{\text{Ans}}$$

Sol :- (6) $y = 60^\circ$ $\frac{2\cos y - 1}{\cos y} = \cos x$

$$\frac{2 \times \frac{1}{2} - 1}{\frac{1}{2}} = \cos x$$

$$\frac{1 - 1}{\frac{1}{2}} = \cos x$$

$$0 = \cos x$$

$$\downarrow$$

$$x = 90^\circ$$

$$\frac{\tan \frac{90}{2}}{2} \times \frac{\cos \frac{90}{2}}{2} = \sqrt{3}$$

Sol :- (7) $\tan^2\alpha = 1 + 2\tan^2\beta$ $\sqrt{2}\cos\alpha - \cos\beta = ?$

$$\tan^2\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 = 0 \quad \underline{\text{Ans}}$$

Sol :- (8) $\cos^2\theta + \cos^2(\alpha + \theta) - 2\cos\alpha\cos\theta\cos(\theta + \alpha)$

$$\theta = 90^\circ \quad 0 + \cos^2(\alpha + 90^\circ) - 0 = \sin^2\alpha \quad \underline{\text{Ans}}$$

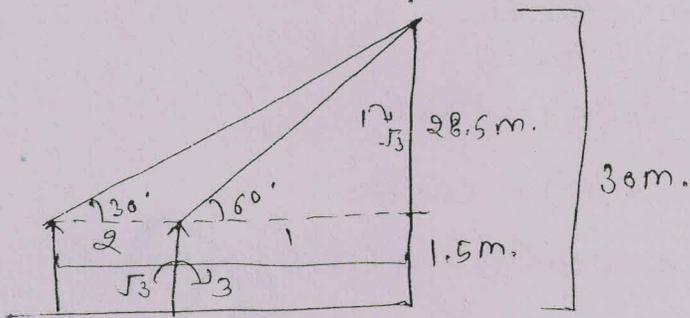
Sol :- (9) $2\sin^2\beta + 4\cos(\alpha + \beta)\sin\alpha\sin\beta + \cos 2(\alpha + \beta) = ?$

$$\beta = 0 \Rightarrow 0 + 0 + \cos 2(\alpha + 0) = \cos 2\alpha \quad \underline{\text{Ans}}$$

Ques 1.5 m. लम्बा लड़का 30m. ऊँचे ~~बिल्डिंग~~ ~~बिल्डिंग~~ ~~बिल्डिंग~~ से कुछ

कुछ दूरी पर खड़ा है, कुछ दूरी बिल्डिंग की तरफ चलने पर उसकी आँखों से बिल्डिंग के शिर्ष का दृश्यन कोण 30° से बढ़कर 60° हो जाता है। वह कितनी दूरी तक चलकर आया था ?

Sol. -



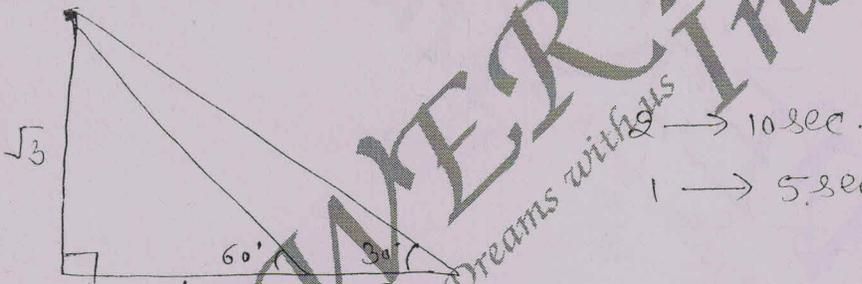
$$\sqrt{3} \rightarrow 28.5$$

$$2 \rightarrow \frac{28.5 \times 2}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{57}{\sqrt{3}} = 19\sqrt{3} \text{ Ans}$$

Ques - एक सिधा सड़क टॉवर की तरफ जा रही है टॉवर के शिर्ष पर खड़ा एक व्यक्ति के लिए कार अवनमन कोण 10 sec. में 30° से 60° हो जाता है, तो 60° वाले बिन्दु से कार को टॉवर तक पहुँचने में कितना समय लगेगा ?

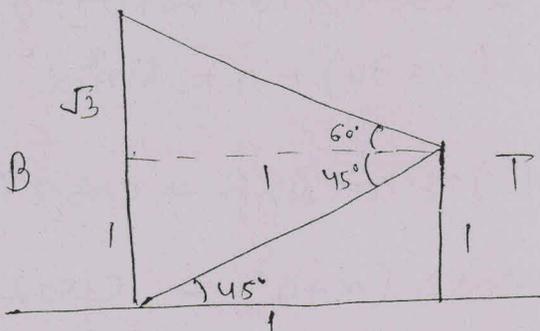
Sol.



$$1 \rightarrow 5 \text{ sec. Ans}$$

Ques - 7m. ऊँची बिल्डिंग के शिर्ष का एक कैबल टॉवर के शिर्ष से दृश्यन कोण 60° तथा टॉवर के शिर्ष से ही बिल्डिंग के तल का अवनमन कोण 45° है कैबल टॉवर की ऊँचाई बताइए ?

Sol. -



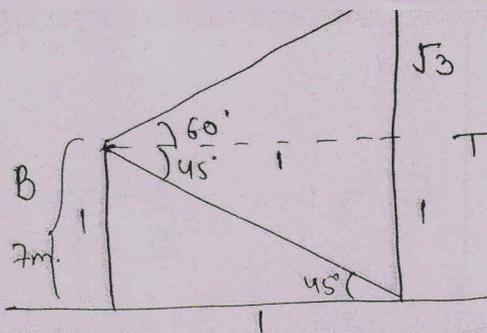
$$\sqrt{3} + 1 \rightarrow 7$$

$$1 \rightarrow \frac{7 \times \sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= 3.5(\sqrt{3} - 1) \text{ Ans}$$

Ques - 7m. ऊँची बिल्डिंग के शिर्ष से कैबल टॉवर के शिर्ष का दृश्यन कोण 60° तथा तल का अवनमन कोण 45° है, कैबल टॉवर की ऊँचाई बताए ?

Sol:-

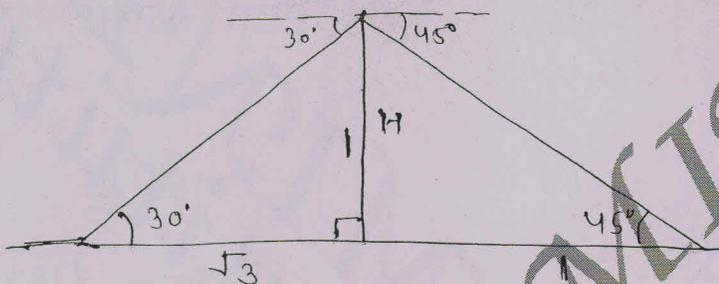


$$1 \rightarrow 7$$

$$(\sqrt{3}+1) \rightarrow 7(\sqrt{3}+1) \text{ Ans.}$$

Ques:- एक लारट हाऊस के शीर्ष से विपरित दिशाओं में स्थित दो जहाजों के अवनमन कोण 30° व 45° दर्ज किये जाते हैं, यदि लारट हाऊस की ऊँचाई H है तो जहाजों के मध्य दूरी बतायें?

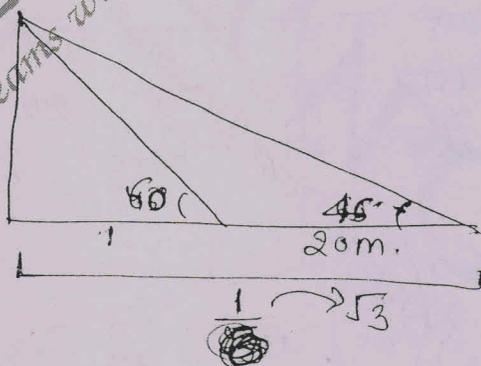
Sol:-



$$(\sqrt{3}+1) \rightarrow H(\sqrt{3}+1)$$

Ques:- एक टॉवर के तल से कुछ दूरी पर स्थित बिन्दु से टॉवर तरफ 20m चलने पर उन्नयन कोण 45° से 60° हो जाता है टॉवर की ऊँचाई बतायें?

Sol



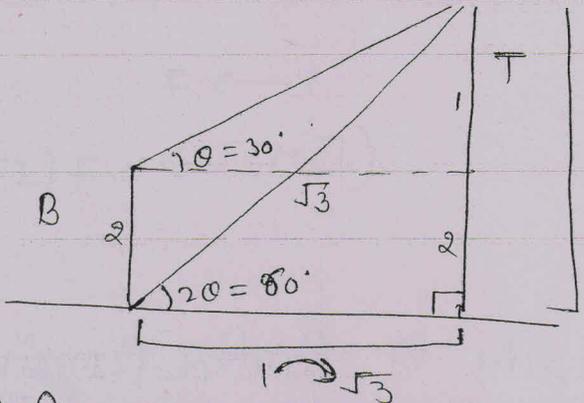
$$\sqrt{3}-1 \rightarrow 20$$

$$\sqrt{3} \rightarrow \frac{20 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \quad \left(\frac{1}{\sqrt{3}-1} \right) \rightarrow 20m.$$

$$= \frac{20 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} = \frac{20 \times \sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = 10(3+\sqrt{3}) \text{ Ans.}$$

Ques:- टॉवर के शीर्ष का एक बिलिंग के तल से उन्नयन कोण उसके शीर्ष से उन्नयन कोण का दुगुना है, बिलिंग की ऊँचाई क्या होगी यदि टॉवर की ऊँचाई 75m हो तथा टॉवर के शीर्ष का बिलिंग के तल से उन्नयन कोण 60° हो।

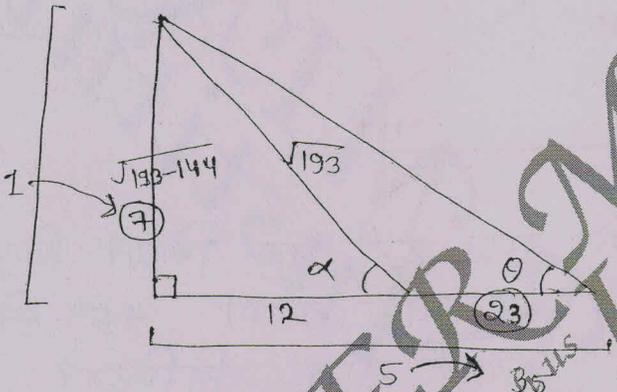
Sol:-



3 → 75 m.
2 → 50 m. Ans.

Que:- किसी स्मारक के आधार से एक क्षैतिज रेखा के बिन्दु पर स्मारक के शिखर का उन्नयन कोण इतना पाया गया कि उसका सेकेण्ट $\frac{1}{5}$ है स्मारक की ओर 38 m. चलने पर उन्नयन कोण का सेकेण्ट $\frac{\sqrt{193}}{12}$ पाया गया स्मारक की ऊँचाई ज्ञात करें?

Sol:-

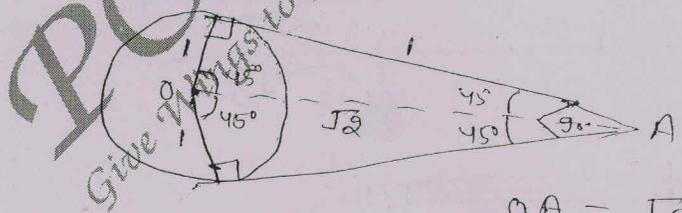


$\tan \theta = \frac{1}{5}$
 $\sec \alpha = \frac{\sqrt{193}}{12}$

23 × 6 → 138 m
7 × 6 → 42 m. Ans.

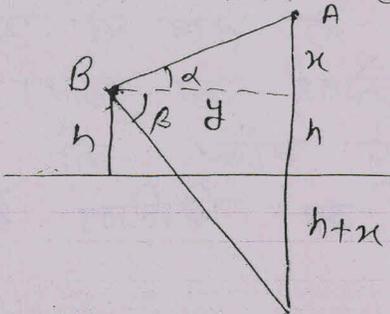
Que:- रिकार त्रिज्या वाला गोला गुबारा किसी बिन्दु A पर रखे एक दर्शक की आँख पर 90° का कोण अन्तरीत करता है गुबारे के केन्द्र की बिन्दु A से इसी ज्ञात करें?

Sol:-



OA = $\sqrt{2}$ Ans.

Que:- किसी मील के तल से H ऊँचाई पर स्थित किसी बिन्दु से एक बादल का उन्नयन कोण α है, तथा उसी बिन्दु से उसके प्रतिबिम्ब का अवनमन कोण β है तो मील के तल से बादल की ऊँचाई ज्ञात करें? (cot की terms में)



(कील)

ΔABC
 $\left[\frac{y}{x} = \cot \alpha \right] \Rightarrow y = \cot \alpha x$

①

ΔOCP

$$\frac{y}{h+h+x} = \cot \beta$$

$$\boxed{\frac{y}{2h+x} = \cot \beta}$$

y of value put

$$x \cot \alpha = 2h \cot \beta + x \cot \beta$$

$$x (\cot \alpha - \cot \beta) = 2h \cot \beta$$

$$x = \frac{2h \cot \beta}{\cot \alpha - \cot \beta}$$

$$\text{अंतर} = h+x$$

$$= h + \frac{2h \cot \beta}{\cot \alpha - \cot \beta}$$

$$= \frac{h \cot \alpha + h \cot \beta}{\cot \alpha - \cot \beta}$$

$$= h \left[\frac{\cot \alpha + \cot \beta}{\cot \alpha - \cot \beta} \right]$$

Ans.

POWER
Give Wings to Your Dreams with us

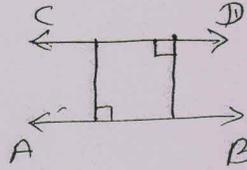
ज्यामिति
GEOMETRY

POWERED INSTITUTE
Give Wings to Your Dreams with

* Geometry ज्यामिती *

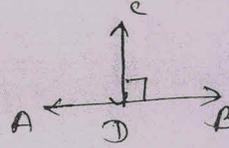
Lines :-

(i) समांतर रेखाएँ



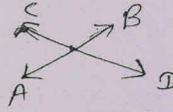
$AB \parallel CD$

(ii) सम्बन्ध रेखाएँ

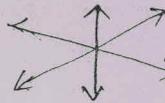


$CD \perp AB$

(iii) प्रतिच्छेदी रेखाएँ



(iv) समांगी रेखाएँ



Angles (कोण) :-

(i) न्यून कोण

$[\theta < 90^\circ]$

(ii) समकोण

$[\theta = 90^\circ]$

(iii) अधिक कोण

$[90^\circ < \theta < 180^\circ]$

(iv) सरल कोण / रूढ़ कोण

$[\theta = 180^\circ]$

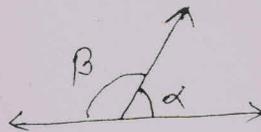
(v) परिवर्ती / वृहत् कोण

$[180^\circ < \theta < 360^\circ]$

(vi) चक्रीय कोण

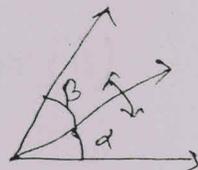
$[\theta = 360^\circ]$

कोणों का रेखीय घन्य प्रथम :-

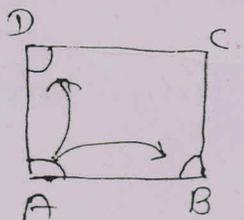


$\alpha + \beta = 180^\circ$

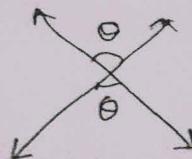
उपसन्न कोण :-

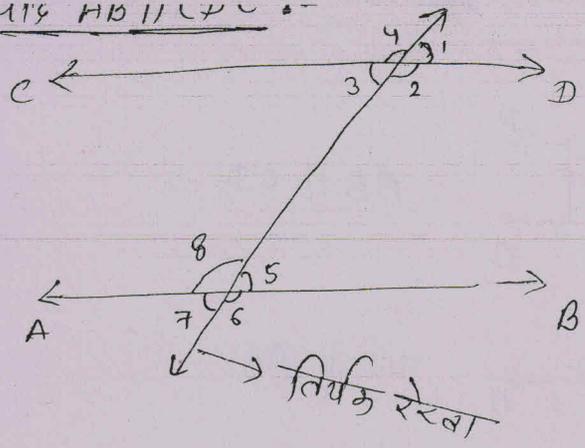


(पारस वासा कोण)



शीर्ष त्रिभुज कोण :-





समान कोण :- (z) (s)

$\angle 3 = \angle 5$

$\angle 2 = \angle 8$

संगत कोण :-

$\angle 1 = \angle 5$

$\angle 2 = \angle 6$

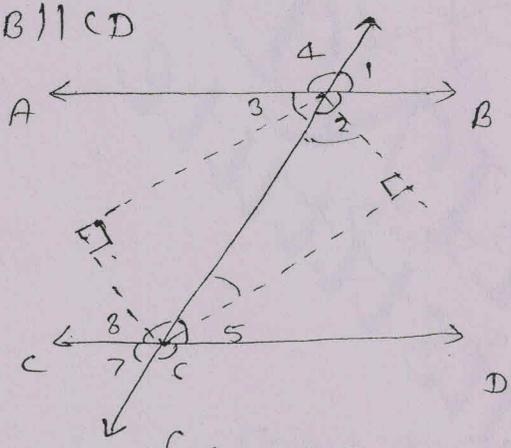
$\angle 3 = \angle 7$

$\angle 4 = \angle 8$

$\angle 2 + \angle 5 = 180^\circ$

$\angle 1 + \angle 6 = 180^\circ$

$\Rightarrow AB \parallel CD$



① कोण $\angle 2$ तथा $\angle 5$ के कोण अधिक (या) $\angle 3$ तथा $\angle 8$ के कोण अधिक हमेशा समकोण बनाते हैं।

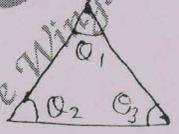
② $\angle 2, \angle 5, \angle 8$ तथा $\angle 3$ के कोण अधिक एक भाषत की रचना करते हैं।

$\left\{ \frac{\angle 2 + \angle 5}{2} = \frac{180}{2} = 90^\circ \right\}$

* त्रिभुज *
* * *

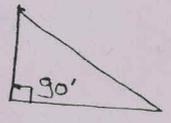
कोणों के आधार पर

(i) न्यून कोण Δ

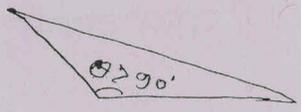


$O_1, O_2, O_3 < 90^\circ$

(ii) समकोण Δ



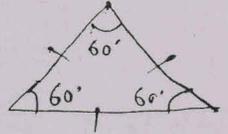
(iii) अधिक कोण Δ



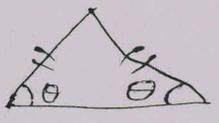
भुजाओं के आधार पर

{ समान भुजाओं के विपरित कोण समान होते हैं }

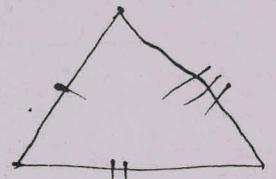
(i) समबाहु



(ii) समद्विबाहु



(iii) विषमबाहु



बड़ी भुजा है तो:-

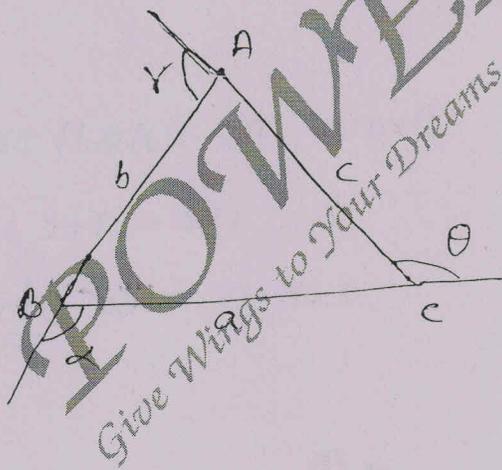
$$a^2 + b^2 > c^2 \quad \text{न्यून कोण } \Delta$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{समकोण } \Delta$$

$$a^2 + b^2 < c^2 \quad \text{अधिक कोण } \Delta$$

* Properties of Δ :-

1. त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है।
2. किसी दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से अधिक होता है।
3. किसी दो भुजाओं का अन्तर तीसरी भुजा से कम होता है।
4. त्रिभुज के किसी भी शीर्ष पर बना बाह्य कोण दो अन्तर्-अभिमुख कोणों के योग के बराबर होता है।
5. त्रिभुज में सबसे बड़े कोण के सामने सबसे बड़ी भुजा होती है, तथा छोटे कोण के सामने की भुजा छोटी होती है।
6. बाह्य कोणों का योग 360° होता है।



$$\textcircled{1} \quad A + B + C = 180^\circ$$

$$\textcircled{2} \quad a + b > c$$

$$b + c > a$$

$$a + c > b$$

$$\textcircled{3} \quad |a - b| < c$$

$$|b - c| < a$$

$$|c - a| < b$$

$$\textcircled{4} \quad \theta = \angle A + \angle C$$

$$\alpha = \angle A + \angle B$$

$$\gamma = \angle B + \angle C$$

$$\textcircled{5} \quad \text{यदि } A > B > C$$

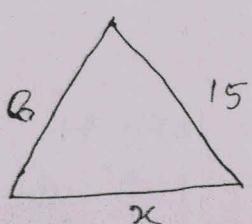
$$BC > AB > AC$$

$$\textcircled{6}$$

$$\angle \theta + \angle \alpha + \angle \gamma =$$

Ques:- एक Δ की दो भुजाएँ 8 cm तथा 15 cm हैं, यदि इसकी तीसरी भुजा एक पूर्णांक हो, तो कुल संभावित त्रिभुजों की संख्या ज्ञात करें?

Sol:-



$$(15 - 8) < x < (15 + 8)$$

$$7 < x < 23$$

$$\Rightarrow (23 - 7) - 1 = 15 \text{ Ans.}$$

Ex

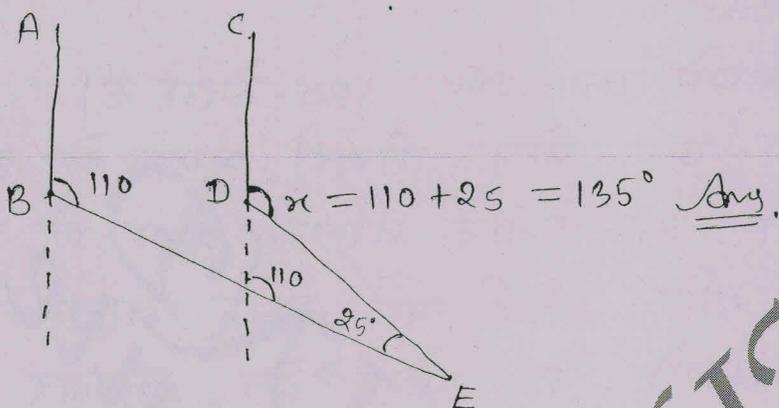
90, 110, a

$$(110 - 90) < a < (110 + 90)$$

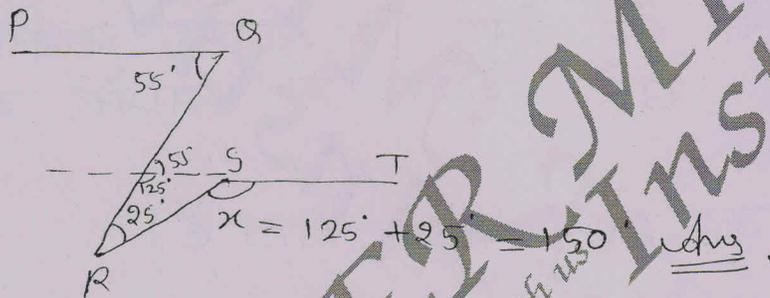
$$20 < a < 200$$

$$\Rightarrow (200 - 20) - 1 = 179 \text{ } \leftarrow \text{value} \underline{\text{Ans}}$$

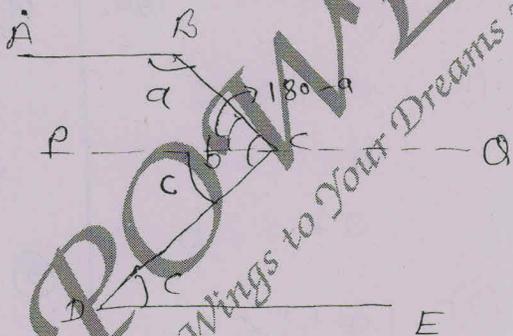
Que: - AB || CD, x = ?



Que: -
PQ || ST
x = ?



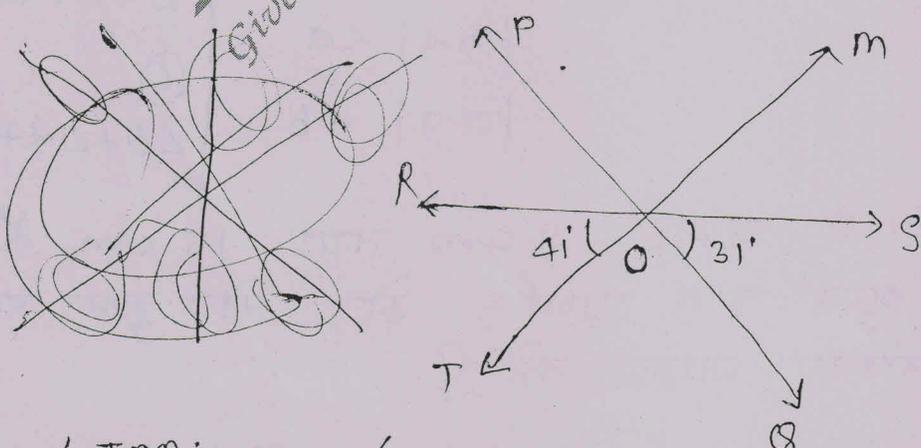
Que: -
AB || DE
a + b - c = ?



Draw PQ || AB || DE

$$b = 180 - a + c$$

$$a + b - c = 180 \underline{\text{Ans}}$$

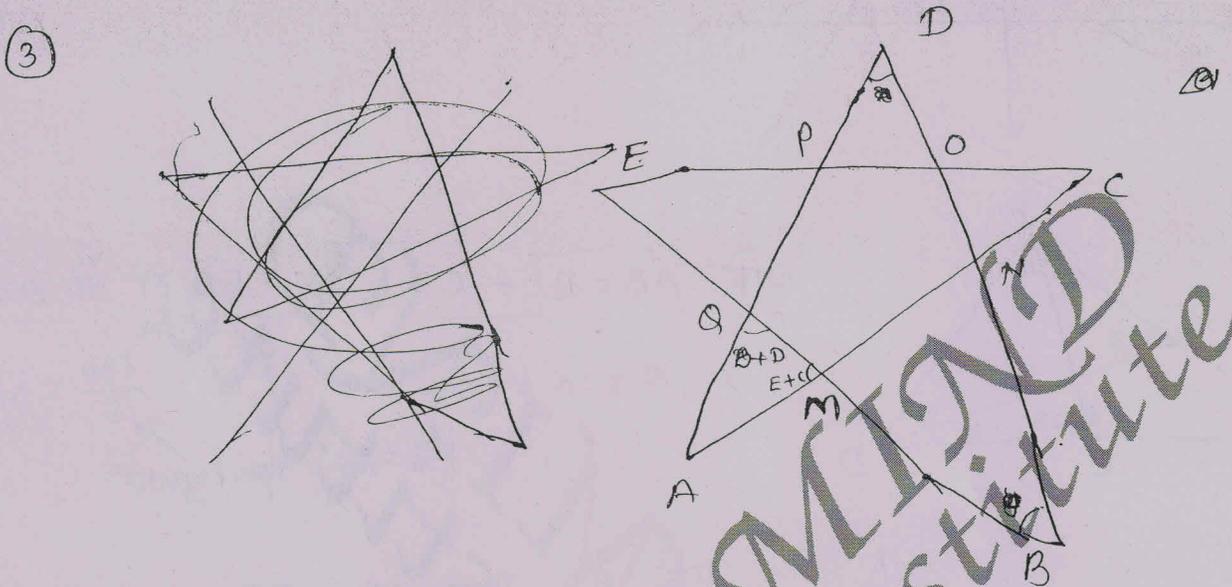
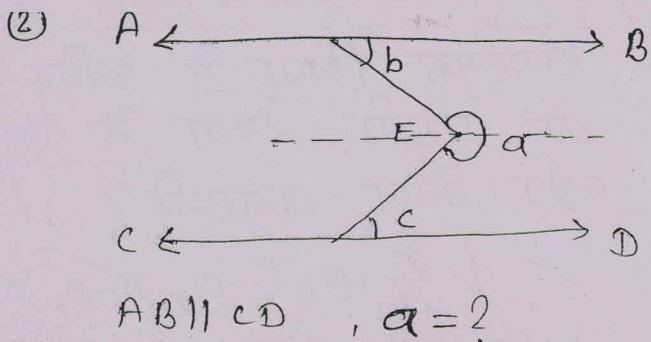


$$\angle POS = ?$$

$$\begin{aligned} \angle TOB &= 180 - (41 + 31) \\ &= 108^\circ = \angle POM \end{aligned}$$

$$\angle ROT = 41^\circ = \angle MOS$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle POS &= 108 + 41 \\ &= 149 \underline{\text{Ans}} \end{aligned}$$

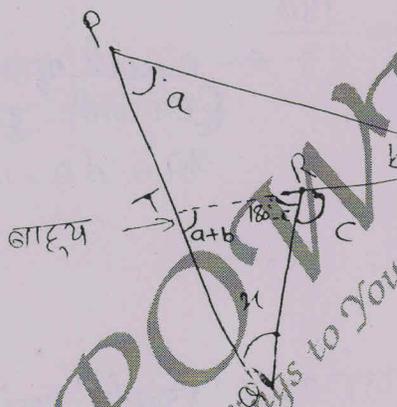


$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = ?$$

$\triangle DOB$ व $\triangle EMC$

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ \text{ Ans.}$$

(4)

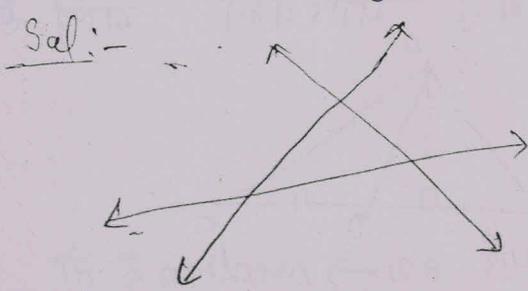


$x = ?$ (a, b, व c की terms में)
 $\angle x = 180^\circ - (180^\circ - c + a + b)$
 $= c - (a + b)$ Ans.

* n बिंदुओं से बनने वाली रेखाओं की संख्या :-

$$\left\{ \frac{n(n-1)}{2} \right\}$$

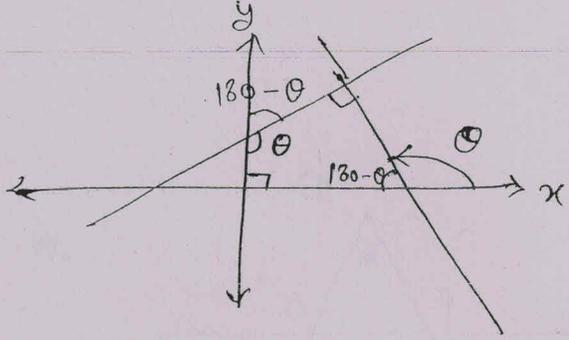
Ques:- तीन रेखाएँ दो-दो के जोड़े में एक दूसरे को प्रतिच्छेद करती हैं, कुल कोणों की संख्या बताते की?



12 Ans.

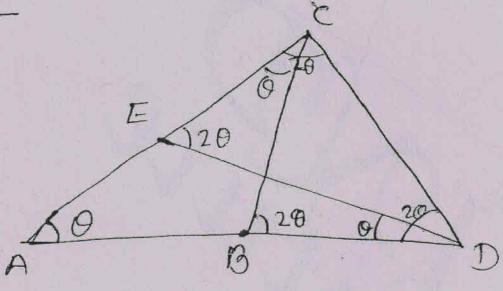
Ques:- एक रेखा x -अक्ष के साथ घनात्मक दिशा में अधिक कोण θ बनाती है। एक दूसरी रेखा जो पहली रेखा के लम्बवत है, y -अक्ष के साथ कितना न्यून कोण बनाएगी?

Sol:-



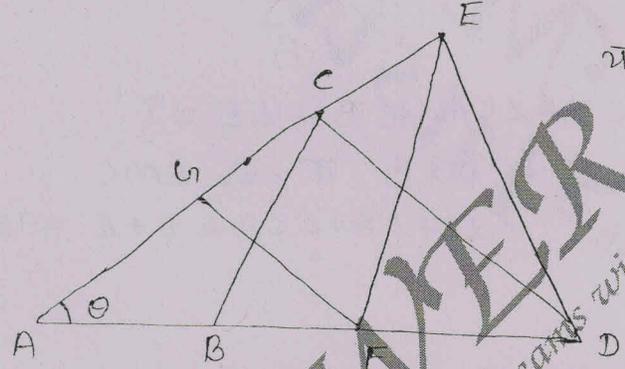
$(\frac{\pi}{2} + \theta, \frac{\pi}{2} - \theta, \pi - \theta, \pi + \theta)$

Ques:-



यदि $AB = BC = CD = DE = EA$ हो तो $\theta = ?$
 $\theta + 2\theta + 2\theta = 180^\circ$
 $\theta = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$ equal भुजाएँ

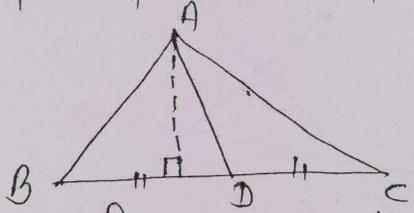
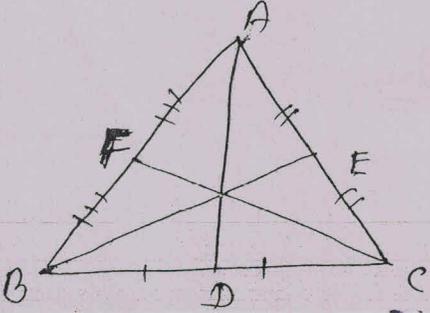
Ques:-



यदि $AB = BC = CD = DE = EF = FA$ हो तो
 $\theta = \frac{180}{7}$ ← equal भुजाएँ
 (क्रम नहीं हुआ क्योंकि)
 जैसे $\rightarrow AB = BC = CD$

* माध्यिका :

1. Δ के किसी शीर्ष के सामने वाली भुजा पर खिंची गई रेखा माध्यिका जो शीर्ष को भुजा को समद्विभाजित करती है, माध्यिका कहलाती है।
2. एक Δ में तीन माध्यिकाएँ होती हैं।
3. माध्यिका किसी भी Δ को दो समान क्षेत्रफल वाले Δ में बाँटती है।
4. सबसे बड़ी भुजा पर सबसे छोटी माध्यिका तथा सबसे छोटी भुजा पर सबसे बड़ी माध्यिका होती है।



यदि $AD \rightarrow$ median है तो
 $\text{ar}(\Delta ABD) = \text{ar}(\Delta ADC)$

5. Apollonius Theorem:-

$$AB^2 + AC^2 = 2[AD^2 + BD^2]$$

$$BC^2 + BA^2 = 2[BE^2 + AE^2]$$

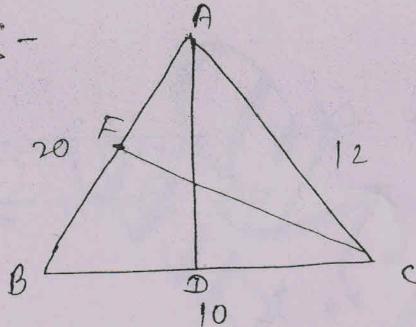
$$CA^2 + CB^2 = 2[CF^2 + AF^2]$$

add

6. माध्यिकाओं के वर्गों का योग = $\frac{3}{4}$ [भुजाओं के वर्गों का योग]

$$AD^2 + BE^2 + CF^2 = \frac{3}{4} [AB^2 + BC^2 + CA^2]$$

Que:-



length of largest median = ?

length " shortest " = ?

largest median (AD) \Rightarrow

$$20^2 + 12^2 = 2[AD^2 + 5^2]$$

$$272 = AD^2 + 25$$

$$247 = AD^2$$

$$AD = \sqrt{247} \text{ Ans.}$$

Shortest median (CF) \Rightarrow

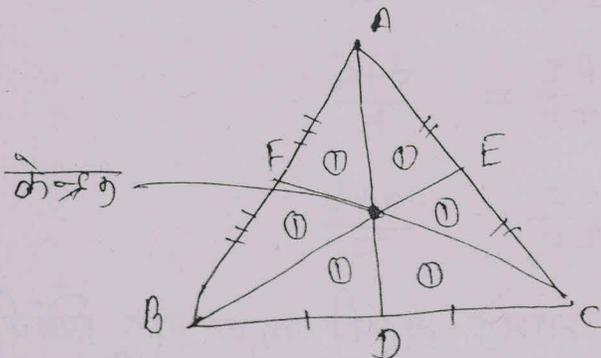
$$10^2 + 12^2 = 2[CF^2 + 10^2]$$

$$122 = CF^2 + 100$$

$$CF = \sqrt{22} \text{ Ans.}$$

* केन्द्रक / गुरुत्व केन्द्र \Rightarrow

1. तीनों माध्यिकाओं का प्रतिच्छेदी बिन्दु केन्द्रक कहलाता है।
2. केन्द्रक किसी भी माध्यिका को शीर्ष से 2:1 में विभाजित करता है।
3. सभी छ: Δ क्षेत्रफल में समान होते हैं।



$$\frac{Ah}{GD} = \frac{Bh}{GE} = \frac{Ch}{GF} = \frac{2}{1}$$

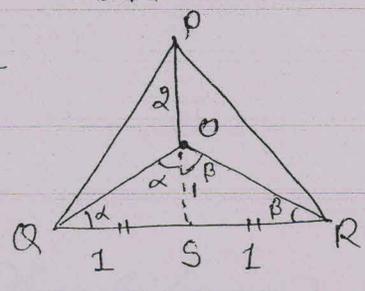
$$\begin{aligned} \text{ar}(\Delta A h E) &= \text{ar}(\Delta E h C) = \text{ar}(\Delta h D) \\ &= \text{ar}(\Delta h D B) = \text{ar}(\Delta B h F) = \text{ar}(\Delta F h A) \end{aligned}$$

$$\text{ar}[\Delta A h B] = \text{ar}[\Delta h B C] = \text{ar}[\Delta h A C] = \frac{1}{3} \text{ar}[\Delta ABC]$$

ex:- $\frac{\text{ar}(\Delta E h C)}{\text{ar}(\square F h D B)} = \frac{1}{2}$

Ques:- ΔPQR में 'O' केंद्र है यदि $PO = OR$ हो तो $\angle ORP = ?$

Sol:-



$\frac{\Delta QOS}{OS = SQ}$ $\angle O = \angle Q = \alpha$	$\frac{\Delta SOR}{OS = SR}$ $\angle O = \angle R = \beta$
---	--

ΔQOR

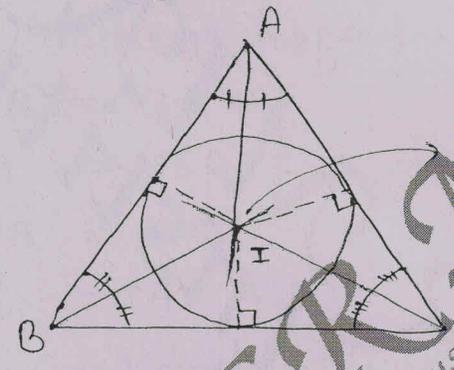
$$\alpha + (\alpha + \beta) + \beta = 180^\circ$$

$$2(\alpha + \beta) = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ = \angle ORP \quad \underline{\underline{Ans}}$$

* अन्तः केंद्र :- \rightarrow

- Δ के तीनों कोण अर्धकोणों का प्रतिच्छेदी बिंदु अन्तः केंद्र कहलाता है।
- अन्तः केंद्र सभी भुजाओं से समान दूरी पर स्थित होता है।



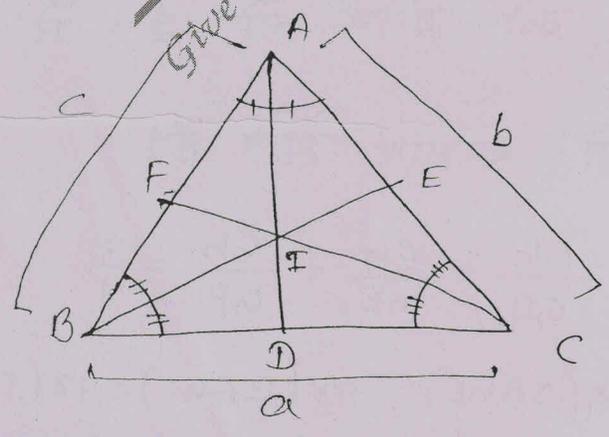
- अन्तः केंद्र को केंद्र मानते हुए तथा भुजा से रसमी इसी को प्रिजा मानते हुए एक वृत्त बनाया जा सकता है, जिसे अन्त वृत्त कहते हैं। तथा रसमी प्रिजा अन्तः प्रिजा कहलाती है।

POWERS INSTITUTE

अन्तः प्रिजा $r = \frac{\Delta}{S}$

$\Delta \rightarrow$ Area of triangle
 $S \rightarrow$ अर्ध परिमाप

4.

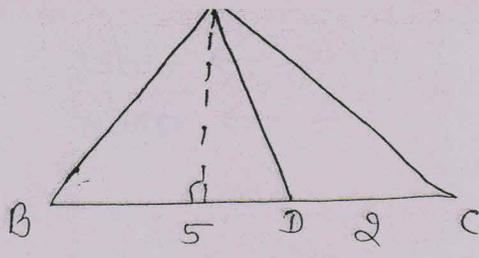


$$\frac{AG}{GD} = \frac{b+c}{a}$$

$$\frac{BG}{GE} = \frac{c+a}{b}$$

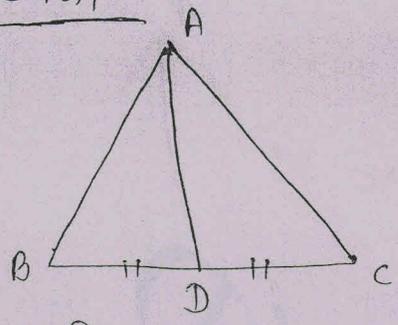
$$\frac{CG}{GF} = \frac{a+b}{c}$$

NOTE:- Δ के किसी भी शीर्ष से सामने वाली भुजा पर खिंची गई रेखा जिस अनुपात में उस रेखा में बाटेगी वही अनुपात उन दो त्रिभुजों का होगा।



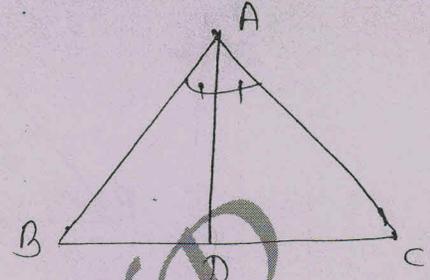
यदि $BD : DC = 5 : 2$ है तो
 $\text{ar} [\triangle ABD] \neq \text{ar} [\triangle ADC] = 5$

माध्यिका



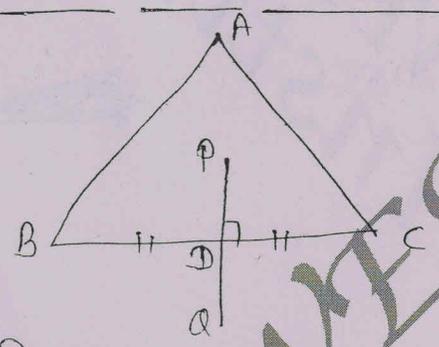
यदि $BD = DC$ है तो
 $AD \rightarrow$ माध्यिका

कोण अर्धक



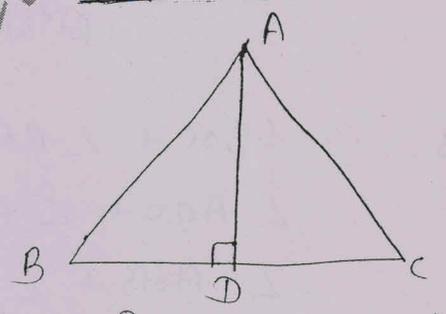
यदि $\angle BAD = \angle CAD$ है तो
 $AD \rightarrow$ कोण अर्धक

भुजा का लम्ब समलम्बिभाजक



यदि $BD = DC$ तथा $PQ \perp BC$ है
 तो $PQ \rightarrow$ भुजा का लम्बसमलम्बिभाजक

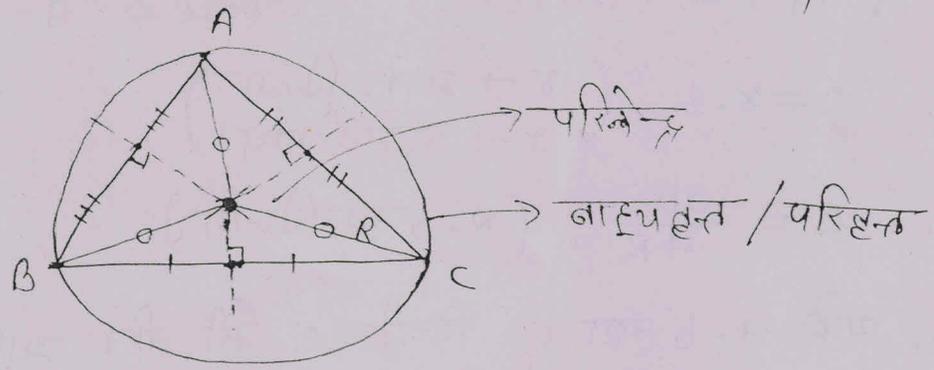
शीर्षलम्ब



यदि $AD \perp BC$ है
 $AD \rightarrow$ शीर्षलम्ब

* परिकेन्द्र \rightarrow (बाह्य केन्द्र)

1. भुजाओं के लम्ब समलम्बिभाजकों का प्रतिच्छेदी बिन्दु परिकेन्द्र कहल
2. यह शीर्षों से समान दूरी पर स्थित होता है।



3. परिकेन्द्र को केन्द्र मानते हुए तथा शीर्षों से बसकी हुई को मानते हुए एक वृत्त बनाया जा सकता है, जिसे परिवर्त कहते हैं तथा बसकी त्रिज्या परिवर्तिका कहलाती है।

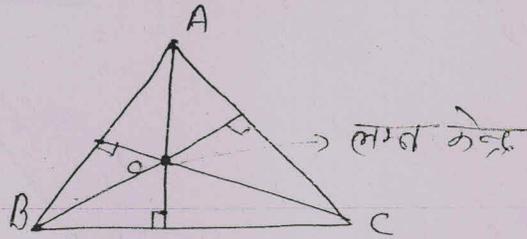
$$R = \frac{abc}{4\Delta}$$

$a, b, c \rightarrow$ sides

$\Delta \rightarrow$ area

* लम्ब केन्द्र / तुल्यता केन्द्र : \rightarrow

1. Δ के तीनों शीर्ष लम्बों का प्रतिच्छेदी बिन्दु लम्ब केन्द्र कहलाता है।



2. Position: -

न्यून कोण \rightarrow अन्दर

समकोण \rightarrow (समकोण वाले point पर)

आधिक कोण \rightarrow बाहर



3. $\angle BOC + \angle BAC = 180^\circ$

$\angle AOC + \angle ABC = 180^\circ$

$\angle AOB + \angle ACB = 180^\circ$

* त्रिभुज का क्षेत्रफल

1. $\frac{1}{2} \times$ आधार \times ऊँचाई

2. $\frac{1}{2} ab \sin \theta$



3. $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ where $\Rightarrow s = \frac{a+b+c}{2}$

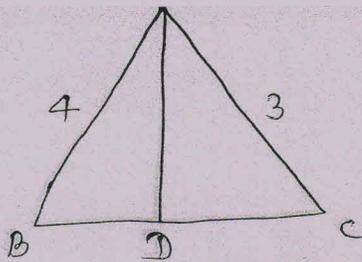
4. $\Delta = r \cdot s$ ($r \rightarrow$ अन्तः त्रिज्या)
($s \rightarrow$ अर्धपरिमाप)

5. $\Delta = \frac{abc}{4R}$ ($R \rightarrow$ परिव्रिज्या)

6. यदि a, b तथा c किसी Δ की तीन माध्यिकाएँ हो तो -

$$\text{Area} = \frac{4}{3} \times \left[a, b, c \text{ को मिला मिला कर जोड़े } \Delta \text{ का क्षेत्रफल} \right]$$

Ques - (1)



$\angle A = 60^\circ$, AD = angle bisector

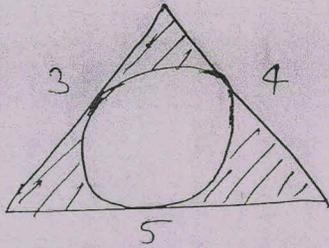
find length of AD = ?

Sol:- $ar(\triangle BAD) + ar(\triangle CAD) = ar(\triangle ABC)$

$\frac{1}{2} \times 4 \times \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \times 3 \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times \sin 60^\circ$

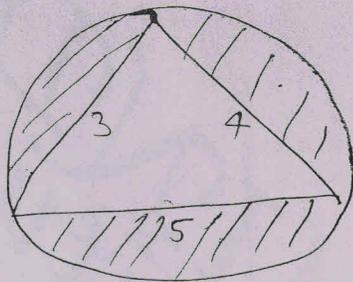
$2x + \frac{3x}{2} = 6\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{12\sqrt{3}}{7}$

Ques - (2)



find छायांकित भाग का क्षेत्रफल = ?

Ques - (3)



छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

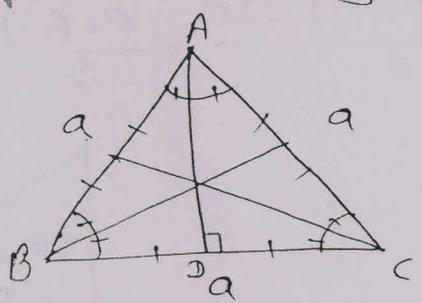
Ques (4) उस Δ का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी मापिकाएँ 7, 24, 25 cm. की हैं। $Area = \frac{1}{2} (कक्ष, \Delta) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 7 \times 24 = 112$

mind it

Ques - (5) उस Δ का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी तीन मापिकाओं की लम्बाई 13, 14, 15 cm. हैं। $Area = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 84 \times 3 = 112 \text{ cm}^2$

* समबाहु Δ :-

1. किसी भी समबाहु Δ में केन्द्र, अन्तः केन्द्र, परिकेन्द्र तथा लम्ब केन्द्र एक ही बिन्दु पर स्थित होते हैं।



2. $Area = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$, Perimeter = $3a$

3. $\frac{\text{height}}{\text{side}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

4. यदि किसी समबाहु Δ के कोण अक्षर 'A' ऊपर या मापिका 'a' लम्बाई 'x' है तो उसका क्षेत्रफल $= \frac{x^2 \sqrt{3}}{4}$ होता है।

5. अन्तःत्रिज्या (r) = $\frac{\text{side}}{2\sqrt{3}}$

6. परित्रिज्या (R) = $\frac{\text{side}}{\sqrt{3}}$

7. $\frac{r}{R} = \frac{1}{2}$

* समकोण Δ : \rightarrow

1. पाइथागोरस प्रमेय :-

$$(\text{कर्ण})^2 = (\text{आध})^2 + (\text{लम्ब})^2$$

2. यदि $BD \perp AC$ हो तो :-

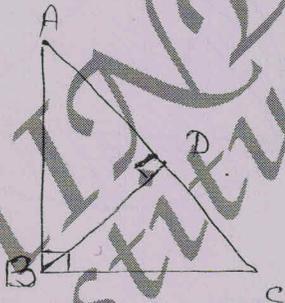
(i) $BD \times AC = AB \times BC$

(ii) $BA^2 = AD \times AC$

(iii) $BC^2 = CD \times CA$

(iv) $BD^2 = AD \times DC$

(v) $\frac{1}{BD^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{AB^2}$



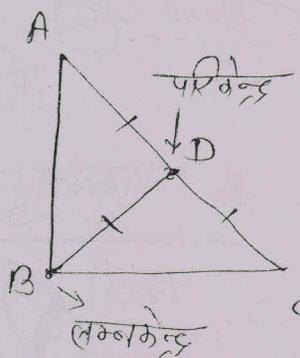
3. $BD \rightarrow$ कर्ण पर डाली गयी माध्यिका

(i) माध्यिका $BD = \frac{\text{कर्ण}}{2} = \frac{H}{2}$

(ii) परिकेन्द्र व लम्बकेन्द्र के मध्य दूरी = $\frac{\text{कर्ण}}{2} = \frac{H}{2}$

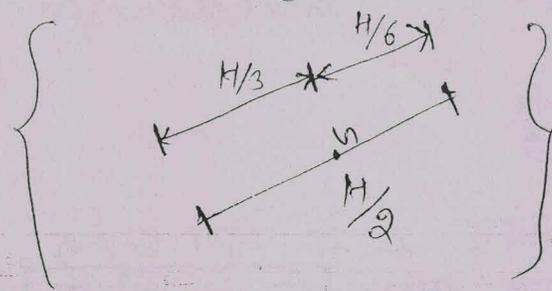
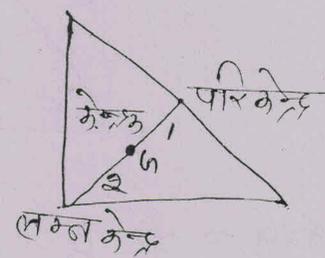
(iii) परित्रिज्या = $\frac{H}{2}$

(iv) अन्तःत्रिज्या = $\frac{\text{आधार} + \text{लम्ब} - \text{कर्ण}}{2} = \frac{P+B-H}{2}$



केन्द्रक \leftrightarrow लम्ब केन्द्र = $\frac{H}{3}$

केन्द्रक \leftrightarrow परिकेन्द्र = $\frac{H}{6}$



4. अन्तकेन्द्र व परिकेन्द्र के मध्य द्वारा $\Rightarrow \left\{ \frac{1}{R+d} + \frac{1}{R-d} = \frac{1}{r} \right\}$

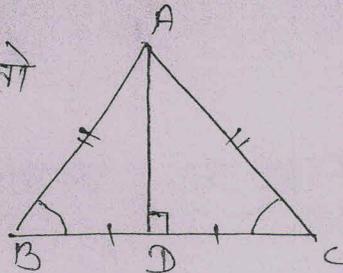
$R \rightarrow$ परिकेन्द्र

$r \rightarrow$ अन्तकेन्द्र

$d \rightarrow$ अन्तकेन्द्र \leftrightarrow परिकेन्द्र के बीच दूरी

* समलंबाहु Δ :-

1. यदि $\angle B = \angle C$ हों तो
 $AB = AC$ होगा

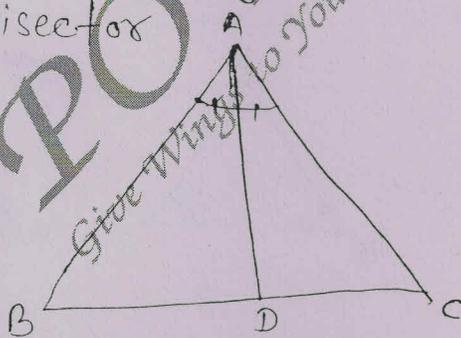


2. यदि किसी समलंबाहु Δ के समान भुजाओं के मध्य स्थित शीर्ष से सामने वाली भुजा पर माध्यिका खिंची जाये तो वह माध्यिका सामने वाली भुजा पर लम्ब होगी। यह कोण अर्धक का काम भी करेगी।

3. समलंबाहु Δ में केन्द्रक, अन्तकेन्द्र, परिकेन्द्र तथा लम्ब केन्द्र संरेखीय होते हैं।

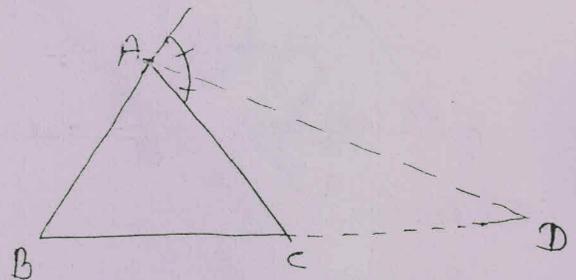
* कोण अर्धक :-

(i) external angle bisector



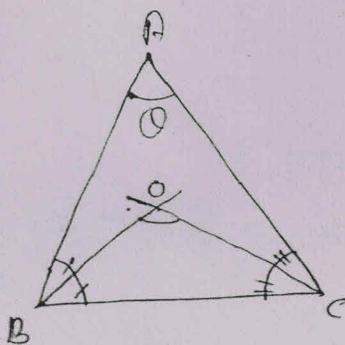
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

(ii) external angle bisector



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

(iii)

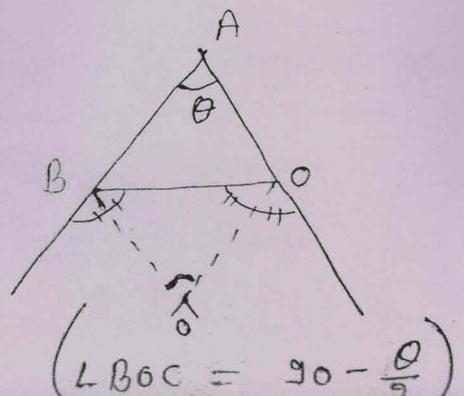


BO & $CO \rightarrow$ angle bisector

$O \rightarrow$ अन्तकेन्द्र

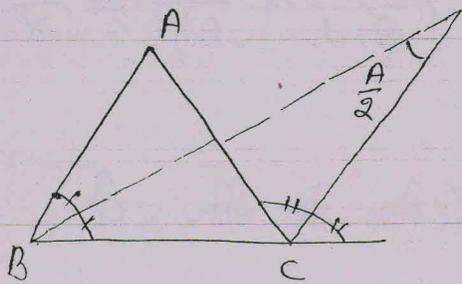
$$\left(\angle BOC = 90 + \frac{\theta}{2} \right)$$

(iv)

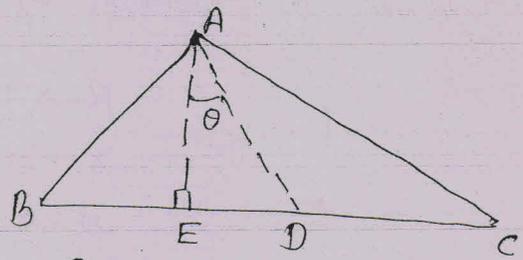


$$\left(\angle BOC = 90 - \frac{\theta}{2} \right)$$

(v)



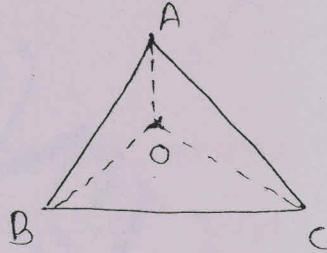
(vi)



$\begin{cases} AD \rightarrow \text{angle bisector} \\ AE \perp BC \end{cases}$

$$\angle EAD = \frac{1}{2} [\angle B - \angle C]$$

NOTE: - यदि O किसी ΔABC का आंतरिक बिन्दु हो तो:-

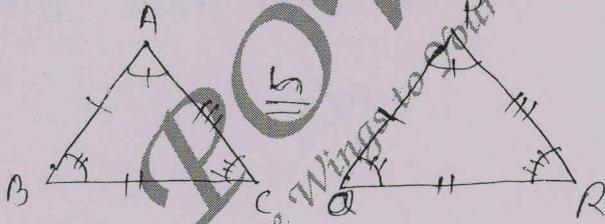
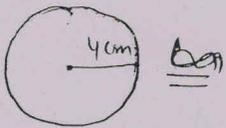
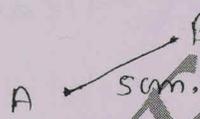
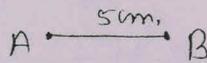


$$\{ OA + OB + OC < AB + BC + CA \}$$

समवर्गता

Shape (आकृति) ✓

size (आकार) ✓

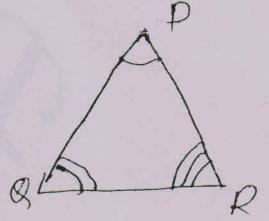
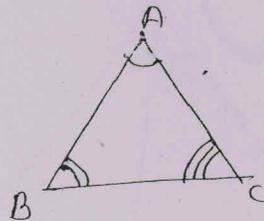
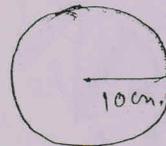
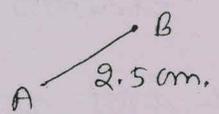
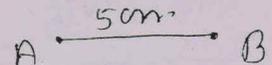


$\angle A = \angle P$
 $\angle B = \angle Q$
 $\angle C = \angle R$

समरूपता

आकृति ✓

आकार ✗



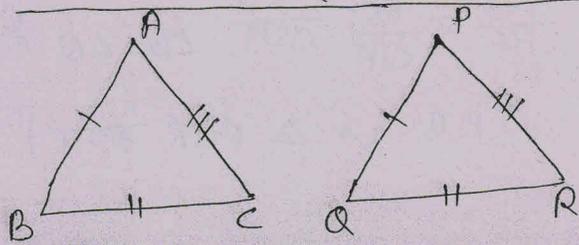
$\angle A = \angle P$
 $\angle B = \angle Q$
 $\angle C = \angle R$
 $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$

* त्रिभुजों की समवर्गता:-

1. आकार तथा आकृति दोनों समान होंगे।
2. सभी समान कोण तथा भुजाएँ बराबर होते हैं।

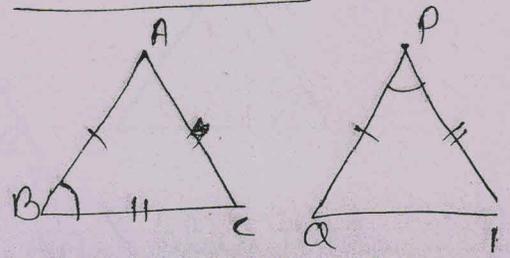
* त्रिभुजों की समरूपता की शर्त :-

(i) SSS Rule (side, side, side) :-



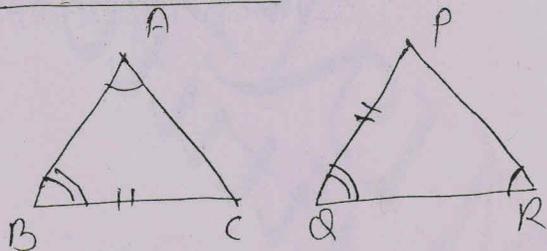
यदि $AB=PQ$
 $BC=QR$
 $AC=PR$ } हैं तो $\triangle ABC \cong \triangle PQR$

(ii) SAS Rule :-



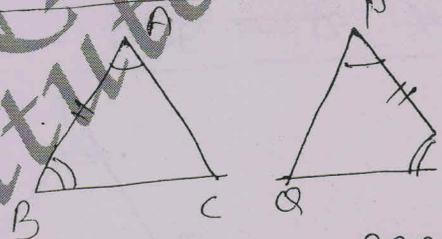
यदि $AB=PQ$
 $BC=QR$ } & $\angle B = \angle Q$
 $\triangle ABC \cong \triangle PQR$

(iii) AAS Rule :-



यदि $\angle A = \angle P$
 $\angle B = \angle Q$
 $BC = QR$ } तो $\triangle ABC \cong \triangle PQR$

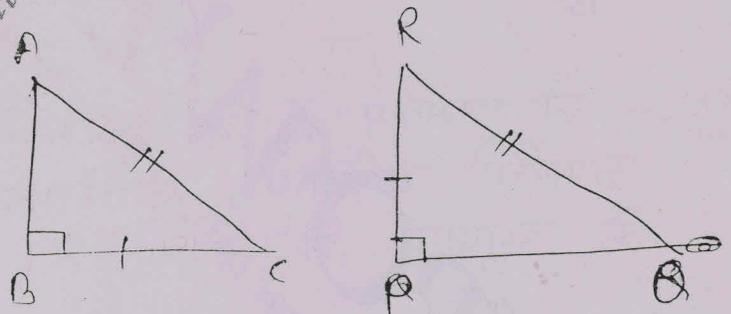
(iv) ASA Rule :-



$\triangle ABC \cong \triangle PQR$

(v) RHS Rule :-

$R \rightarrow$ Right angle
 $H \rightarrow$ Hypotenuse
 $S \rightarrow$ Side



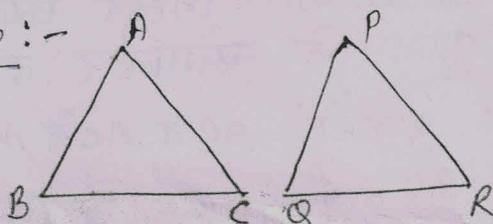
$\triangle ABC \cong \triangle PQR$

* त्रिभुजों की समरूपता :-

जब किसी दो त्रिभुजों के संगत कोण समान या संगत भुजाओं का अनुपात समान हो तो वे समरूप \triangle कहलाते हैं।

* त्रिभुजों की समरूपता की शर्त :-

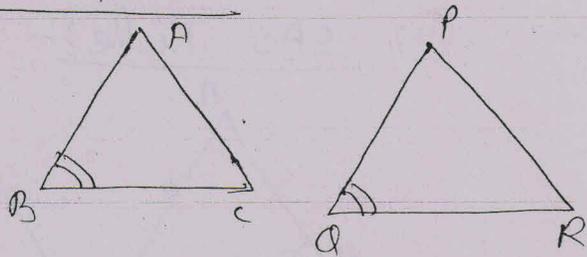
(i) SSS Rule :-



यदि $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$ हैं तो

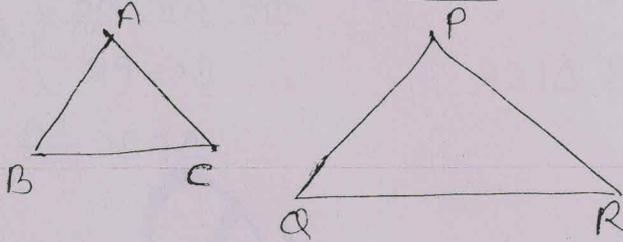
$\triangle ABC \cong \triangle PQR$ होगा।

(ii) SAS Rule:-



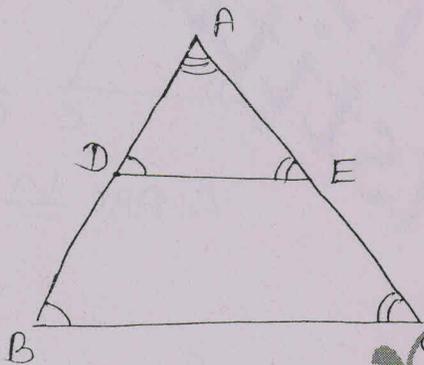
यदि $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$ तथा $\angle B = \angle Q$ हें तो $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ होगा।

(iii) AAA Rule / AA Rule:-



यदि $\angle A = \angle P$
 $\angle B = \angle Q$
 $\angle C = \angle R$ हें तो $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ होगा।

* थैल्स प्रमेय :-

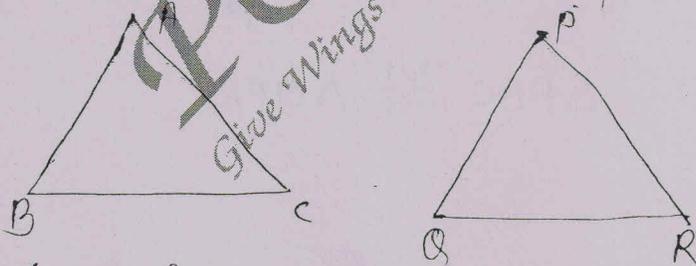


यदि $DE \parallel BC$ हें तो $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ होंगे।

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \quad \text{--- (2)}$$

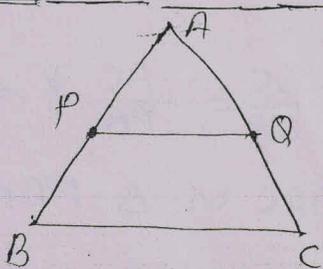
NOTE:- दो समरूप Δ के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के अनुपात के वर्ग के समान होता है।
उदाहरण, परिमाण, माध्यिकाओं, कोण अर्धको के वर्ग



यदि $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ हें तो

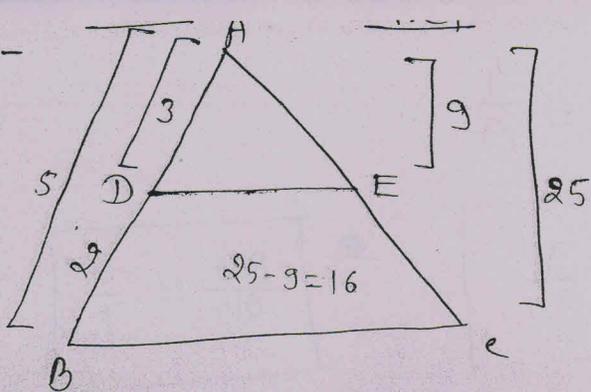
$$\frac{\text{ar}(\Delta ABC)}{\text{ar}(\Delta PQR)} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{BC^2}{QR^2} = \frac{AC^2}{PR^2} = \frac{h_1^2}{h_2^2} = \frac{p_1^2}{p_2^2} = \frac{m_1^2}{m_2^2}$$

मध्य-बिन्दु प्रमेय :-



Δ कि किसी दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाते वाली रेखा तीसरी भुजा के समान्तर व आधी होती है।
यदि P व Q भुजाओं AB व AC के mid-point हें तो $PQ \parallel BC$ व $PQ = \frac{1}{2} BC$

Ques:-



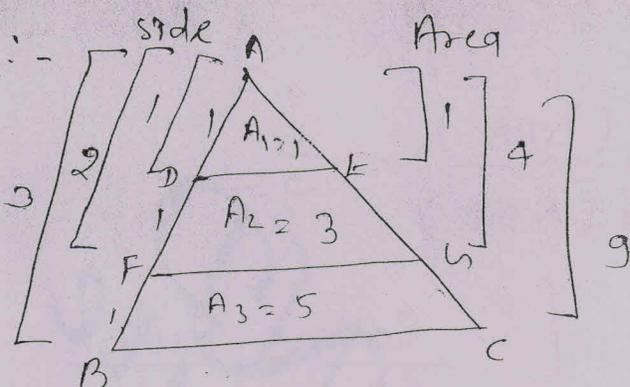
$DE \parallel BC$

$AD : DB = 3 : 2$

$ar(\triangle ADE) : ar(\square DECB)$

$9 : 16$ Ans.

Ques:-



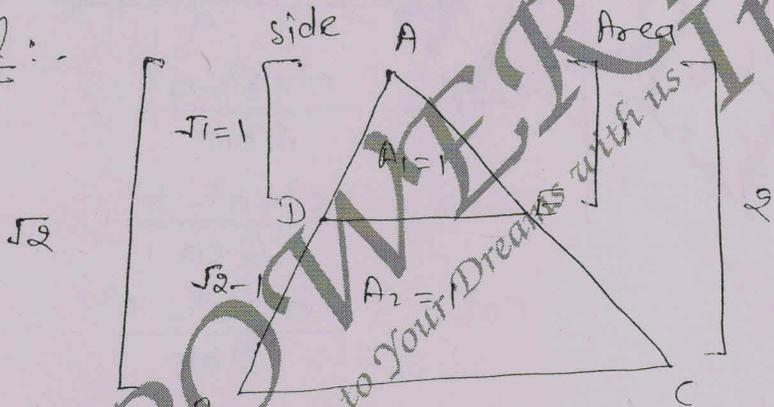
$DE \parallel EF \parallel BC$

$AD : DF : FB = 1 : 1 : 1$

$A_1 : A_2 : A_3 = 1 : 3 : 5$ Ans.

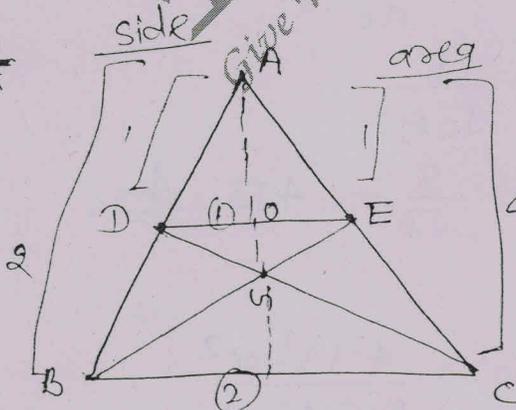
Ques: $\triangle ABC$ में दो भुजाओं AB व AC पर क्रमशः बिन्दु D व E स्थित हैं। की $DE \parallel BC$ यदि $\triangle ADE$ तथा $\square DECB$ का क्षेत्रफल समान है, तो $DB : AB = ?$

Sol:-



$DB : AB = (\sqrt{2}-1 : \sqrt{2})$ Ans.

*



D & E mid points of side AB & AC

Ques:- $\frac{ar(\triangle hDE)}{ar(\triangle ABC)} = ?$

Sol:-

$\frac{\Delta hBC}{\Delta ABC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$\Delta hBC = \frac{1}{3} (\Delta ABC)$ — (1)

$\Delta hDE \sim \Delta hCB$

$\frac{ar(\Delta hDE)}{ar(\Delta hCB)} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ — (2)

$$\frac{\text{ar}(\Delta HDE)}{\frac{1}{3} \text{ar}(\Delta ABC)} = \frac{1}{4}$$

mindit:

$$\frac{\text{ar}(\Delta HDE)}{\text{ar}(\Delta ABC)} = \frac{1}{12}$$

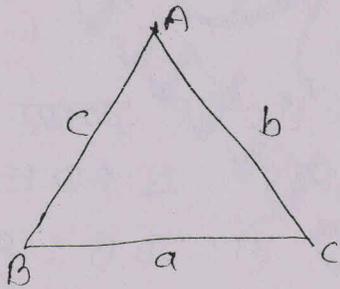
$$\frac{AO}{OH} = \frac{3}{1}$$

$$(2) \frac{\text{ar}(\Delta HDE)}{\text{ar}(\Delta ADE)} = ?$$

$$= \frac{\frac{1}{12} \text{ar}(\Delta ABC)}{\frac{1}{4} \text{ar}(\Delta ABC)} = \frac{1}{3}$$

* ⇒

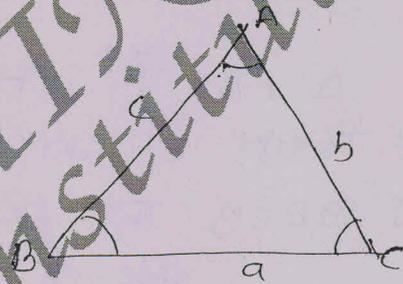
Sine Rule



$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

R → परिधि

Cosine Rule

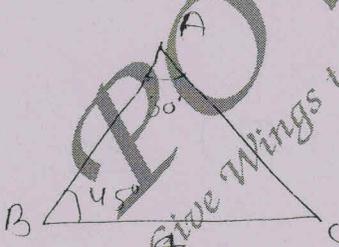


$$\cos A = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Ques:-

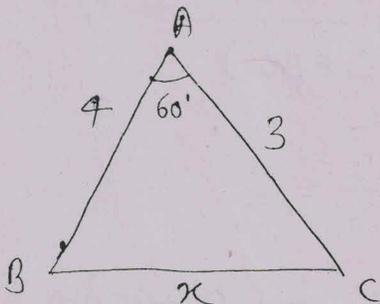


$$\frac{\sin 30^\circ}{4} = \frac{\sin 45^\circ}{AC}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{\sqrt{2} AC}$$

$$AC = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} \text{ Ans.}$$

Ques:-



Bc = ?

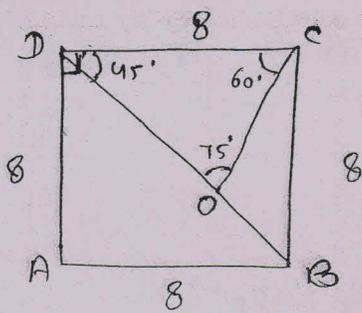
$$\frac{1}{2} = \cos 60^\circ = \frac{4^2 + 3^2 - x^2}{2 \times 4 \times 3}$$

$$12 = 25 - x^2$$

$$x^2 = 13$$

$$x = \sqrt{13} \text{ Ans.}$$

Ques :-



ABCD \rightarrow square

side \rightarrow 8cm.

$\angle DCO = 60^\circ$

ar ($\triangle DCO$) = ?

$\triangle DCO$

Sine Rule

$$\frac{\sin 75}{8} = \frac{\sin 45}{8}$$

$$\frac{\cos 15}{8} = \frac{\sin 45}{8}$$

$$\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2} \times 8} = \frac{1}{\sqrt{2} \times CO}$$

$$CO = \frac{16}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = 8(\sqrt{3}-1)$$

$$\begin{aligned} \text{ar} (\triangle DCO) &= \frac{1}{2} ab \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 8(\sqrt{3}-1) \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 16(3-\sqrt{3}) \text{ Ans.} \end{aligned}$$

* बहुभुज :-

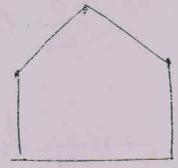
POWER INSTITUTE

Give Wings to your Dreams with us

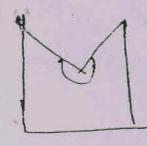
Two types

अन्त बहुभुज

अवतल बहुभुज



$\angle < 180^\circ$



कम से कम एक कोण $> 180^\circ$

1. बहुभुज के अन्त कोणों का योग = $(n-2) 180^\circ$
 $n \rightarrow$ भुजाओं की संख्या
2. प्रत्येक अन्त कोण = $\frac{(n-2) 180^\circ}{n}$
3. सभी बाह्य कोणों का योग 360° होता है।
4. प्रत्येक बाह्य कोण = $\frac{360}{n}$

5. किसी भी शक्य पर नान बाह्य कोण व अन्तः कोण का योग 180° होता है।
 $(I + E = 180^\circ)$

6. विकर्णों की संख्या = $\frac{n(n-3)}{2}$

7. बहुभुज का क्षेत्रफल = $\frac{na^2}{4} \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$

$n \rightarrow$ भुजाओं की संख्या

$a \rightarrow$ length of side

8. अन्तः त्रिज्या = $\frac{a}{2} \cot\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$

9. परित्रिज्या = $\frac{a}{2} \operatorname{cosec}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$

10. किसी भी बहुभुज में विकर्णों के प्रतिच्छेद बिन्दुओं की संख्या

चतुर्भुज \rightarrow ①

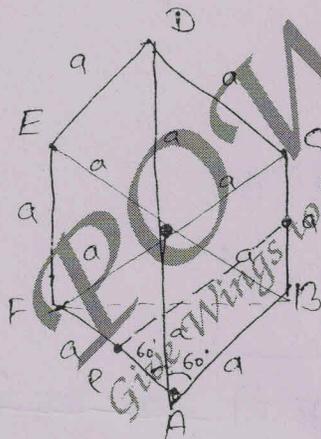


पंचभुज \rightarrow ⑩



षट्भुज \rightarrow ⑬

* सम षट्भुज (Regular Hexagon) :-

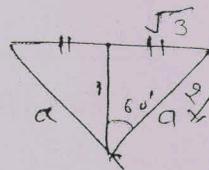


6 समबाहु Δ

$A = 6 \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$(PO = \frac{3a}{2})$

FB = ?

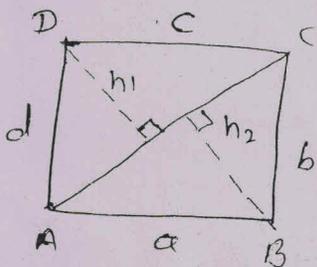


$2 \rightarrow a$

$\sqrt{3} \rightarrow \frac{\sqrt{3}a}{2}$

$FB = \sqrt{3}a$

* चतुर्भुज *



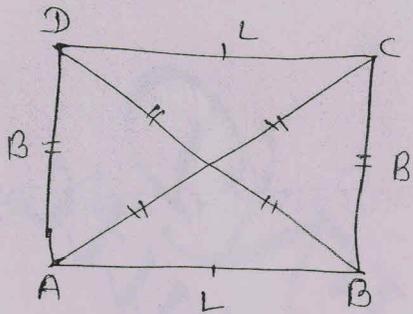
$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)(s-d) - abcd \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$

$\alpha \rightarrow$ sum of opp-angles

$A = \frac{1}{2} \times d (h_1 + h_2)$

1. आयत :-

1. विपरित भुजाएँ समान तथा समांतर होती हैं
2. प्रत्येक कोण 90° का होता है।
3. दोनों विकर्ण समान लम्बाई के होते हैं।
4. विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।
5. क्षेत्रफल = लम्बाई \times चौड़ाई
6. परिमाप = $2 \times (\text{ल.} + \text{चौ.})$



- ① $AB = CD$ $AB \parallel CD$
 $BC = AD$ $BC \parallel AD$
- ② $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$
- ③ $BD = AC = \sqrt{L^2 + B^2}$
- ④ $AO = CO = BO = DO = \frac{\sqrt{L^2 + B^2}}{2}$
- ⑤ $A = L \times B$ / $\square = ab \sin \theta$
- ⑥ $P = 2 \times (L + B)$

2. समांतर चतुर्भुज :-

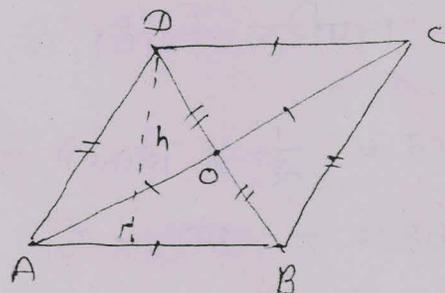
1. विपरित भुजाएँ समान तथा समांतर होती हैं।
2. विपरित कोण समान होते हैं।
3. दो आसन्न कोणों का योग 180° होता है।
4. विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।
5. क्षेत्रफल = आ. \times ऊँ
6. परिमाप $2 \times$ दो लगातार भुजाओं का योग
7. विकर्णों के वर्गों का योग = भुजाओं के वर्गों का योग

(i) $AB = CD$ $AB \parallel CD$
 $BC = AD$ $BC \parallel AD$

(ii) $\angle A = \angle C$
 $\angle B = \angle D$

(iii) $\angle A + \angle B = 180^\circ$
 $\angle A + \angle D = 180^\circ$

(iv) $AO = CO$
 $BO = DO$



(v) $A = \text{Base} \times h = ab \sin \theta$

(vi) $2 \times [AB + BC]$

$$(VII) AC^2 + BD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2$$

$$AC^2 + BD^2 = 2[AB^2 + BC^2]$$

पुल्येक आयत एक समान्तर चतुर्भुज होता है, परन्तु इसका उल्टा हमेशा सत्य नहीं होता है।

3. वर्ग :->

1. चारो भुजाएँ समान तथा विपरित भुजाएँ समान्तर होती हैं।
2. पुल्येक कोण समकोण होता है।
3. दोनो विकर्ण समान लम्बाई के होते हैं।

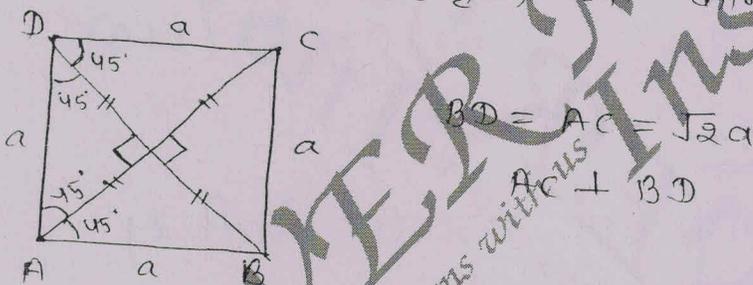
$$\text{विकर्ण} = \sqrt{2} \times \text{भुजा}$$

4. विकर्ण एक दुसरे को समकोण पर समादिभाजित करते हैं।

$$5. \text{क्षेत्रफल} = (\text{side})^2 = \frac{(\text{diagonal})^2}{2}$$

$$6. \text{परिमाप} = 4 \times \text{side}$$

7. विकर्ण शिर्षों के कोण अर्द्धको का काम भी करते हैं।



4. समचतुर्भुज :->

1. सभी भुजाएँ समान तथा विपरित भुजाएँ समान्तर होती हैं।
2. विपरित कोण समान होते हैं।
3. दो आसन्न कोणों का योग 180° होता है।
4. विकर्ण एक दुसरे को समकोण पर समादिभाजित करते हैं।
5. विकर्ण विपरित शिर्षों के कोण अर्द्धको का काम भी करते हैं।

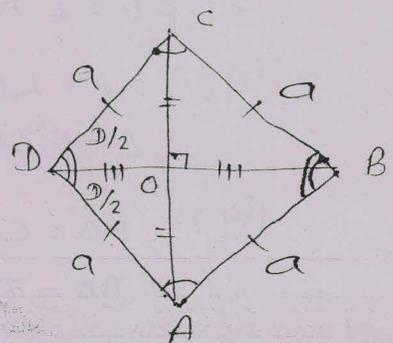
$$6. \text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{विकर्णों का गुणनफल} (d_1 \times d_2)$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \text{आ.} \times \text{ऊँ} = a^2 \sin \theta$$

$$7. \text{परिमाप} = 4 \times \text{भुजा}$$

8. विकर्णों के वर्गों का योग = भुजाओं के वर्गों का योग

$$AC^2 + BD^2 = 4a^2$$



* प्रत्येक वर्ग एक समचतुर्भुज होता है, परन्तु उसका उल्टा नहीं।

सत्य नहीं होता है।

* प्रत्येक वर्ग एक आयत होता है।

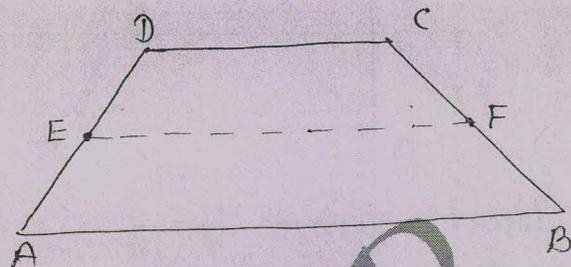
* प्रत्येक समचतुर्भुज एक समांतर चतुर्भुज हो सकता है।

5. समलम्ब चतुर्भुज :-

① $AB \parallel CD$

② $\angle A + \angle D = 180^\circ$

$\angle B + \angle C = 180^\circ$



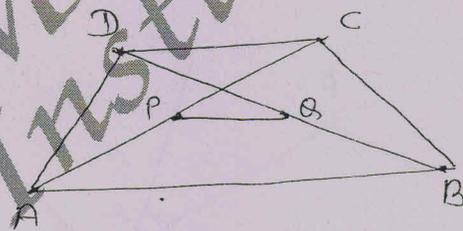
③ If 'E' & 'F' are mid-points non-parallel sides

$EF = \frac{1}{2} (AB + CD)$

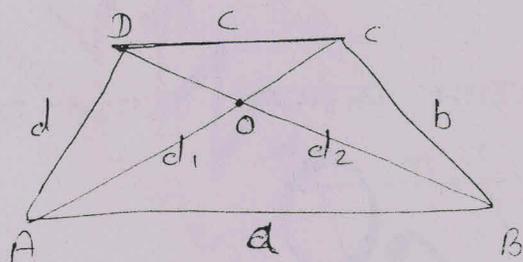
④ क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times$ (समांतर भुजाओं का योग) \times (समांतर भुजाओं के बीच की दूरी)

⑤ यदि 'P' व 'Q' विकर्णों के मध्य बिन्दु हैं, तो

$PQ = \frac{1}{2} (AB - CD)$



⑥ $\frac{DO}{BO} = \frac{CO}{AO}$

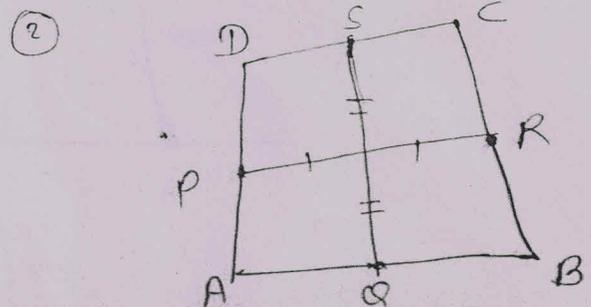
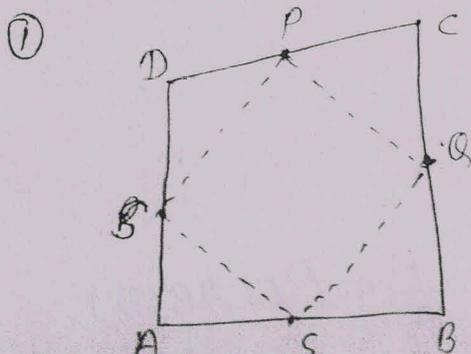


⑦ $d_1^2 + d_2^2 = b^2 + d^2 + 2ac$

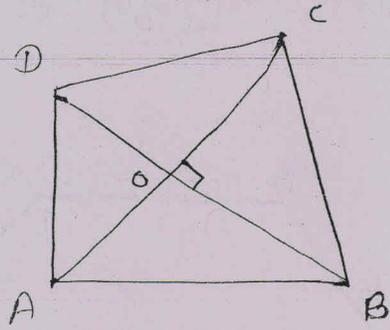
* चतुर्भुज की अन्य महत्वपूर्ण बातें :-

1. किसी चतुर्भुज की सभी भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को जोड़ें पर एक समांतर चतुर्भुज प्राप्त होता है।

2. किसी भी चतुर्भुज में विपरीत भुजाओं के मध्य बिन्दु मिलाने वाली रेखाएँ परस्पर समादिभाजित करती हैं।

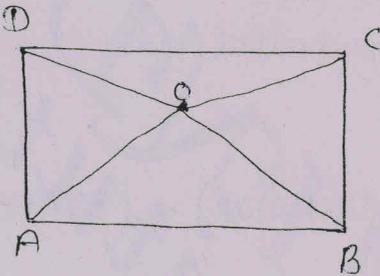


3. यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समकोण पर प्रतिच्छेद करते हैं, तो उनकी विपरित भुजाओं के वर्गों का योग बराबर होगा।

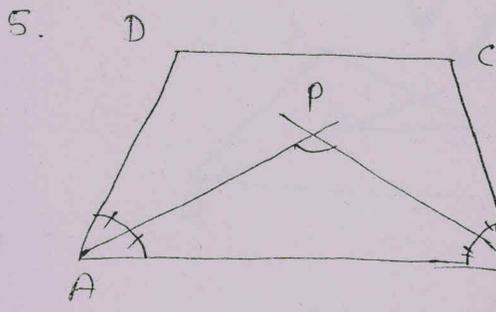


$$AB^2 + DC^2 = BC^2 + AD^2$$

4. यदि किसी आयत के अन्दर कोई आन्तरिक बिन्दु हो तो :-

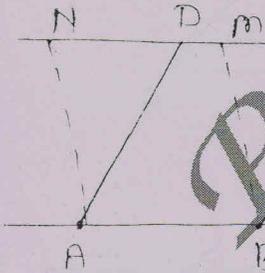


$$AO^2 + CO^2 = BO^2 + DO^2$$

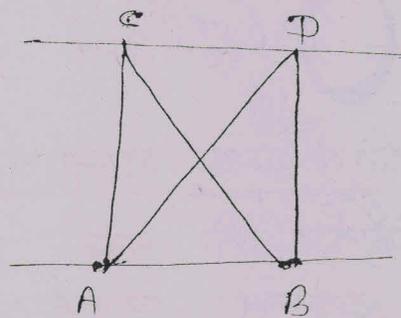


AP & BP are angle bisectors of $\angle A$ & $\angle C$
 $\angle P = \frac{\angle C + \angle D}{2}$

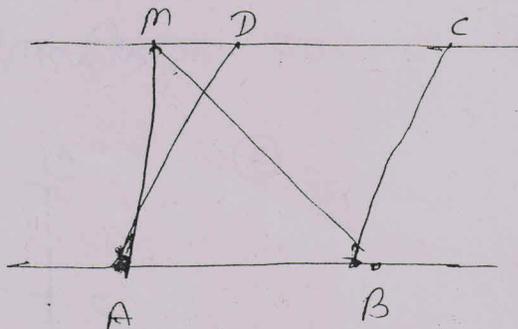
6. दो समान समांतर भुजाओं व समान आधार पर स्थित संरचनाएँ :-



$$\text{ar}(\square ABCD) = \text{ar}(\square ABMN)$$



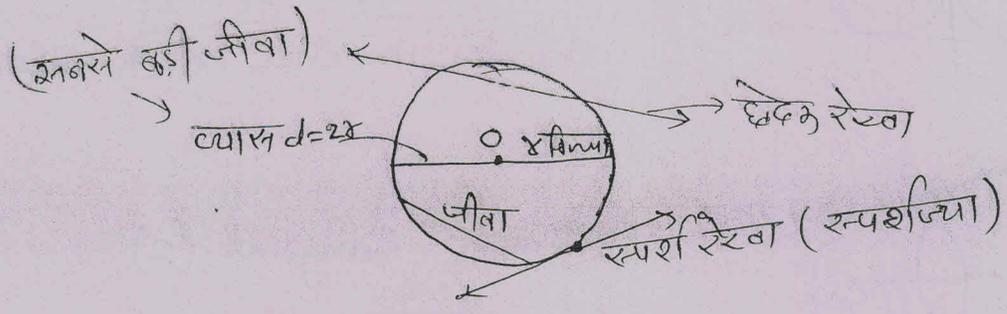
$$\text{ar}(\triangle ABC) = \text{ar}(\triangle ABD)$$



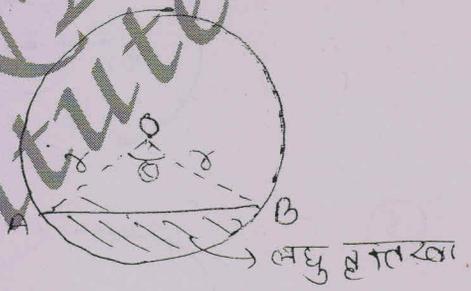
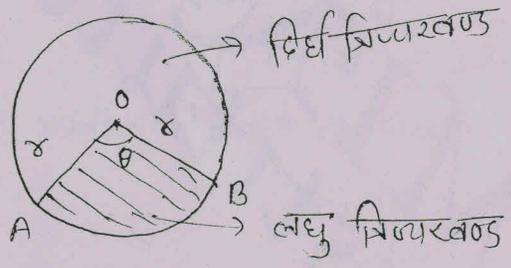
$$\text{ar}(\triangle ABM) = \frac{1}{2} \text{ar}(\square ABCD)$$

वृत्त
CIRCLE

* वृत्त *

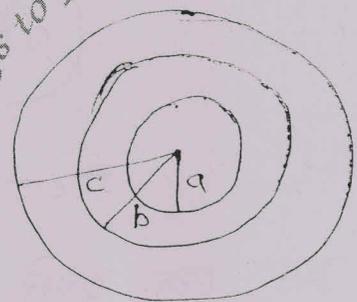


परिधि = $2\pi r$
 क्षेत्रफल = πr^2



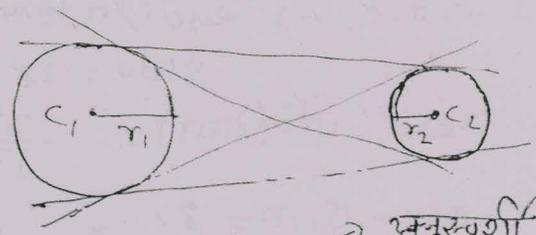
लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्र = $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$ लघु वृत्तखण्ड का क्षेत्र = $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2 - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$
 चाप AB = $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

* सकेन्द्रीय वृत्त: एक ही केन्द्र से खिंचे गये विभिन्न त्रिज्याओं के वृत्त सकेन्द्रीय वृत्त कहलाते हैं।



* अधिकतम उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाएँ :-

①

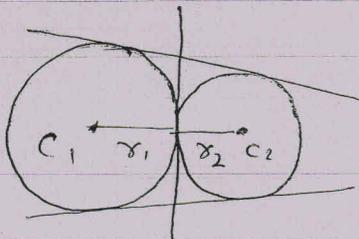


distance b/w centers $\Rightarrow C_1 C_2$
 radius $\Rightarrow r_1, r_2$

$r_1 + r_2 < C_1 C_2$

- अनुस्पर्शी/प्रत्यक्ष स्पर्श रेखा (DCT)
- तिर्पक स्पर्श रेखा (TCT)

2

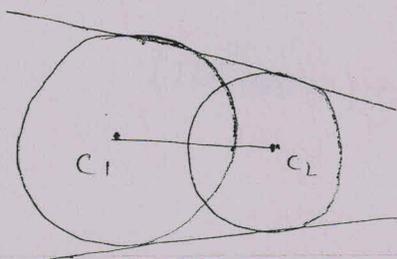


Common tangent (3)

$$C_1 C_2 = r_1 + r_2$$

Circles touches each other externally

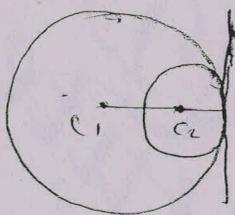
3



Common tangent (2)

$$C_1 C_2 < r_1 + r_2$$

4

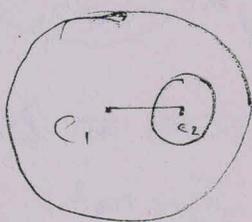


Common tangent (1)

$$C_1 C_2 = r_1 - r_2$$

Circles touches each other internally

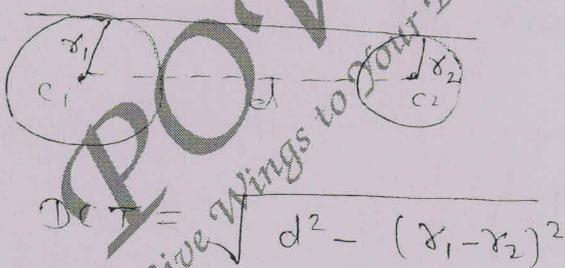
5



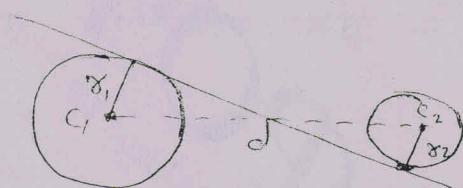
Common tangent (0)

$$C_1 C_2 < r_1 - r_2$$

* उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा की लंबाई :-



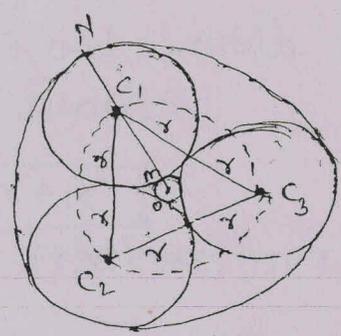
$$DCT = \sqrt{d^2 - (r_1 - r_2)^2}$$



$$TCT = \sqrt{d^2 - (r_1 + r_2)^2}$$

Que:- वृकार्ण त्रिज्या वाले तीन वृत्त एक दुसरे को बाह्य रूप से स्पर्श करते हैं तो इन तीनों की बरेरे वाले बाह्य वृत्त व अंत वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें?

Sol:-



$\Delta C_1 C_2 C_3 \rightarrow$ equilateral Δ
side = $2r$

$$OC_1 \text{ (परित्रिज्या)} = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

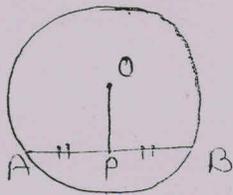
$$OM = OC_1 - OM = \frac{2r}{\sqrt{3}} - r = r \left[\frac{2}{\sqrt{3}} - 1 \right]$$

$$ON = OC_1 + C_1 N = \frac{2r}{\sqrt{3}} + r = r \left[\frac{2}{\sqrt{3}} + 1 \right]$$

* वृत्त के गुणधर्म :-

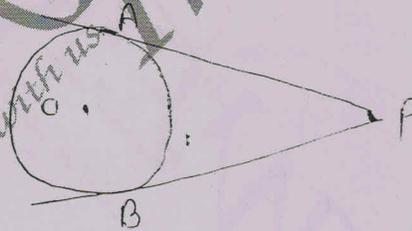
1. केन्द्र से किसी भी जीवा पर खिंचा गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है।
2. किसी भी बाह्य बिन्दु से अधिकतम दो स्पर्श रेखाएँ खिंची जा सकती हैं, तथा दोनों लम्बों में समान होती हैं।
3. प्रिन्सा तथा स्पर्श रेखा के मध्य स्पर्श बिन्दु पर 90° का कोण बनता है।
4. अर्धवृत्त में बना चतुर्भुज कोण समकोण होता है।
5. किसी भी जीवा या चाप द्वारा केन्द्र पर बनाया गया कोण श्रेण परिधि पर समान जीवा या चाप द्वारा श्रेण परिधि पर बने कोण का दुगना होता है।
6. समान जीवा या चाप द्वारा वृत्त की श्रेण परिधि पर बने सभी कोण समान होते हैं।
7. दो समान जीवाएँ केन्द्र पर समान कोण अन्वर्तित करती हैं।
8. समान जीवाएँ केन्द्र से समान दूरी पर स्थित होती हैं।

①



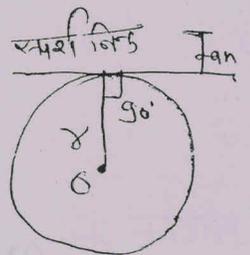
यदि $OP \perp AB$ तो $AP = PB$

②

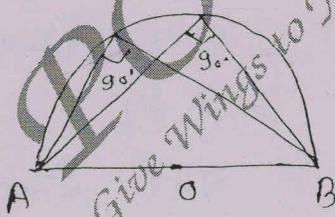


$PA = PB$

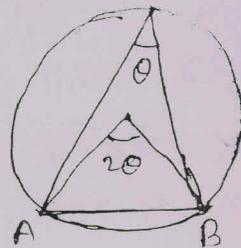
③



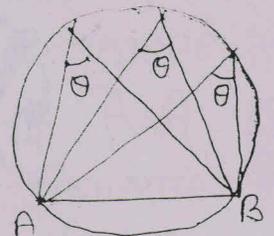
④



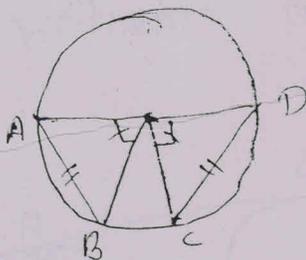
⑤



⑥

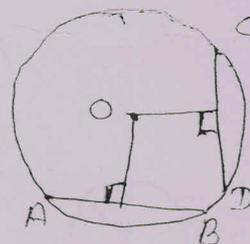


⑦



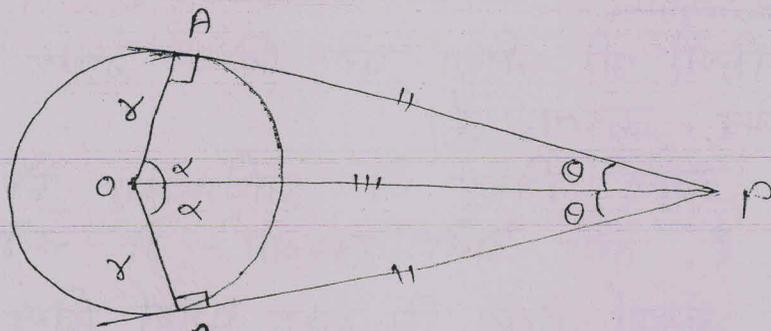
यदि $AB = CD$ है तो
 $\angle AOB = \angle COD$
 होगा।

⑧

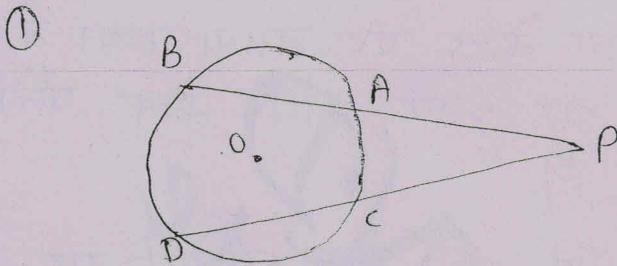


यदि $AB = CD$ है, तो
 $OM = ON$ होगा।

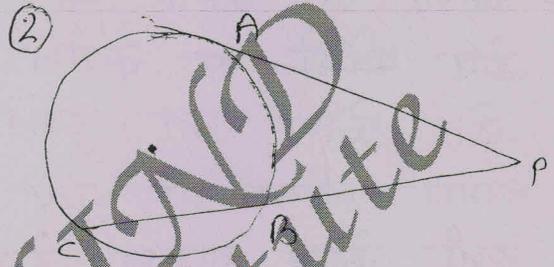
*



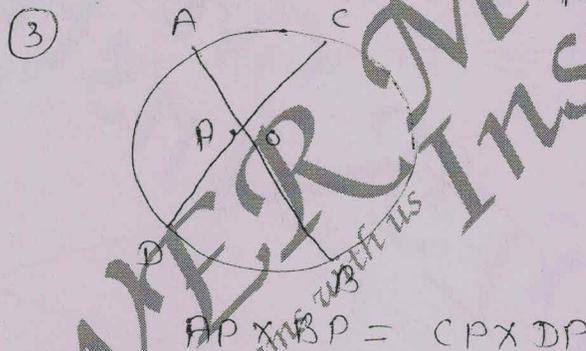
$$\{ \triangle OAP \cong \triangle OBP \}$$



$$PA \times PB = PC \times PD$$

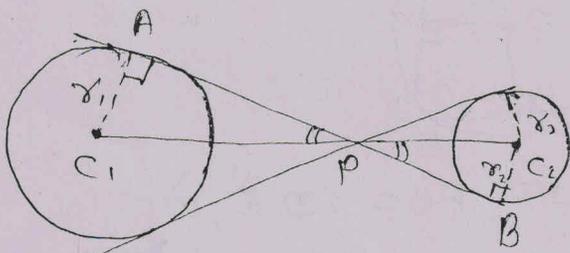


$$PA^2 = PB \times PC$$



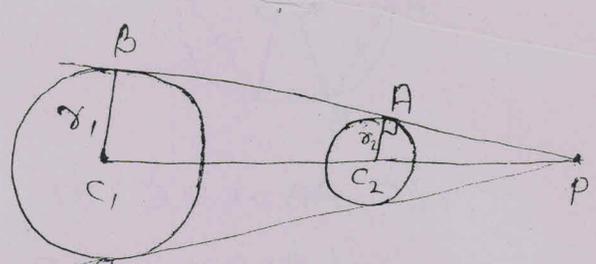
$$AP \times CP = BP \times DP$$

NOTE :- ① किसी दो वृत्तों के केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा उनकी विषम उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं द्वारा बिन्दुओं के अनुपात में भागित रूप विभाजित होती है।
 ② किसी दो वृत्तों के केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा उनकी असम्पर्शी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा द्वारा बाह्य रूप से उनकी बिन्दुओं के अनुपात में विभाजित होती है।



$$C_1P : C_2P = r_1 : r_2$$

internal



$$C_1P : C_2P = r_1 : r_2$$

External

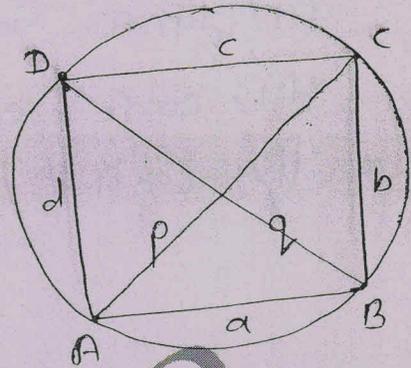
* चक्राय चतुर्भुज :->

1. ऐसा चतुर्भुज जिसके सभी शीर्ष वृत्त की परिधि पर स्थित

2. Sum of opp. angles = 180°

$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$



3. $A(\text{area}) = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$

4. Ptolemy's theorem:-

$$pq = ac + bd$$

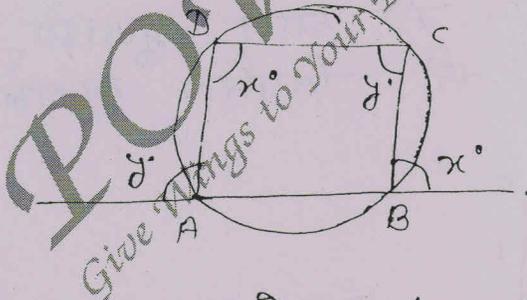
5. परित्रिज्या (R) = $\sqrt{\frac{(ab+cd)(ac+bd)(ad+bc)}{4A}}$

A → Area of $\square ABCD$

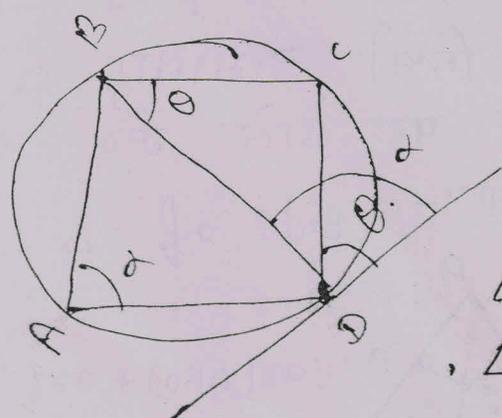
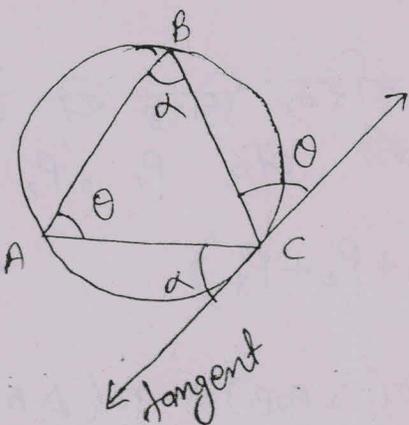
6. $p = \sqrt{\frac{(ab+cd)(ac+bd)}{ad+bc}}$

$$q = \sqrt{\frac{(ad+bc)(ac+bd)}{ab+cd}}$$

7.



* एकान्तर खण्ड प्रमेय: (चक्रीय Δ के लिए) :-



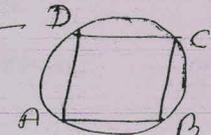
$$\angle C D Q = \angle C$$

$$\angle B D Q = \angle B$$

NOTE:- ① यदि A, B, C, D किसी चक्रीय चतुर्भुज के चार कोण हों तो

- (i) $\cos A + \cos B + \cos C + \cos D = 0$
- (ii) $\tan A + \tan B + \tan C + \tan D = 0$
- (iii) $\cot A + \cot B + \cot C + \cot D = 0$
- (iv) $\sec A + \sec B + \sec C + \sec D = 0$

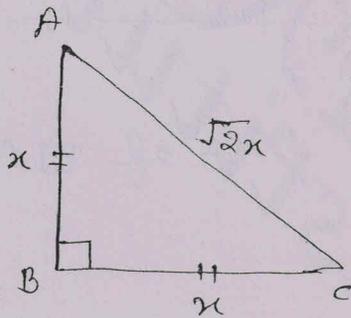
Proof



$A + C = 180^\circ$
 $A = 180^\circ - C$
 $\cos A = \cos(180^\circ - C)$
 $\cos A = -\cos C$
 $\cos A + \cos C = 0$
 Same $\cos B + \cos D = 0$

Ques:- समांतरबाहु समकोण त्रिभुज की अन्तः बिम्बा व परित्रिज्या का अनुपात ज्ञात करें?

Sol:-



अन्तः बिम्बा (r) = $\frac{x + x - \sqrt{2}x}{2}$

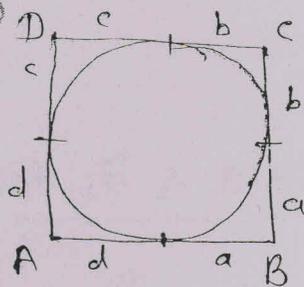
$r = \frac{x(2 - \sqrt{2})}{2}$

परित्रिज्या (R) = $\frac{\sqrt{2}x}{2}$

$\frac{r}{R} = \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{1} = \sqrt{2} - 1$

* कुछ अन्य महत्वपूर्ण बातें :-

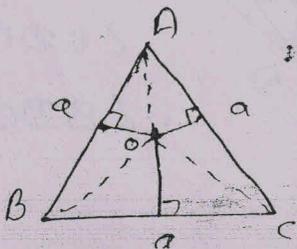
2. यदि कोई वृत्त किसी चतुर्भुज की चारों भुजाओं को स्पर्श करता है, तो उस चतुर्भुज की विपरित भुजाओं का योग बराबर होता है।



$AB + CD = BC + AD$

2. यदि किसी समांतरबाहु Δ के आन्तरिक बिन्दु से तीनों भुजाओं पर डाले गये लम्बों की लं० P_1, P_2 व P_3 हो तो:-

side of $\Delta = \frac{2}{\sqrt{3}} (P_1 + P_2 + P_3)$



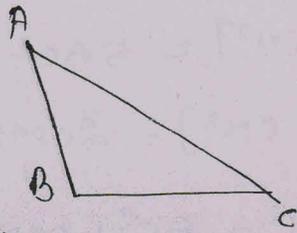
$a \times (\Delta BOQ) + a \times (\Delta AOC) + a \times (\Delta AOB) = a \times (\Delta ABC)$

$a = \frac{2}{\sqrt{3}} (P_1 + P_2 + P_3)$

3. पाश्चात्तरस प्रमेय :-

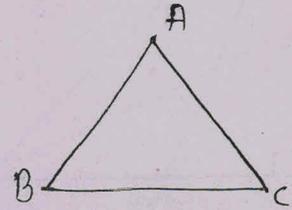
अधिक कोण Δ

$$AC^2 > AB^2 + BC^2$$



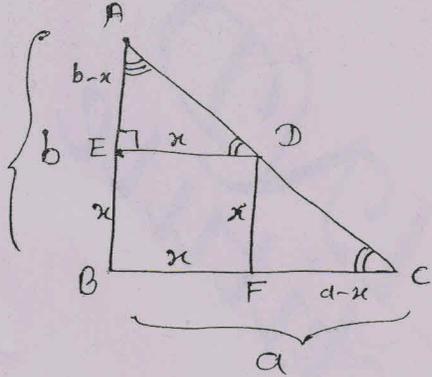
$$(AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2AB \cdot AC \cdot \cos B)$$

न्यून कोण Δ



$$(AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C)$$

4. समकोण त्रिभुज में बड़े से लडा का :-



$$* \left(x = \frac{ab}{a+b} \right)$$

Proof :- $\Delta AED \sim \Delta ABC$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{ED}{BC}$$

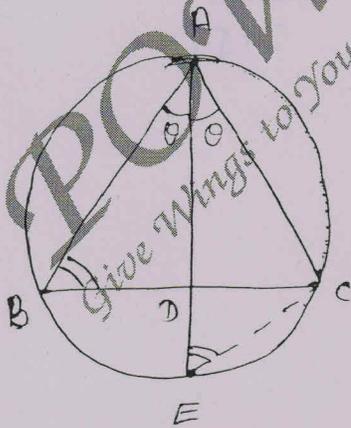
$$\frac{b-x}{b} = \frac{x}{a}$$

$$ab - bx = bx$$

$$ab = x(a+b)$$

$$x = \frac{ab}{a+b} \quad \text{H.P.}$$

5.



$$* (AB \times AC + AE \times DE = AE^2)$$

$\Delta ABD \sim \Delta AEC$

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC}$$

$$AB \times AC = AE \times DE \quad \text{--- (1)}$$

AE \rightarrow angle bisector of $\angle A$

L.H.S \rightarrow $AB \times AC + AE \times DE$

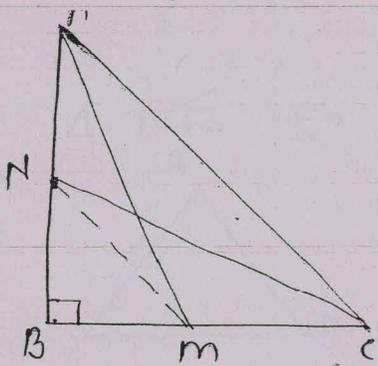
from eq-1 $AD \cdot AE \times AE \cdot DE$

$$AE (AD + DE)$$

$$AE \cdot AE$$

$$AE^2 = \underline{\underline{R.H.S}}$$

6.



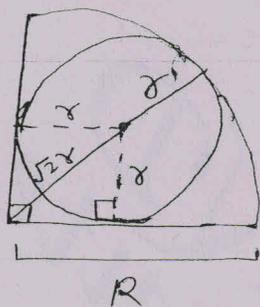
(M', N) are mid-pt's of sides BC, AB

(i) $4[AM^2 + CN^2] = 5AC^2$

$4[AM^2 + CN^2] = 20MN^2$

(ii) $AM^2 + CN^2 = AC^2 + MN^2$

Que: -



$\frac{R}{r} = ?$

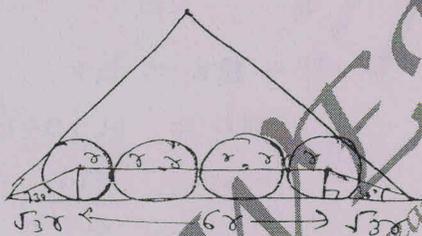
sol. -

$\sqrt{2}r + r = R$

$r(\sqrt{2} + 1) = R$

$\sqrt{2} + 1 = \frac{R}{r}$ Ans

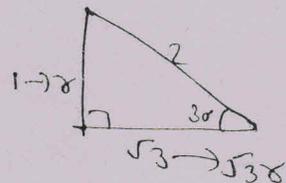
Que: -(48) sheet



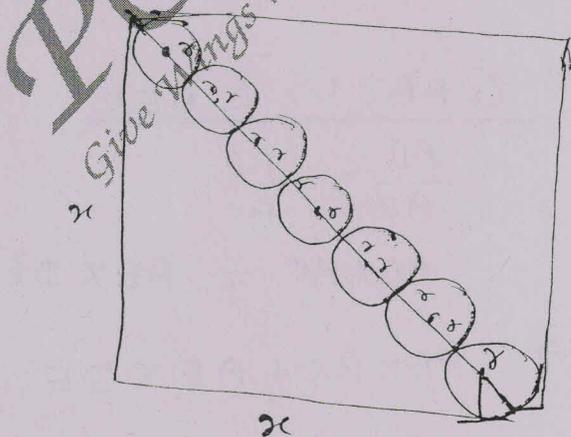
$6r + 2\sqrt{3}r = 20$

$2r(3 + \sqrt{3}) = 20$

$r = \frac{10}{3 + \sqrt{3}}$



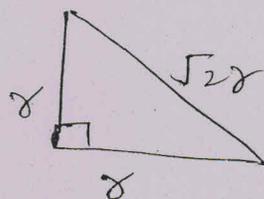
Que - 1 sheet

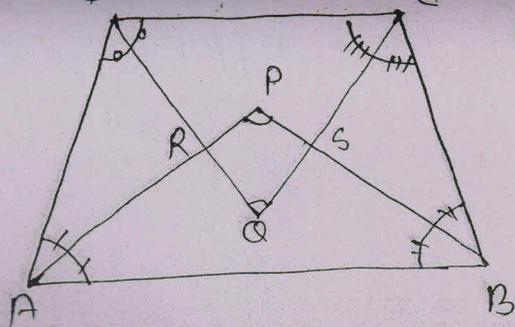


$12r + 2\sqrt{2}r = \sqrt{2}x$

$\frac{12 + 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{x}{r}$

$6\sqrt{2} + 2 = \frac{x}{r}$ Ans





AP, BP, CP & DP are angle bisect

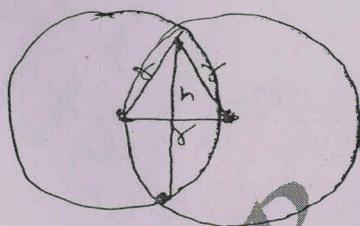
$$\angle P = \frac{\angle C + \angle D}{2}$$

$$\angle Q = \frac{\angle A + \angle B}{2}$$

$$\angle P + \angle Q = \frac{\angle A + \angle B + \angle C + \angle D}{2} = \frac{360}{2} = 180$$

□ PQRS → cyclic quadrilateral है।

8. यदि दो समान वृत्तों के वृत्त एक दूसरे को वृत्त प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि दोनों एक दूसरे के केंद्र से होकर गुजरें तो उनकी उभयनिष्ठ जीवा की लंबाई = $\sqrt{3}r$ होगी



$$\frac{h}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{h}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{\sqrt{3} \cdot r}{2}$$

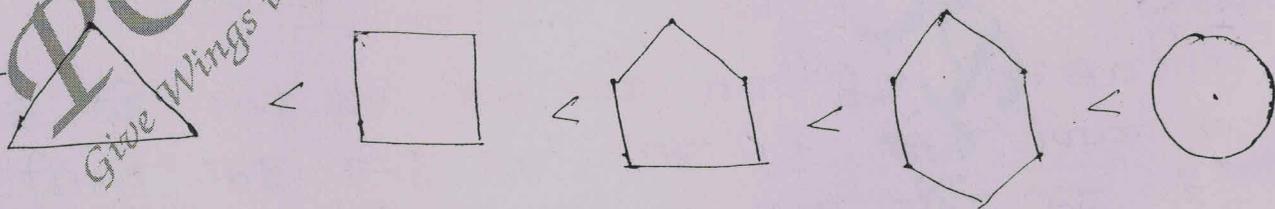
Common chord

$$2h = \sqrt{3}r$$

9. यदि कुछ बहुभुजों का परिमाण समान है, तो उनका क्षेत्रफल बढ़ती हुई भुजाओं की संख्या के साथ बढ़ेगा।

Perimeter Same

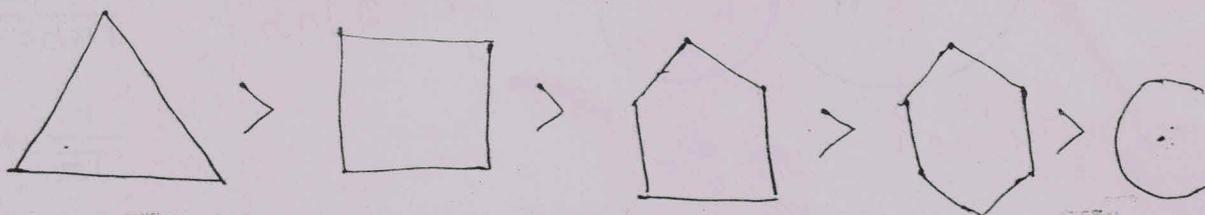
क्रिया:-



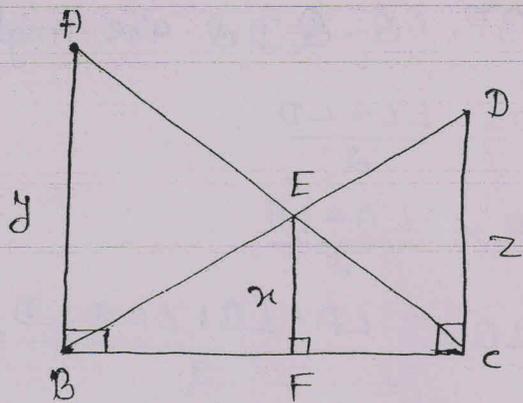
10. यदि किसी बहुभुजों का क्षेत्रफल समान हो तो उनका परिमाण बढ़ती हुई भुजाओं की संख्या के साथ कम होता है।

Area Same

Perimeter



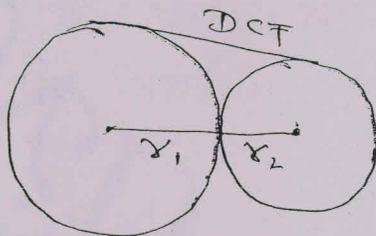
11.



यदि $AB \parallel CD \parallel EF$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

12. यदि r_1 तथा r_2 बिज्जा के दो वृत्त एक दूसरे को बाह्य रूप से स्पर्श करते हों तो उनकी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा की लम्बाई —



$$DCT = \sqrt{d^2 - (r_1 - r_2)^2}$$

$$d = r_1 + r_2$$

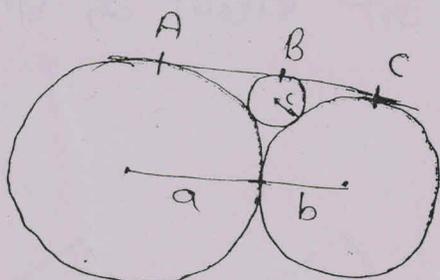
$$DCT = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 - (r_1 - r_2)^2}$$

$$= \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2 - r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2}$$

$$= \sqrt{4r_1r_2}$$

$$DCT = 2\sqrt{r_1r_2} \quad \text{Ans.}$$

13. यदि a तथा b बिज्जा वाले वृत्त एक दूसरे को बाह्य रूप से स्पर्श करते हों तथा एक अन्य वृत्त जिसकी बिज्जा c है, उन वृत्तों तथा उनकी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा को स्पर्श करता है, तो: —



$$AB = \sqrt{ac}$$

$$BC = 2\sqrt{bc}$$

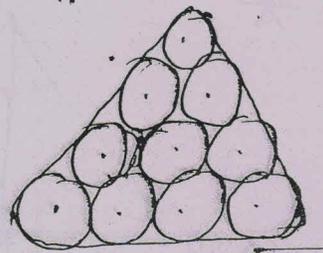
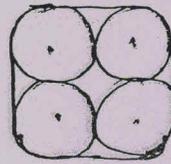
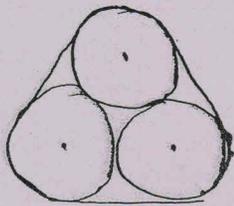
$$AC = 2\sqrt{ab}$$

$$AB + BC = AC$$

$$\frac{\sqrt{ac} + 2\sqrt{bc}}{2\sqrt{abc}} = \frac{2\sqrt{ab}}{2\sqrt{abc}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{c}}$$

14. n वृत्तों का घन वाला स्तंभ की लम्बाई :-



$$\{n^2d + \pi d\}$$

$$n = \sqrt{\frac{\text{circ}}{\text{ball}}}$$

$n \rightarrow$ no. of circle

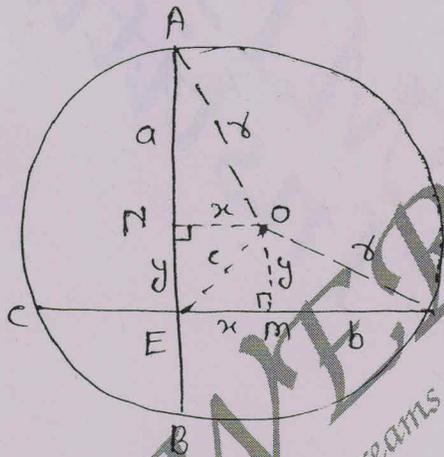
$d \rightarrow$ diameter of each circle

15. यदि $2a$ तथा $2b$ लम्बाई की दो जीवाएँ किसी वृत्त के में समकोण पर प्रतिच्छेद करती हैं तथा प्रतिच्छेदी बिन्दु के केंद्र से दूरी c हो तो वृत्त की त्रिज्या = $\sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{2}}$

$$AB = 2a$$

$$CD = 2b$$

$$OE = c$$



$\triangle OEM$

$$x^2 + y^2 + c^2 \quad \text{--- (1)}$$

$\triangle OMD$

$$x^2 = y^2 + b^2 \quad \text{--- (2)}$$

$\triangle ONA$

$$x^2 = x^2 + a^2 \quad \text{--- (3)}$$

(2) + (3)

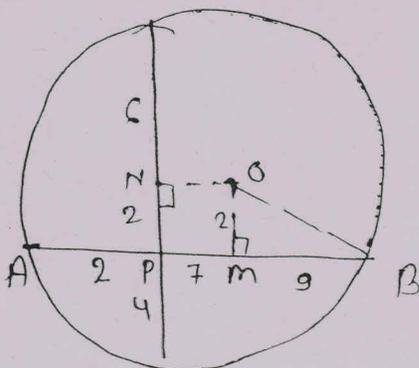
$$2x^2 = x^2 + y^2 + a^2 + b^2$$

using (1)

$$2x^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$x = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}}$$

Ques :



$$AP \times BP = CP \times DP$$

$$AP \times 16 = 8 \times 4$$

$$AP = 2$$

$$AB = 18$$

$$m = 9 \quad PB = 7$$

$$CD = 12$$

$$ON = 5$$

$$CP = 8, \quad BP = 16, \quad PD = 4$$

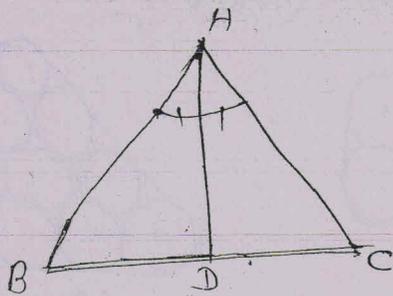
find radius = ?

$\triangle OMD$

$$x^2 = 9^2 + 2^2$$

$$x = \sqrt{85}$$

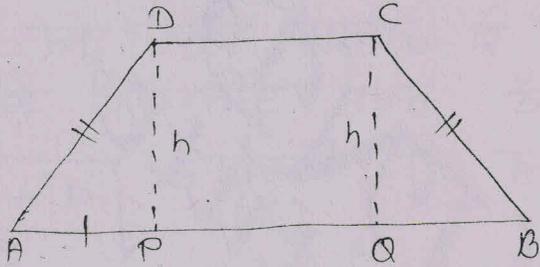
*



$AD \rightarrow$ कौण अर्धक

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

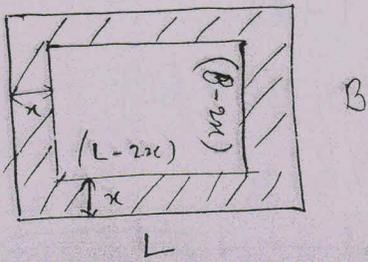
* समद्विबाहु समकोण चतुर्भुज :-



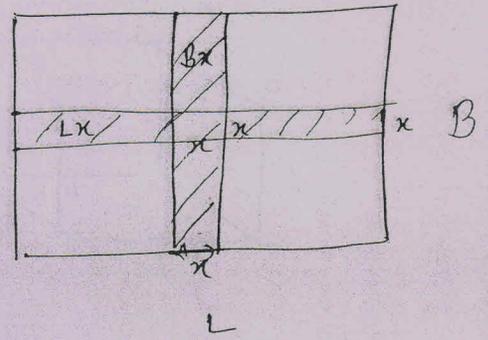
यदि $AD = BC$ है तो $AP = BQ$ होगा।

- * { 1 Hectare = 10000 m^2 }
- { 1 Liter = 1000 cm^3 }
- { 1 m^3 = 1000 L }

POWER MIND
 Give Wings to Your Dreams with us
 Institute



इसके का Area $\rightarrow LB - [(L-2x)(B-2x)]$



इसके का Area $\rightarrow (Lx + Bx) - x^2$

* पिण्ड *

वक्र पृष्ठीय / पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = आधार का परिमाण \times ऊँचाई

CSA / LSA

कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = CSA + 2 \times (Area of Base)
(TSA)

आयतन = Area of Base \times Height

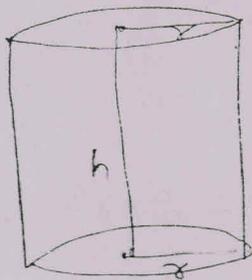
* पिरमिड *

CSA / TSA = $\frac{1}{2} \times$ Perimeter of Base \times slant Height
(त्रिभुज ऊँचाई)

TSA = CSA + Area of Base

Volume = $\frac{1}{3} \times$ Area of Base \times Height

2. बेलन :- (लंबा घूर्णित गोल) :-

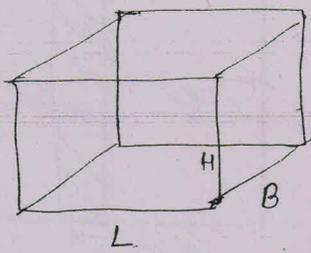


CSA = $2\pi rh$

TSA = $2\pi rh + 2\pi r^2$
= $2\pi r(r+h)$

Volume = $\pi r^2 h$

2. घनाब :-



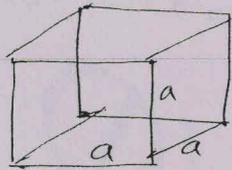
$$LSA = 2h(L+B)$$

$$TSA = 2[LB + Bh + hL]$$

$$Volume = L \times B \times h$$

$$\text{largest diagonal} = \sqrt{L^2 + B^2 + h^2}$$

3. घन :-



$a \rightarrow$ side of cube

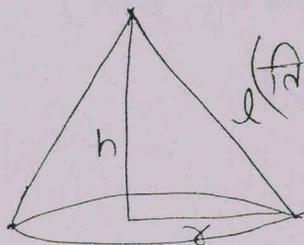
$$LSA = 4a^2$$

$$TSA = 6a^2$$

$$Volume = a^3$$

$$\text{largest diagonal} = \sqrt{3}a$$

4. लम्ब वृत्तीय शंकु :-



$$\{ l^2 = r^2 + h^2 \}$$

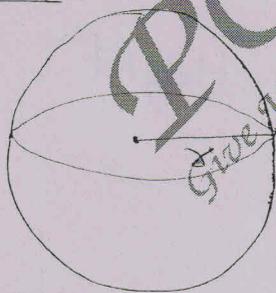
(त्रिभुज अंक)

$$CSA = \pi r l$$

$$TSA = \pi r l + \pi r^2$$

$$Volume = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

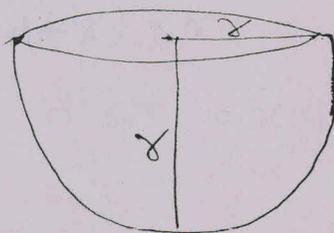
5. गोल / गोलक :-



$$\text{surface Area (SA)} = 4\pi r^2$$

$$Volume = \frac{4}{3} \pi r^3$$

6. गोलार्ध / अर्धगोला :-

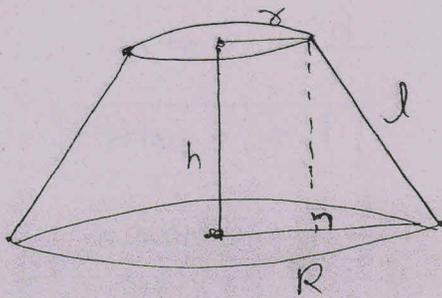


$$CSA = 2\pi r^2$$

$$TSA = 2\pi r^2 + \pi r^2 = 3\pi r^2$$

$$Volume = \frac{2}{3} \pi r^3$$

7. शंकु का पिरेन्सक :-



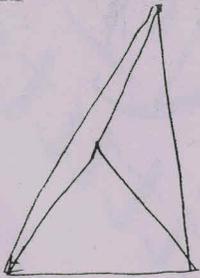
$$\{ l^2 = (R-r)^2 + h^2 \}$$

$$CSA = \pi(R+r)l$$

$$TSA = \pi(R+r)l + \pi(R^2+r^2)$$

$$Volume = \frac{1}{3} \pi h [R^2+r^2+Rr]$$

8. समचतुर्फलक :- (4 समबाहु Δ)



$$LSA = \frac{3\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$TSA = \sqrt{3} a^2$$

$$Volume = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3$$

$$\frac{h}{side} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

NOTE:-

1. किसी घन के बाह्य गोलों की त्रिज्या :-

$$R = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

2. घन के अन्तः कोशक की त्रिज्या :-

$$r = \frac{a}{2} \quad a \rightarrow \text{side}$$

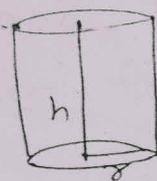
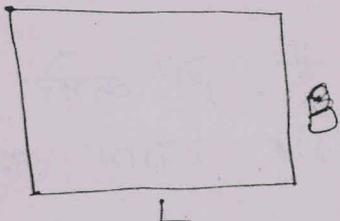
3. घनाभ के बाह्य गोलों की त्रिज्या :-

$$R = \frac{\sqrt{L^2+B^2+h^2}}{2}$$

* आयत से बेलन बनाना :-

(i) लम्बाई को मोड़कर

(ii) चौड़ाई को मोड़कर



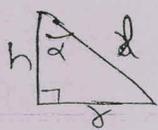
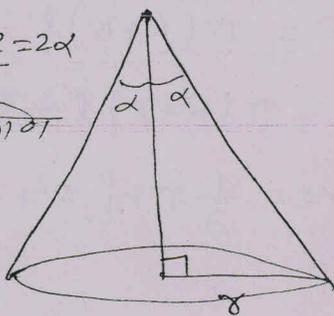
$$\begin{cases} 2\pi r = B \\ h = L \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\pi r = L \\ h = B \end{cases}$$

* शंकु का शीर्ष कोण :-

Vertex angle = 2α

r → अर्धशीर्ष कोण



$$\frac{h}{r} = \cot \alpha$$

$$h = r \cot \alpha$$

$$\frac{l}{r} = \operatorname{cosec} \alpha$$

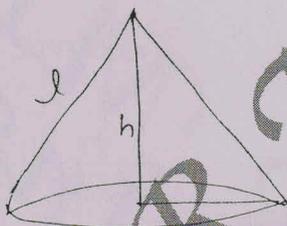
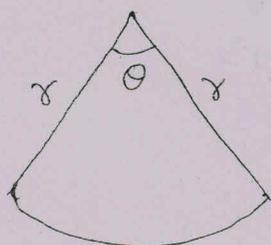
$$l = r \operatorname{cosec} \alpha$$

$$\text{Volume} = \frac{1}{3} \pi r^2 (r \cot \alpha) \quad \text{CSA} = \pi r l$$

$$= \frac{1}{3} \pi r^3 \cot \alpha \quad = \pi r \cdot (r \operatorname{cosec} \alpha)$$

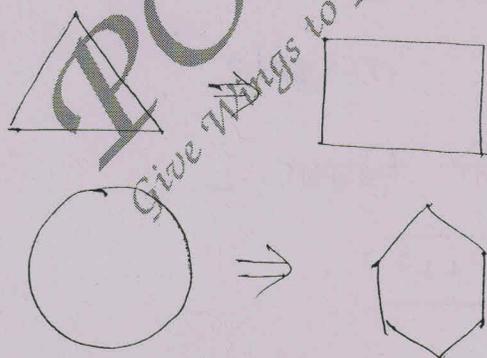
$$= \pi r^2 \operatorname{cosec} \alpha$$

* वृत्त के किसी भाग से शंकु बनाना :-
या वृत्तखण्ड



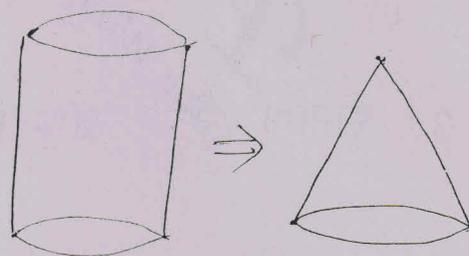
$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\theta}{360} \times 2\pi r &= 2\pi r \\ r &= l \end{aligned} \right.$$

2-D



Perimeter same

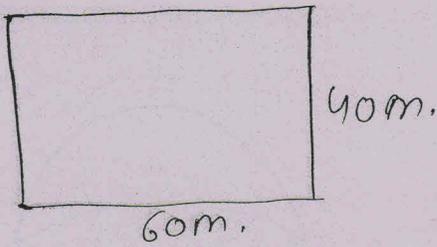
3-D



Volume same

Q. एक कमरे की माप $60\text{m} \times 40\text{m}$ है, तो कमरे की छत पर 5km ऊँचाई की किली वर्गाकार टाइल लगायी जा सकती है।

Sol :-



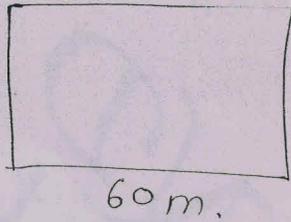
बर्गाकार टाइल

टाइल side = 5m.

$$\text{टाइलो की संख्या} = \frac{40 \times 60}{5 \times 5} = 96$$

Ques :- एक कमरे के आधार का माप 60m x 40m है, तो उस कमरे की फर्श पर कितनी बर्गाकार टाइले लगाई जा सकती हैं।

Sol :-



40m. टाइल की भुजा = HCF (60, 40) = 20

$$\text{No. of Tiles} = \frac{60 \times 40}{20 \times 20} = 6$$

→ ①

Cuboid 20m x 30m x 40m

cube side = 5m

$$\text{No. of cube} = \frac{20 \times 30 \times 40}{5 \times 5 \times 5} = 192$$

→ ②

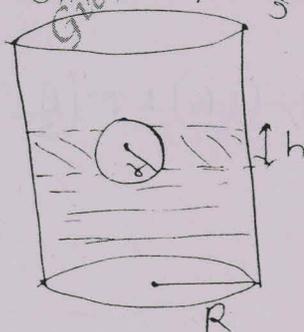
Cuboid 20m x 30m x 40m

cube = ?

side of cube = HCF (20, 30, 40) = 10

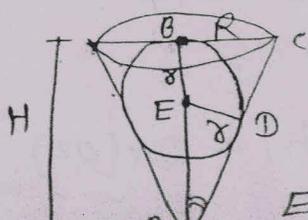
$$\text{No. of cube} = \frac{20 \times 30 \times 40}{10 \times 10 \times 10} = 24$$

* गोले के कारण बड़ी हुई ऊँची बात करना :-



$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \pi R^2 \times h$$

* शंकु के अंदर गोला रखना :-

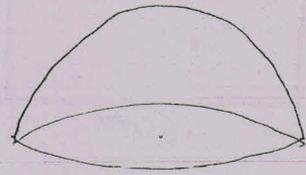
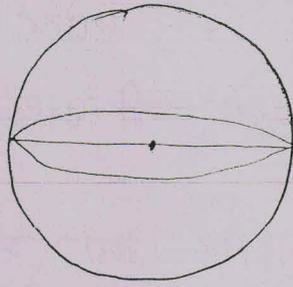


$\Delta ABC \sim \Delta ADE$

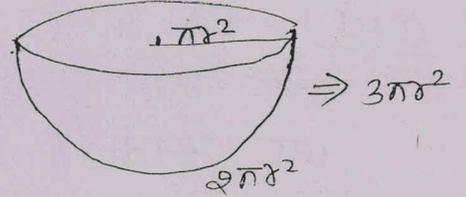
$$\frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$$

$$\frac{R}{r} = \frac{\sqrt{R^2 + H^2}}{H - r}$$

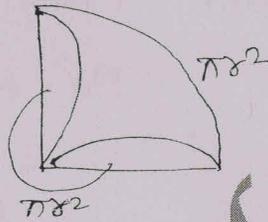
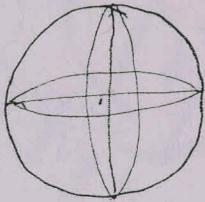
* गोले को काटना :->



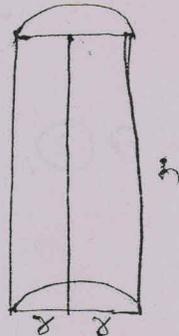
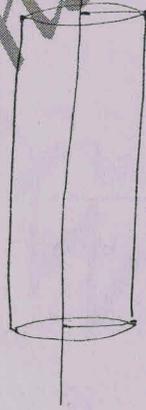
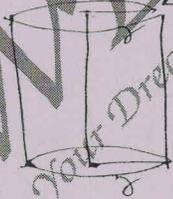
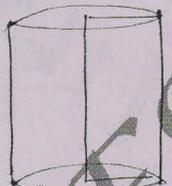
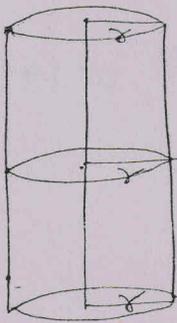
* Total
 New SA = $4\pi r^2 + n(\pi r^2)$



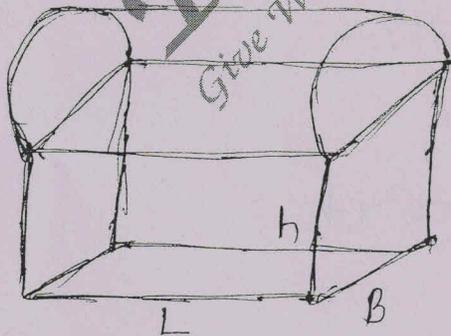
$n \rightarrow$ टुकड़ों / कटों की संख्या



* गोलन को काटना :-



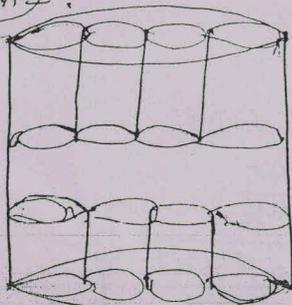
$\pi r h + \pi r^2 + (h \cdot 2r)$



$SA = 2h(L+B) + (LB) + \pi\left(\frac{B}{2}L\right) + 2\pi\left[\frac{1}{2}\pi\left(\frac{B}{2}\right)^2\right]$

Q:- SA = ?

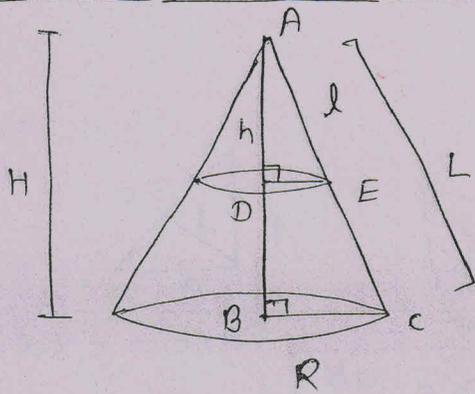
$H=15$
 $R=14$



$8r = 2R \Rightarrow 4r = R = 14$
 $r = \frac{7}{2}$

$SA = 2\pi R H + 8(2\pi r h) + 2\pi(R^2)$

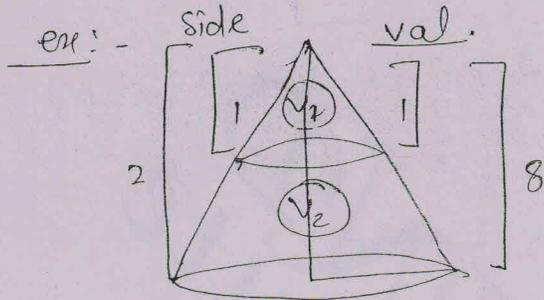
* शिख का कहना: (पिरामिड)



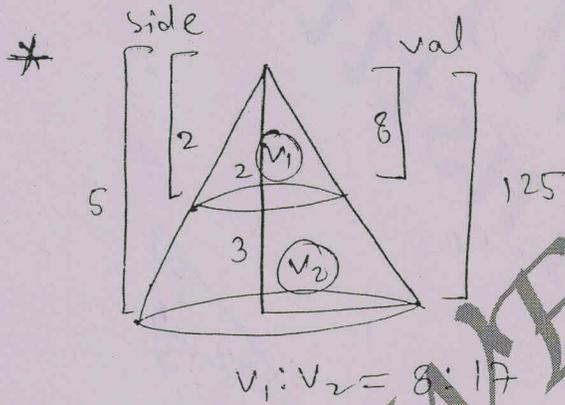
$\Delta ABC \sim \Delta ADE$

$\frac{h}{H} = \frac{r}{R} = \frac{l}{L}$

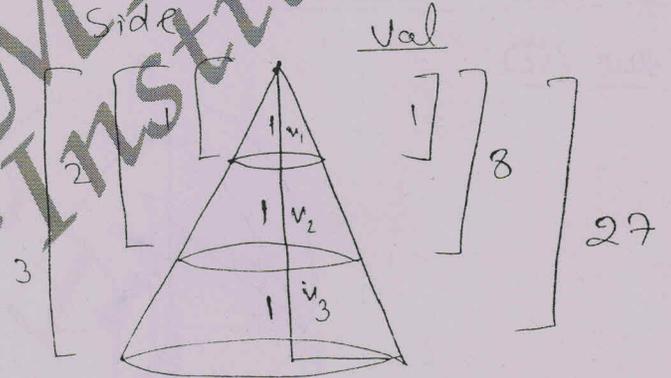
Val. of smaller cone = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$
 Val. of larger cone = $\frac{1}{3} \pi R^2 H$
 $\frac{r^3}{R^3} = \frac{h^3}{H^3} = \frac{l^3}{L^3}$



$V_1 : V_2 = 1 : (8-1)$
 $= 1 : 7$



$V_1 : V_2 = 8 : 17$



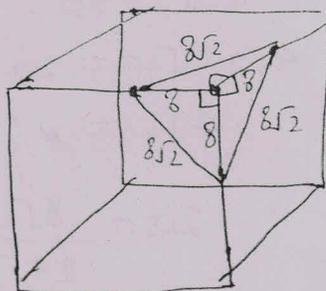
* $(V_1 : V_2 : V_3 = 1 : 7 : 19)$

middle

* पिज्जा के कोरों पर जो Height का अनुपात होगा वही उनके आयतन का अनुपात होगा।

* घा के कोर से पिरामिड कहना: →

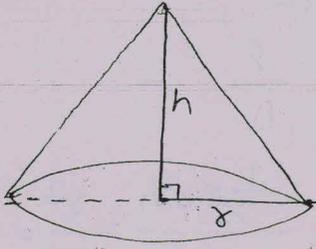
side of cube = 16 cm.



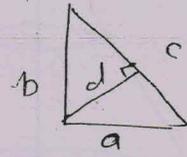
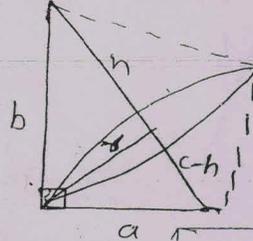
SA of pyramid = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (8\sqrt{2})^2 + 3 \times$

* समकोण Δ का घुमाकर शब्द बनाना :-

①



③



$a \times b = c \times d$

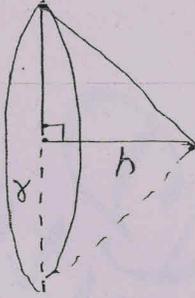
$r = \frac{ab}{c}$

$\Rightarrow \frac{1}{3} \pi r^2 h + \frac{1}{3} \pi r^2 (c-h)$

$\Rightarrow \frac{1}{3} \pi r^2 (h+c-h)$

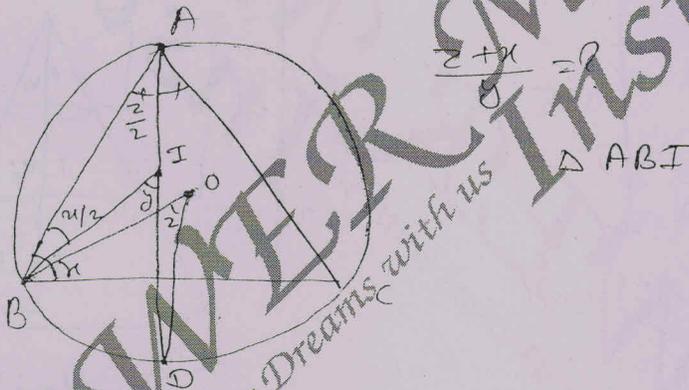
$\Rightarrow \frac{1}{3} \pi r^2 c$

②

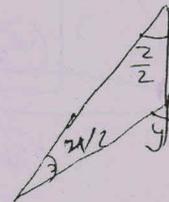


* Sheet questions :-

Ques - (36)



$\frac{z+x}{2} = 2$



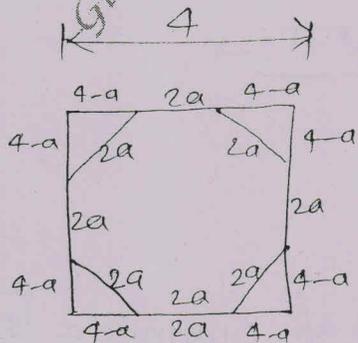
$y = \frac{z}{2} + \frac{x}{2}$

$y = \frac{z+x}{2}$

$\frac{z+x}{y} = 2$ Ans.

POWER
Give Wings to Your Dreams with us
MIND Institute

Ques - (43)



4 भुजा वाले वर्ग से अपरकृण की ~~कक्षा~~ भुजा लात करे ?

$\sqrt{2}(4-a) = 2a$

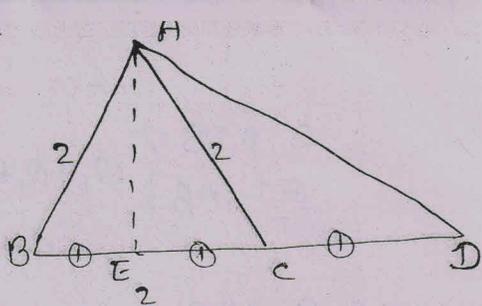
$4\sqrt{2} - \sqrt{2}a = 2a$

$4\sqrt{2} = a(2+\sqrt{2})$

$2a = \frac{8\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$

$2a = \frac{8}{\sqrt{2}+1}$

Qul: $\frac{3 \text{ next}}{-1} \text{--- ①}$



$BC = 2CD$

$AD^2 = ?$

$AD^2 = AE^2 + ED^2 \text{--- ①}$

$AC^2 = AE^2 + EC^2 \text{--- ②}$

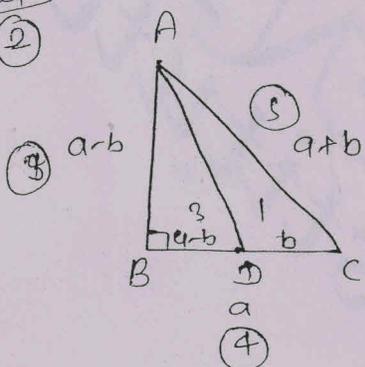
$① - ② \Rightarrow AD^2 - AC^2 = ED^2 - EC^2$

$AD^2 - (2CD)^2 = (2CD)^2 - (CD)^2$

$AD^2 - 4CD^2 = 4CD^2 - CD^2$

$AD^2 = 7CD^2 \text{--- ③}$

Sheet
Qul: ②



$AB = a-b$

$BC = a$

$AC = a+b$

$BD:DC = 3:1$

$\Rightarrow (a-b)^2 + a^2 = (a+b)^2$

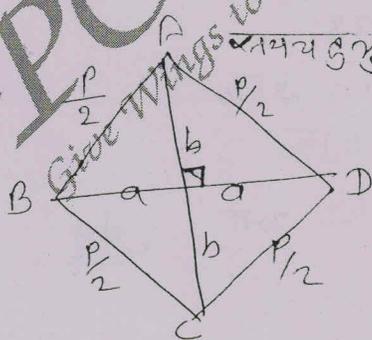
$a^2 + b^2 - 2ab + a^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$= 4ab$

$\frac{a}{b} = \frac{4}{1}$

$BD:DC = 3:1 \text{--- ③}$

Qul: -



परिमाप = nP है, क्षेत्रफल = ?

$2a+2b = m$

$a+b = \frac{m}{2}$

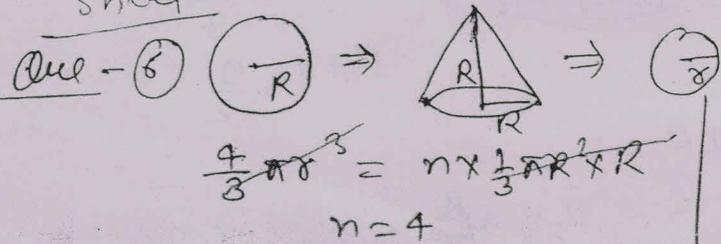
$A = 4 \times \frac{1}{2} \times a \times b$

$a^2 + b^2 + 2ab = \frac{m^2}{4}$

$\frac{m^2}{4} - 2ab = \frac{m^2}{4}$

$2ab = \frac{m^2 - p^2}{4} \text{--- ③}$

Pg. 4
Sheet



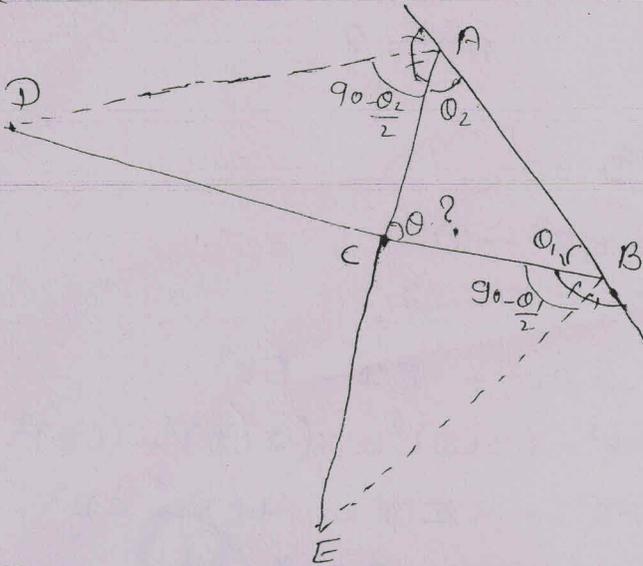
$\frac{1}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi R^3$

$\left(\frac{R}{R}\right)^3 = 4$

$\frac{R}{R} = 2^{1/3}$

$\left(\frac{R}{R}\right)^3 = \left(\frac{1}{2^{1/3}}\right)^3 = \frac{1}{2}$

Out - (9)



$$\left. \begin{array}{l} \triangle ADB \\ AD=AB \end{array} \right\} \theta_1 + \theta_1 + 90 - \frac{\theta_1}{2} + \theta_2 = 180$$

$$4\theta_1 + \theta_2 = 180 \quad \text{--- (1)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AEB \\ AB=BE \end{array} \right\} \theta_2 + \theta_2 + \theta_1 + 90 - \frac{\theta_1}{2} = 180$$

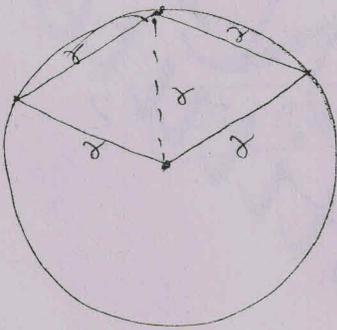
$$4\theta_2 + \theta_1 = 180 \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{(1) + (2)} \quad 5(\theta_1 + \theta_2) = 360$$

$$\theta_1 + \theta_2 = 72$$

$$\theta = 180 - 72 = 108 \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Sheet
Q. (21)

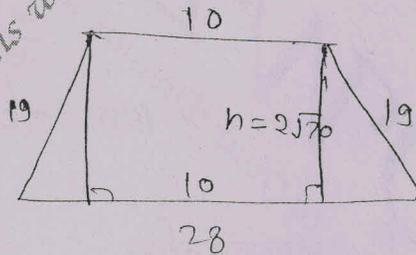
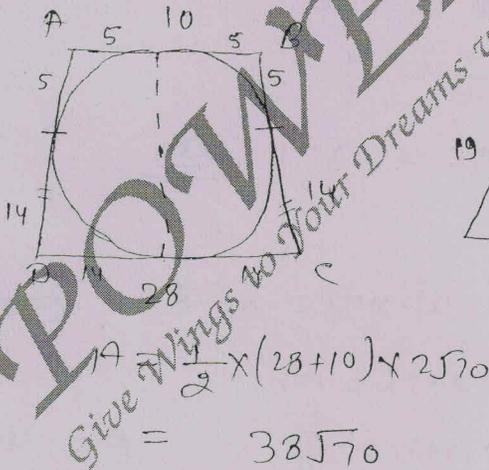


$$\text{Area} = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{4} x^2 \right) = 8\sqrt{3}$$

$$x = 4$$

Sheet
Out - (26)

AB || CD



$$d = h = 2\sqrt{70}$$

$$r = \sqrt{70}$$

$$\pi r^2 = 70\pi \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

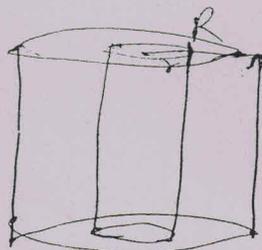
Out - (27)

$$2\pi R h - 2\pi r h = 44$$

$$2\pi h (R - r) = 44$$

$$R - r = \frac{44 \times 7}{2 \times 2 \times 14}$$

$$R - r = 0.5 = \frac{1}{2} \quad \text{--- (1)}$$



$$\text{Volume} \Rightarrow \pi R^2 h - \pi r^2 h = 99$$

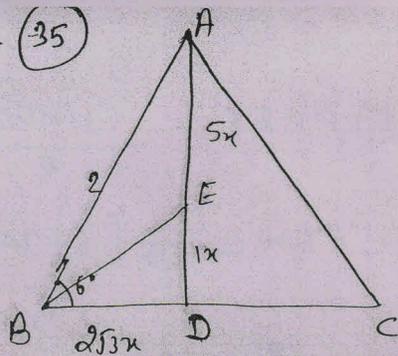
$$R^2 - r^2 = \frac{9}{4}$$

$$R + r = \frac{9}{2}$$

$$2R = 5$$

$$R = 2.5 \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Ques:- (35)



$$\tan(\angle ACB) = 6 \tan(\angle DBE)$$

$\triangle ABD$

$$\sqrt{3} \rightarrow 6$$

$$1 \rightarrow \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = BD$$

$$\tan(\angle DBE) = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} \tan(\angle ACB) &= 6 \tan(\angle DBE) \\ &= 6 \times \frac{1}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\tan(\angle ACB) = \sqrt{3} = 60^\circ$$

Ques:- (37)



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - \text{---}$$

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 - \text{---}$$

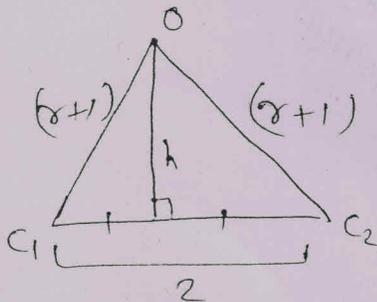
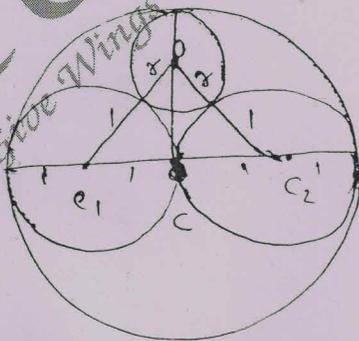
$$\text{---} - \text{---}$$

$$AC^2 - AD^2 = BC^2 - BD^2$$

$$AC^2 - AD^2 = CD^2 - 4x$$

$$AC^2 = AD^2 - 3CD$$

Ques:- (44)



$$h = \sqrt{(r+1)^2 - 1^2} = 2 - r$$

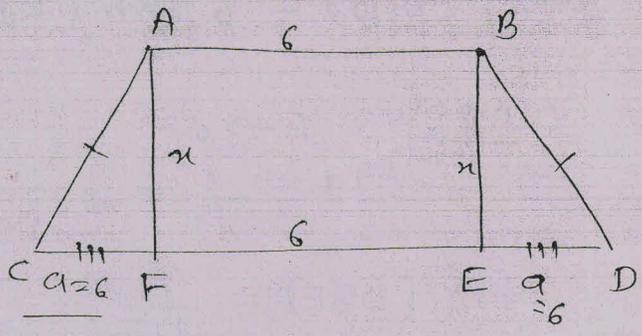
$$r^2 + 2r + 1 - 1 = 4 + r^2 - 4r$$

$$6r = 4$$

$$r = \frac{2}{3}$$

Ans

Ques - (59)



$$\square ABEF = \frac{\square ABCD}{2}$$

$$6 \times x = \frac{\frac{1}{2} [6 + 2a + 6] \times x}{2}$$

$$24 = 12 + 2a$$

$$a = 6$$

$$\frac{DF}{CD} = \frac{1}{3} \underline{\underline{Ans}}$$

POWER MIND
Give Wings to Your Dreams with us
Institute

भारत का सबसे विश्वसनीय शिक्षण संस्थान



**POWER MIND
INSTITUTE**

Give Wings to Your Dreams with us

SSC

CGL/CPO/CHSL/MTS/GD

BANK

**IBPS-PO | IBPS-CLERK | SBI-PO |
SBI-CLERK | RRB-PO | RRB-CLERK**

Railway

ALP | TECHNICIANS | GROUP-D | ASM | RPF

दिल्ली/जयपुर के बेहतरीन अनुभवी विशेषज्ञों द्वारा अध्यापन

**Maths & English Special
Batch Also Available**

**Regular Classes + Daily Test Series (Solution Classes)
Full Study Material Based on Examination Level**

**Test Series
Answer Key**

www.powermindinstitute.in

*Thinking is the capital, enterprise is the way.
Hard work is the solution*